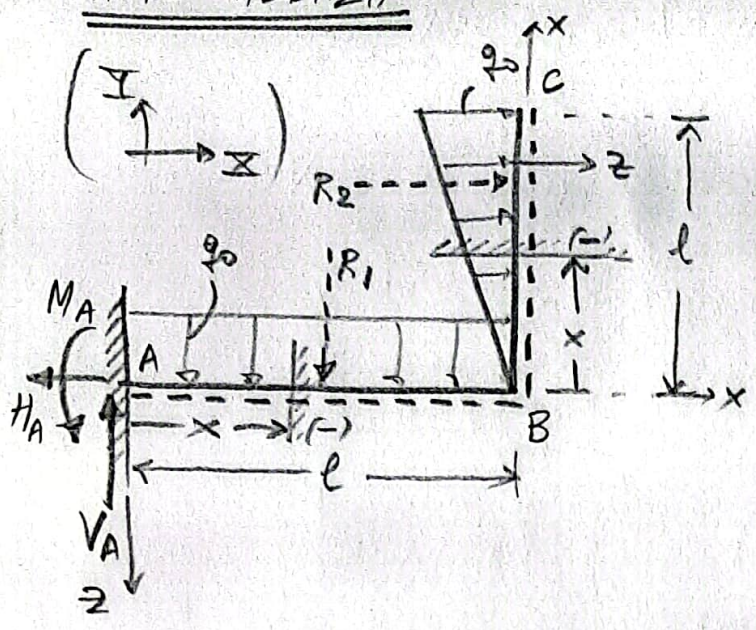


11.15 ΑΣΚΗΣΗ



Να υπολογιστούν τα διαγράμματα N, Q, M του ωστανίου ($q_0 l$)

Λύση

• Αντίστροφος οριζόντιος

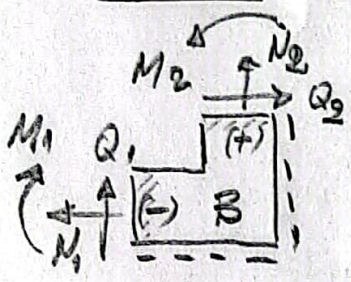
$$R_1 = q_0 l, \quad R_2 = \frac{q_0 l}{2}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = R_2 = \frac{q_0 l}{2}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A = R_1 = q_0 l$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - \frac{1}{2} R_1 - \frac{2}{3} l R_2 = 0 \Rightarrow M_A = \frac{1}{2} q_0 l + \frac{2}{3} l \frac{q_0 l}{2} = \frac{5 q_0 l^2}{6}$$

• N, Q, M



$$N_1 = H_A = \frac{q_0 l}{2}, \quad Q_1 = V_A - R_1 = q_0 l - q_0 l = 0$$

$$M_1 = -M_A + l V_A - \frac{l}{2} R_1 = -\frac{5 q_0 l^2}{6} + q_0 l^2 - \frac{q_0 l^2}{2} = -\frac{q_0 l^2}{3}$$

Υπολογισμός των N_2, Q_2, M_2 από ισορροπία του διαστήματος B :

$$(\rightarrow) : \underline{Q_2} = N_1 = \frac{q_0 l}{2}$$

$$(\leftarrow) : \underline{M_2} = M_1 = -\frac{q_0 l^2}{3}$$

$$(+\uparrow) : \underline{N_2} = -Q_1 = 0$$

Τμήμα AB, $0 \leq x \leq l$ (απομονώσμενο από την αρχή και αριστερά)

