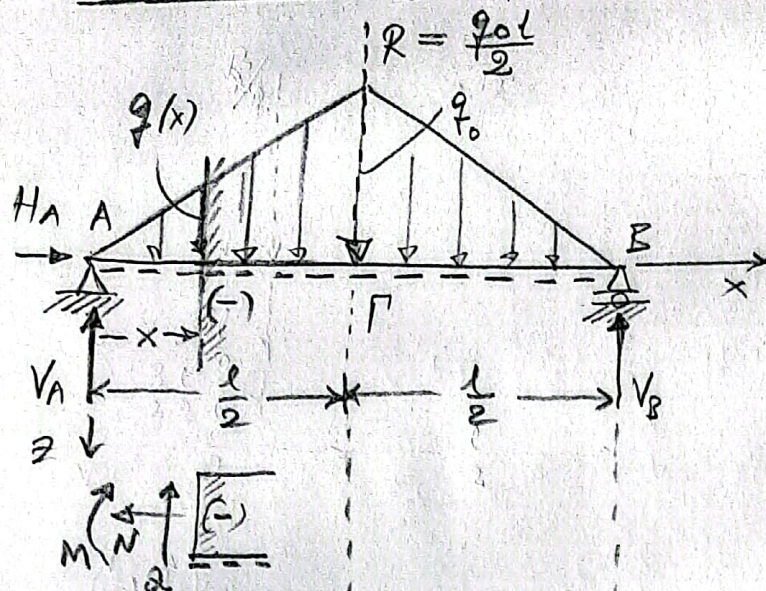
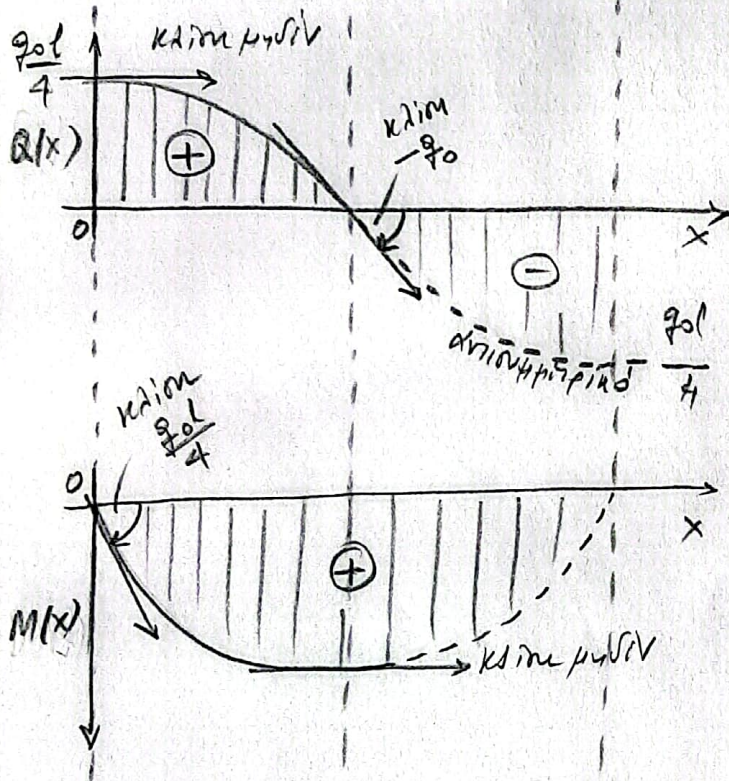


11.7 ΑΣΚΗΣΗ (Γαμπριάκης - Ζήρας, σελ. 203)



$$\frac{q(x)}{x} = \frac{q_0}{l/2} \Rightarrow q(x) = \frac{2q_0}{l}x$$



Να υπολογισθούν τα διαγράμματα N, Q, M ως απρόσπαστος βέλος

Λύση

• Αντίστροφος επιρροή

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = 0$$

$$\sum F_2 = 0 \Rightarrow V_A = V_B = \frac{R}{2} = \frac{q_0 l}{4}$$

• N, Q, M

N, M : συμπίεση, Q : αντισυμπίεση, ως προς τον άξονα συμπίεσης. Άρα μόνο το στα χέρια

Τμήμα ΑΓ, $0 \leq x \leq \frac{l}{2}$ (αναγωγή συν. αρνητική διατομή από άριστη)

$N(x) = 0$, μηδενική διατομή

$$Q(x) = V_A - \frac{q(x) \cdot x}{2} = \frac{q_0 l}{4} - \frac{q_0}{l} x^2$$

ωραίοι διατομή

$$Q(0) = \frac{q_0 l}{4}, Q\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \quad (M_{\max})$$

Καθίστωση: $k_Q = \frac{d^2 Q}{dx^2} = -\frac{2q_0}{l}$ αρνητική, άρα τα κοίλα ως τα κάτω

$$\text{Καίτοις } \frac{dQ}{dx} \Big|_0 = -q(x) \Big|_0 = 0$$

$$\frac{dQ}{dx} \Big|_{\frac{l}{2}} = -q(x) \Big|_{\frac{l}{2}} = -q_0 < 0$$

$$M(x) = xV_A - \frac{x}{3} \cdot \frac{q(x) \cdot x}{2} = \frac{q_0 l}{4} x - \frac{x^3}{6} \frac{2q_0}{l} = \frac{q_0 l}{4} x - \frac{q_0}{3l} x^3$$

$$M(0) = 0, M\left(\frac{l}{2}\right) = M_{\max} = \frac{q_0 l^2}{12}$$

Καθίστωση: $k_M = \frac{d^2 M}{dx^2} = -q(x) = -\frac{2q_0}{l}x$, αρνητική άρα τα κοίλα ως τα κάτω

$$\text{Καίτοις } \frac{dM}{dx} \Big|_0 = Q(0) = \frac{q_0 l}{4} > 0, \frac{dM}{dx} \Big|_{\frac{l}{2}} = Q\left(\frac{l}{2}\right) = 0 \quad (\text{ωραίοις από το } M_{\max})$$

Ενταλματισμός με ολοκλήρωση (στο τμήμα AB , $0 \leq x \leq \frac{l}{2}$)

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x) \xrightarrow{\int_0^x} Q(x) = Q(0) - \frac{q_0}{l} \int_0^x x dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{Q(x) = V_A - \frac{q_0}{l} \frac{x^2}{2} = \frac{q_0 l}{4} - \frac{q_0}{l} x^2} \quad \checkmark$$

$$\frac{dM}{dx} = Q(x) \xrightarrow{\int_0^x} M(x) = M(0) + \int_0^x Q(x) dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{M(x) = 0 + \frac{q_0 l}{4} \int_0^x dx - \frac{q_0}{l} \int_0^x x^2 dx =}$$
$$= \frac{q_0 l}{4} x - \frac{q_0}{3l} x^3} \quad \checkmark$$