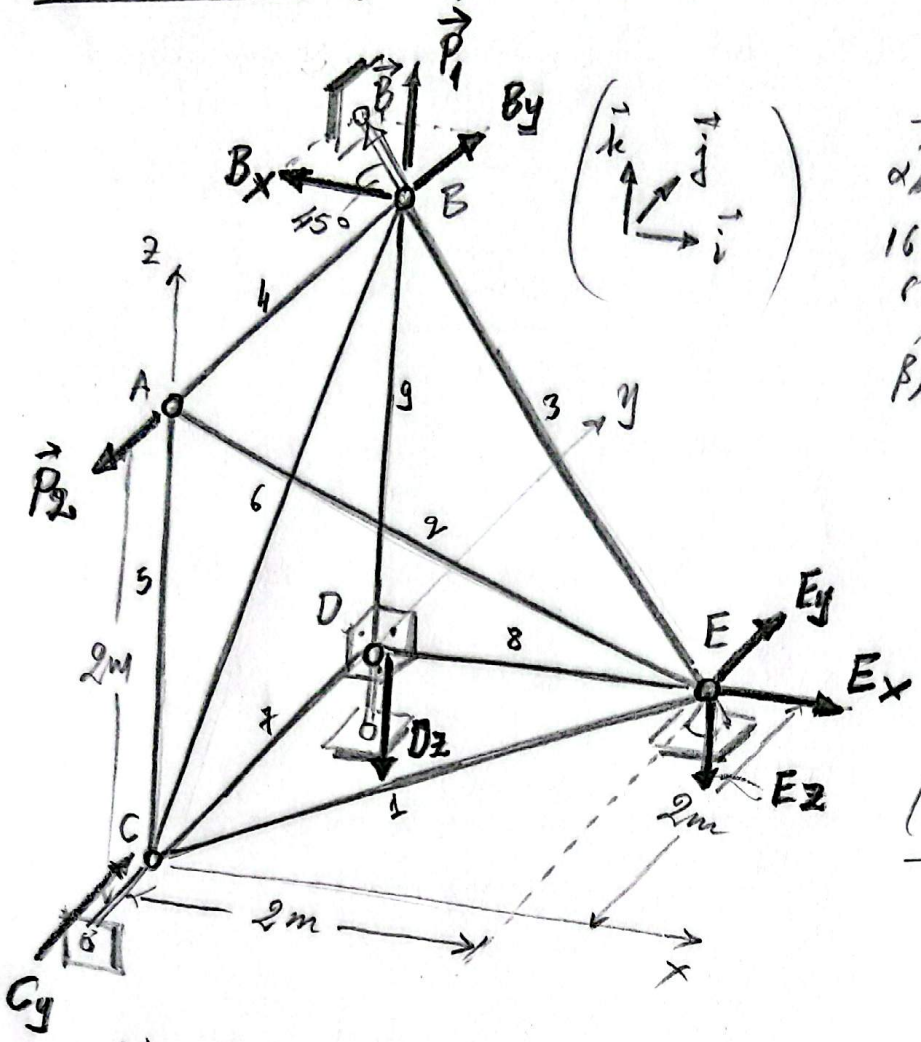
## ΑΣΚΗΣΗ 11-1 (Χωροδικτύωμα, Σεωργιάδης–Ζήσης, σελ. 180)




**Ζητούνται**

α) Να αναλυθεί η ισοστατικότητα και η στερεότητα του φορέα.

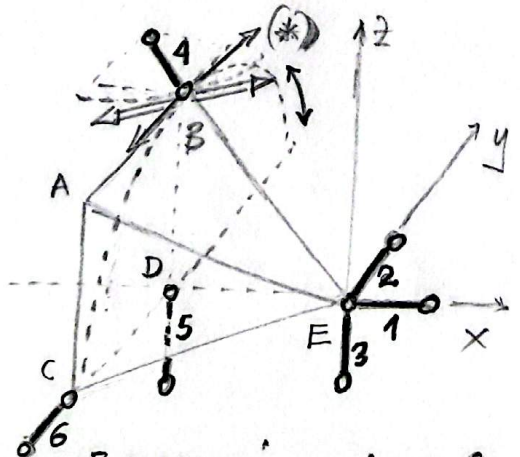
β) Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στηρίξεως.

