

11.6 ΑΣΚΗΣΗ

11-20

Να κατασκευασθούν τα διαγράμματα N, Q, M ως προς την απόσταση x από το Α.

Λύση

• Ανάπτυξη επιφόρτισης

$$H_A = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow l V_B = \frac{2}{3} l R \Rightarrow V_B = \frac{2}{3} R$$

$$\sum F_2 = 0 \Rightarrow V_A = R - V_B = \frac{q_0 l}{2} - \frac{q_0 l}{3} = \frac{q_0 l}{6}$$

• N, Q, M

Για τμήμα ΑΒ, $0 \leq x \leq l$ (αρχή του άξονα x στο Α)

$N(x) = 0$, μηδενική διατμήση

$$Q(x) = V_A - \frac{q(x) \cdot x}{2} = \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0}{2l} x^2$$

απαλομένη διατμήση

$$Q(0) = \frac{q_0 l}{6}, \quad Q(l) = -\frac{q_0 l}{3}, \quad Q\left(\frac{l}{\sqrt{3}}\right) = 0$$

$$\frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0}{2l} x^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{l}{\sqrt{3}} \approx 0.58l$$

Καμπύλωση: $k_a = \frac{d^2 Q}{dx^2} = -\frac{dq}{dx} = -\frac{q_0}{l}$

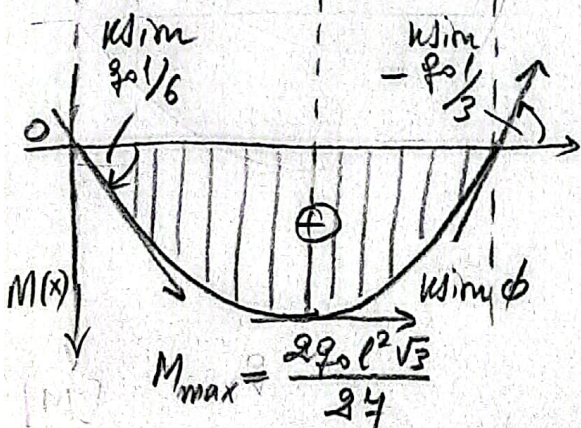
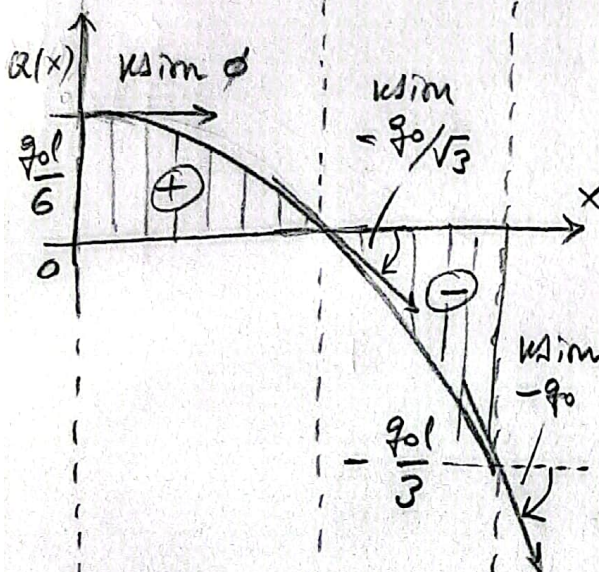
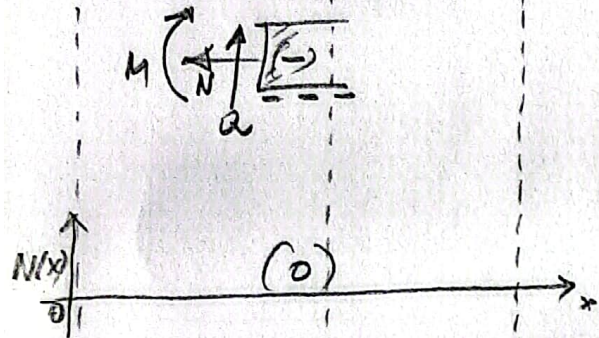
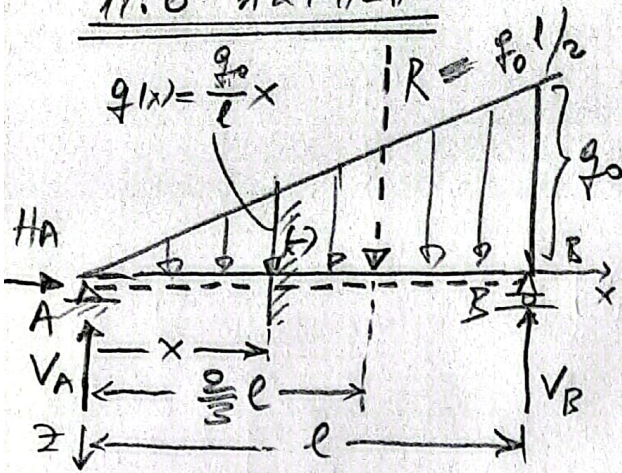
αρχή, άρα
κρίνει ως προς τα κείνη.



Κρίση $\frac{dQ}{dx} \Big|_0 = -q(0) = 0$

$$\frac{dQ}{dx} \Big|_{\frac{l}{\sqrt{3}}} = -q\left(\frac{l}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{q_0}{\sqrt{3}} < 0$$

$$\frac{dQ}{dx} \Big|_l = -q(l) = -q_0 < 0$$



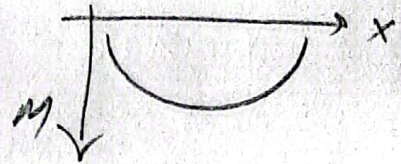
(11-21)

$$M(x) = x V_A - \frac{1}{3} x \frac{q(x) \cdot x}{2} = \frac{q_0 l}{6} x - \frac{q_0}{6l} x^3, \text{ καθώς διαδοχικά}$$

$$M(0) = 0, M(l) = 0, M_{\max} = M\left(\frac{l}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2 q_0 l^2 \sqrt{3}}{27}$$

Καμπυλότητα: $k_M = \frac{d^2 M}{dx^2} = -q(x) = -\frac{q_0}{l} x$ απαντάει, ότι

να είναι από τα κάτω



Κλίση: $\frac{dM}{dx} \Big|_0 = Q(0) = \frac{q_0 l}{6} > 0, \frac{dM}{dx} \Big|_l = Q(l) = -\frac{q_0 l}{3} < 0$

Εvaluation $Q(x)$ και $M(x)$, από ολοκλήρωση ΔE

$$\frac{dQ}{dx} = -q(x) \Rightarrow Q(x) = Q(0) + \int_0^x -q(x) dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{Q(x) = \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0}{l} \int_0^x x dx = \frac{q_0 l}{6} - \frac{q_0}{2l} x^2}$$

$$\frac{dM}{dx} = Q(x) \Rightarrow M(x) = M(0) + \int_0^x Q(x) dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{M(x) = 0 + \frac{q_0 l}{6} \int_0^x dx - \frac{q_0}{2l} \int_0^x x^2 dx = \frac{q_0 l}{6} x - \frac{q_0}{6l} x^3}$$