$$N(x) = +H_A = \frac{q_0 l}{2}, \text{ σταθερό διαγράμμα } (\equiv N_1)$$

$$Q(x) = V_A - q_0 x = q_0 l - q_0 x, \text{ γραμμικό διαγράμμα}$$

$$Q(0) = q_0 l, \quad Q(l) = 0 \equiv Q_1$$

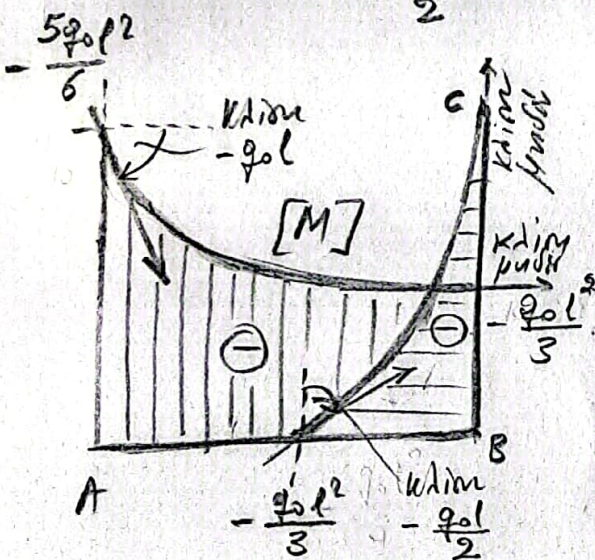
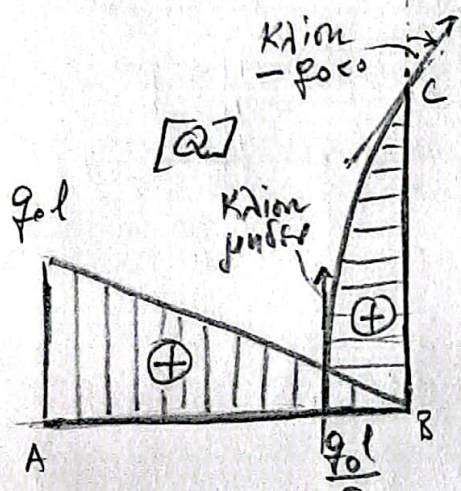
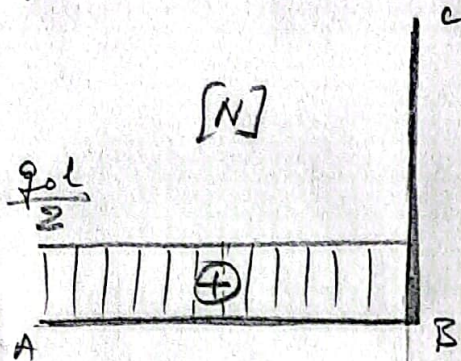
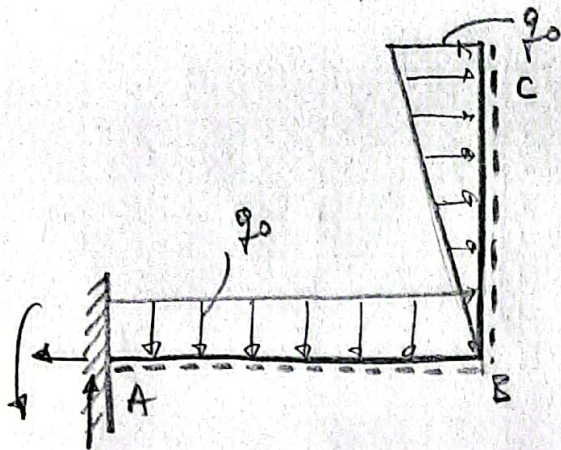
$$M(x) = -M_A + x V_A - \frac{q_0 x^2}{2} = -\frac{5 q_0 l^2}{6} + q_0 l x - \frac{q_0 x^2}{2}, \text{ παραβολικό διαγράμμα}$$

$$M(0) = -\frac{5 q_0 l^2}{6}, \quad M(l) = -\frac{q_0 l^2}{3} = M_1$$

Καμπυλότητα $k = \frac{d^2 M}{dx^2} = -q_0(x) = -q_0$ αμεταβλητή, κοίτη x

11-41

ΚΑΙΘΕΤΕΣ $\frac{dM}{dx} \Big|_{x=0} = Q(0) = q_0 l > 0$, $\frac{dM}{dx} \Big|_{x=l} = Q(l) = 0$



Για την BC, $0 \leq x \leq l$ (αρχή της οριζ. αρτηρίας διαφέρει από αρχή της)

$N(x) = N_2 = 0$, μηδενικός διατμητής

$$\frac{q(x)}{x} = \frac{q_0}{l} \Rightarrow q(x) = \frac{q_0}{l} x$$

$$Q(x) = Q_2 - \frac{1}{2} x \cdot \frac{q_0}{l} x = \frac{q_0 l}{2} - \frac{q_0}{2l} x^2$$

παράβολος διατμητής,

$$Q(0) = \frac{q_0 l}{2} = Q_2, \quad Q(l) = 0$$

Καμπυλότητα $k_Q = \frac{d^2 Q}{dx^2} = -\frac{d^2 q}{dx^2} = -\frac{q_0}{l}$

αρνητική, κοίτη προς τα πάνω

ΚΑΙΘΕΤΕΣ $\frac{dQ}{dx} \Big|_0 = -q(0) = 0$, $\frac{dQ}{dx} \Big|_l = -q(l) = -q_0 < 0$

$$M(x) = M_2 + x Q_2 - \frac{x}{3} \frac{1}{2} x \frac{q_0}{l} x =$$

$$= -\frac{q_0 l^2}{3} + \frac{q_0 l}{2} x - \frac{q_0}{6l} x^3, \text{ κυβικός διατμητής}$$

$$M(0) = -\frac{q_0 l^2}{3} = M_2, \quad M(l) = 0$$

Καμπυλότητα $k_M = \frac{d^2 M}{dx^2} = -\frac{d^2 Q}{dx^2} = -\frac{q_0}{l} x$, αρνητική, κοίτη προς τα κάτω

ΡΑΙΣΕΙΣ $\frac{dM}{dx} \Big|_0 = Q(0) = \frac{q_0 l}{2} > 0$

$$\frac{dM}{dx} \Big|_l = Q(l) = 0$$