γ) Να υπολογισθούν οι δυνάμεις των ράβδων του χωροδικτυώματος

(Δίνεται: $P_1 = P_2 = 8\,kN$)

**Λύση**

α) Εξωτερικά: 3 ράβδοι (B, C, D) και ακόμα 3 ράβδοι λόγω άρθρωσης E, άρα 6 άγνυστοι, και 6 εξισώσεις ισορροπίας, άρα ισοστατικός. Επίσης εξωτερικά στερεός διότι δεν μπορεί να εκτελέσει καμία κίνηση ή στροφή:




Περιορ. κινητότητας κατά x: λόγω 1 και 4
-"- -"- -"- y -"- 2, 4 και 6
-"- -"- -"- z -"- 3 και 5
-"- στροφής περί x -"- 4 (*)
-"- -"- -"- y -"- 4 και 5
-"- -"- -"- z -"- 4 και 6

Εσωτερικά: $\rho_{εσ} = 9$, $n = 5$, ισχύει $\rho_{εσ} = 3n - 6$, άρα εσωτερικά ισοστατικός φορ.

Επίσης εσωτερ. στερεός φορέας ως παράθεση δύο τετραέδρων.

Σαρώθηκε με το CamScanner

β) $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \underline{F_x = B_x}$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \underline{B_y + C_y + F_y = 8}$ (2)

$\Sigma F_z = 0 \Rightarrow \underline{F_z + D_z = 8}$ (3)

$\Sigma M_{BE} = 0 \Rightarrow \boxed{C_y = 0\ kN}$ (4) (διότι όλες οι υπόλοιπες δυνάμεις διέρχονται από την ευθεία BE)

$\Sigma M_{DE} = 0 \Rightarrow 2P_2 - 2B_y = 0 \Rightarrow \boxed{B_y \overset{(45^\circ)}{=\!=} B_x = 8\ kN}$ (5)

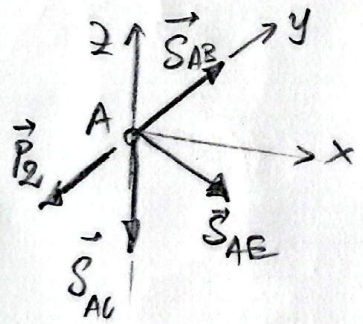
(1), (5) $\Rightarrow \boxed{F_x = 8\ kN}$ (6)

(2), (4), (5) $\Rightarrow \boxed{F_y = 0\ kN}$ (7)

$\Sigma M_{DC} = 0 \Rightarrow 8B_x - 8F_z = 0 \overset{(5)}{\Rightarrow} \boxed{F_z = 8\ kN}$ (8)

(3), (8) $\Rightarrow \boxed{D_z = 0\ kN}$ (9)

γ) Κόμβος A (3 άγνωστοι, 3 εξισώσεις ισορροπίας)




$\vec{S}_{AB} = S_{AB}\vec{j}$, $\vec{S}_{AC} = -S_{AC}\vec{k}$, $\vec{P}_2 = -P_2\vec{j}$ (8 ∥)

$\vec{AE} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}\ m$, $AE = 2\sqrt{3}\ m$

$\vec{e}_{AE} = \frac{\vec{AE}}{AE} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$

$\vec{S}_{AE} = \frac{S_{AE}}{\sqrt{3}}(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$

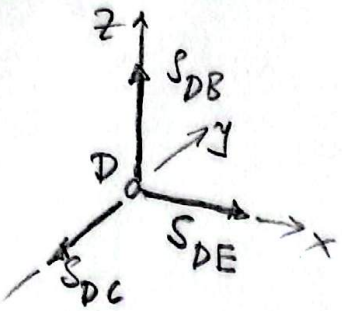
Ισορροπία: $\vec{S}_{AB} + \vec{S}_{AC} + \vec{P}_2 + \vec{S}_{AE} = \vec{0} \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{AB}\vec{j} - S_{AC}\vec{k} - 8\vec{j} + \frac{S_{AE}}{\sqrt{3}}(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = \vec{0} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} (\vec{i}): \boxed{S_{AE} = 0\ kN} \\ (\vec{j}): \boxed{S_{AB} = 8\ kN}\ \underline{E} \\ (\vec{k}): \boxed{S_{AC} = 0\ kN} \end{cases}$

Σαρώθηκε με το CamScanner

## Κόμβος D

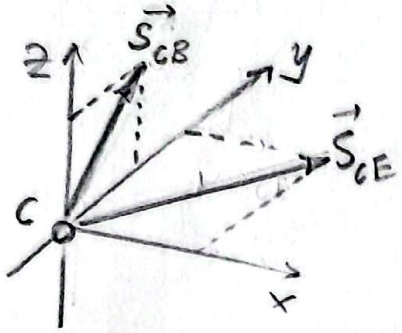



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{S_{DE} = 0 \text{ kN}}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \boxed{S_{DC} = 0 \text{ kN}}$

