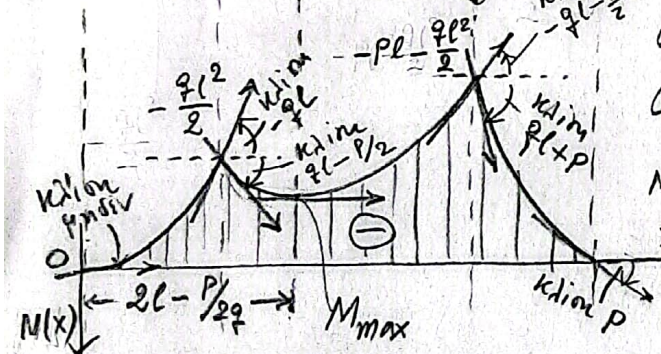
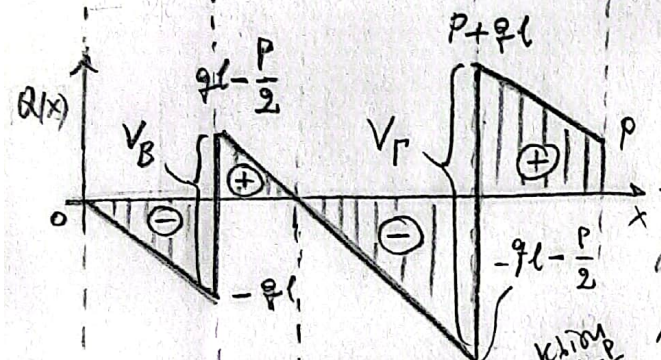
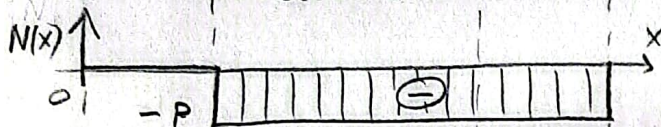
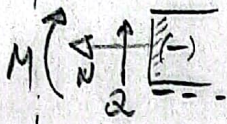
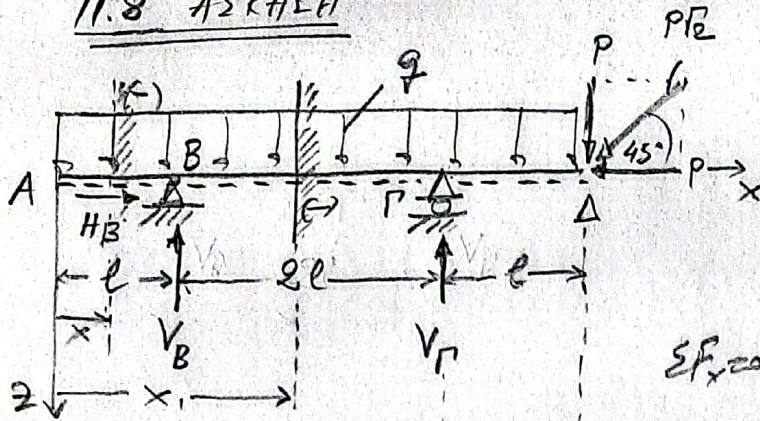


11.8 ΑΣΚΗΣΗ



Να υπολογισθούν τα διαγράμματα N, Q, M , ως αλληλομέγιστος δοκός ($ql > P$)

Λύση

• Αντίστροφος οριζόντιος

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_B = P$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -l \times 4ql + 2l V_C - 3l P = 0$$

$$\Rightarrow V_C = 2ql + \frac{3P}{2}$$

$$\sum F_2 = 0 \Rightarrow V_B = 4ql + P - V_C =$$

$$= 4ql + P - 2ql - \frac{3P}{2} \Rightarrow V_B = 2ql - \frac{P}{2}$$

• N, Q, M

Τμήμα AB, $0 \leq x \leq l$ (αναγνωρίστε την αρνητική διαφορά από αρχή)

$N(x) = 0$, μηδενισμός διαγράμματος

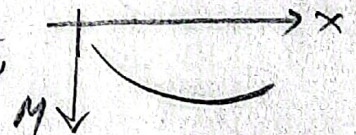
$Q(x) = -qx$, γραμμικός διαγραμμα

$$Q(0) = Q_A = 0, Q(l) = Q_B^* = -ql$$

$M(x) = -\frac{x}{2} qx = -\frac{q}{2} x^2$, παραβολικός διαγραμμα

$$M(0) = M_A = 0, M(l) = M_B^* = -\frac{ql^2}{2}$$

Καμπύλιση: $k = \frac{d^2 N}{dx^2} = -q(x) = -q$, αρνητική άρα τα κούρα προς τα κάτω



Κλίση: $\frac{dM}{dx} \Big|_0 = Q(0) = 0, \frac{dM}{dx} \Big|_l = Q_B^* = -ql < 0$

Τμήμα BC, $l \leq x \leq 3l$ (αναγνωρίστε την αρνητική διαφορά από αρχή)

$N(x) = -H_B = -P$, σταθερό διαγραμμα

$Q(x) = V_B - qx = 2ql - \frac{P}{2} - qx$, γραμμικός διαγραμμα

$Q(l) = Q_B^* = 2ql - \frac{P}{2}$, $Q(3l) = Q_C^* = -2ql - \frac{P}{2}$, άρα το Q μηδενίζεται

$$2ql - \frac{P}{2} - qx = 0 \Rightarrow x = 2l - \frac{P}{2q} : \text{σηείο μηδενισμού } Q$$

11-24

$$M(x) = (x-0) V_B - \frac{x}{2} q x = (x-1) \left(2ql - \frac{P}{2} \right) - \frac{q}{2} x^2 =$$

$$= 2qlx - \frac{P}{2}x - 2ql^2 + \frac{Pl}{2} - \frac{q}{2}x^2, \text{ παραβολικό διαγράμμα}$$

$$M(1) = M_B^{\delta} = -\frac{ql^2}{2} = M_B^{\alpha\beta}, \quad M(3l) = M_P^{\alpha\beta} = \frac{3ql^2}{2} - \frac{Pl}{2}, \quad M_{\max} = M\left(2l - \frac{P}{2q}\right)$$

Καμπυλότητα: $k = \frac{d^2M}{dx^2} = -q(x) = -q$, αρνητική άρα τα κοίλα προς τα κάτω



Κλίσεις: $\frac{dM}{dx}\bigg|_1 = Q_B^{\delta} = ql - \frac{P}{2} > 0$, $\frac{dM}{dx}\bigg|_{3l} = Q_P^{\alpha\beta} = -ql - \frac{P}{2} < 0$

Τμήμα ΓΔ, $3l \leq x \leq 4l$ (αναγκάσιμη στατική διατομή, από δέξια)

$$N(x) = P, \text{ σταθερό διαγράμμα}$$

$$Q(x) = P + q(4l-x) = P + 4ql - qx, \text{ γραμμικό διαγράμμα}$$

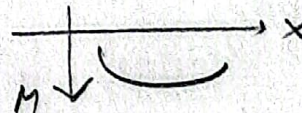
$$Q(3l) = Q_P^{\delta} = P + 4ql - 3ql = P + ql, \quad Q(4l) = Q_A^{\delta} = P + 4ql - 4ql = P$$

$$M(x) = -(4l-x)P - \frac{4l-x}{2} q(4l-x) = -4Pl + Px - \frac{q}{2}(16l^2 + x^2 - 8lx) =$$

$$= -4Pl + Px - 8ql^2 - \frac{q}{2}x^2 + 4qlx, \text{ παραβολικό διαγράμμα}$$

$$M(3l) = M_P^{\delta} = -Pl - \frac{3ql^2}{2}, \quad M(4l) = M_A^{\alpha\beta} = 0$$

Καμπυλότητα: $k = \frac{d^2M}{dx^2} = -q$, αρνητική άρα τα κοίλα προς τα κάτω



Κλίσεις: $\frac{dM}{dx}\bigg|_{3l} = Q_P^{\delta} = P + ql > 0$, $\frac{dM}{dx}\bigg|_{4l} = P > 0$

Εναλλακτική $Q(x)$ και $M(x)$ από ολοκλήρωση ΔΕ

Τμήμα ΑΒ

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x) \Rightarrow \boxed{Q(x) = Q_A^0 + \int_0^x -q dx = -qx}, \quad Q_B^{\alpha\beta} = -ql$$

$$\frac{dM}{dx} = Q(x) \Rightarrow \boxed{M(x) = M_A^0 + \int_0^x Q(x) dx = -\frac{q}{2}x^2}, \quad M_B^{\alpha\beta} = -\frac{ql^2}{2}$$

(11-25)

Τμήμα ΒΓ / ολοκληρώσει από αρχικό ως τα δεξιά, ως την απώτερη/δυναμ.)

$$Q_B^{\delta} = Q_B^{\alpha p} + V_B = -ql + 2ql - \frac{P}{2} = ql - \frac{P}{2}$$

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x) \Rightarrow \boxed{Q(x) = Q_B^{\delta} - \int_1^x q dx = ql - \frac{P}{2} - q(x-1) = 2ql - \frac{P}{2} - qx}$$

$$Q_r^{\alpha p} = Q(3l) = 2ql - \frac{P}{2} - 3ql = -ql - \frac{P}{2}$$

$$M_B^{\delta} \equiv M_B^{\alpha p} \left(\text{διδν ότι συνιστάται προς στο Β} \right) = -\frac{1}{2}ql = -\frac{ql^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dx} = Q(x) \Rightarrow \boxed{M(x) = M_B^{\delta} + \int_1^x Q(x) dx} &= -\frac{ql^2}{2} + \left(2ql - \frac{P}{2} \right) \int_1^x dx - q \int_1^x x dx = \\ &= -\frac{ql^2}{2} + \left(2ql - \frac{P}{2} \right) (x-1) - \frac{q}{2} x^2 \Big|_1^x = \\ &= -\frac{ql^2}{2} + 2qlx - 2ql^2 - \frac{P}{2}x + \frac{Pl}{2} - \frac{q}{2}x^2 + \frac{ql^2}{2} \end{aligned}$$

$$M_r^{\alpha p} = M(3l) = \frac{3ql^2}{2} - \frac{Pl}{2}$$

Κ.Ο.Κ.