$\Sigma F_z = 0 \Rightarrow \boxed{S_{DB} = 0 \text{ kN}}$

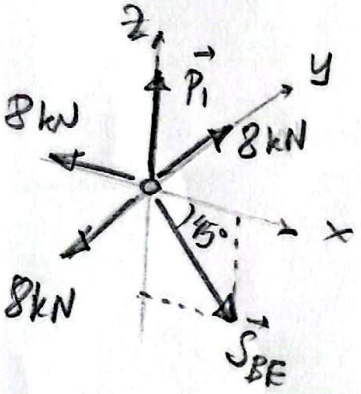
## Κόμβος C




$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{S_{CE} = 0 \text{ kN}}$

$\boxed{S_{CB} = 0 \text{ kN}}$

## Κόμβος B




$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} S_{BE} = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{S_{BE} = 8\sqrt{2} \text{ kN}}$

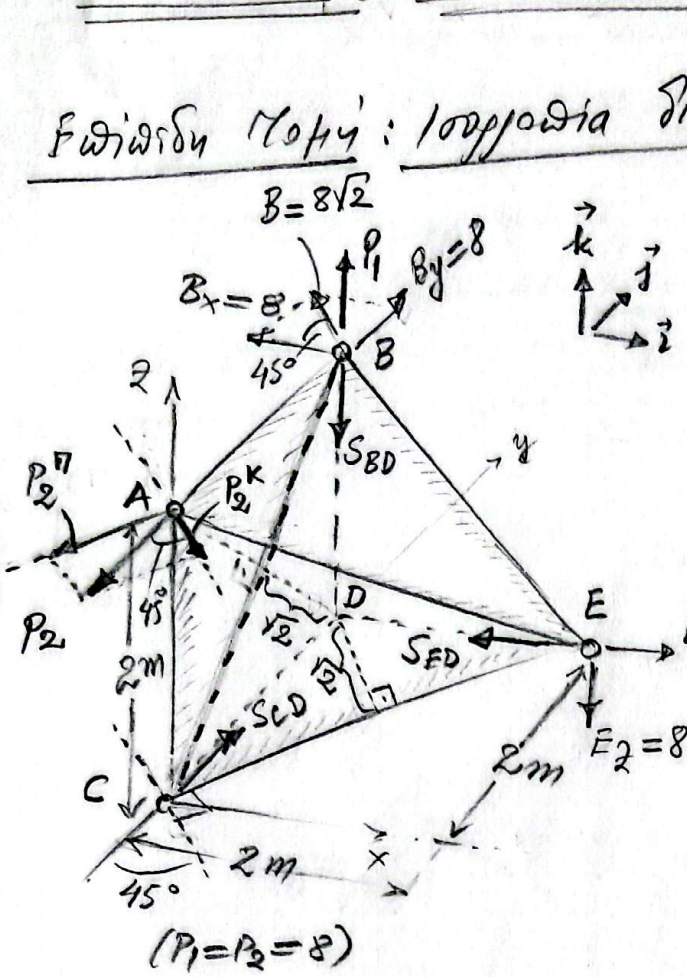
Ε

| ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΡΑΒΔΩΝ | | |
|---|---|---|
| $S_{AE}$ | 0 kN | - |
| $S_{AB}$ | 8 | Ε |
| $S_{AC}$ | 0 | - |
| $S_{DE}$ | 0 | - |
| $S_{DC}$ | 0 | - |
| $S_{DB}$ | 0 | - |
| $S_{CE}$ | 0 | - |
| $S_{CB}$ | 0 | - |
| $S_{BE}$ | $8\sqrt{2}$ | Ε |

Σαρώθηκε με το CamScanner

# Εναλλακτικός (αλλά απλούστερος) τρόπος με τομές Ritter

## Πρώτη τομή: ισορροπία δίκυκλου ABCE




$\Sigma M_{BE}=0 \Rightarrow \boxed{S_{CD}=0}$

$\vec{M}_B^{\vec{E}_2} = \vec{BE}\times\vec{E}_2 = (2\vec{i}-2\vec{k})\times(-8\vec{k}) = +16\vec{j}$

$\vec{e}_{BC}=\frac{\vec{BC}}{BC}$, $\vec{BC}=-2\vec{j}-2\vec{k}$, $BC=2\sqrt{2}$

$\vec{e}_{BC}=-\frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}-\frac{\vec{k}}{\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{j}+\vec{k})$

$M_{BC}^{\vec{E}_2}=\vec{M}_B^{\vec{E}_2}\cdot\vec{e}_{BC}=-8\sqrt{2}$

$\Sigma M_{BC}=0 \Rightarrow -8\sqrt{2}-S_{ED}\sqrt{2}+8\sqrt{2}=0$ ($E_x$)

$\Rightarrow \boxed{S_{ED}=0}$

---

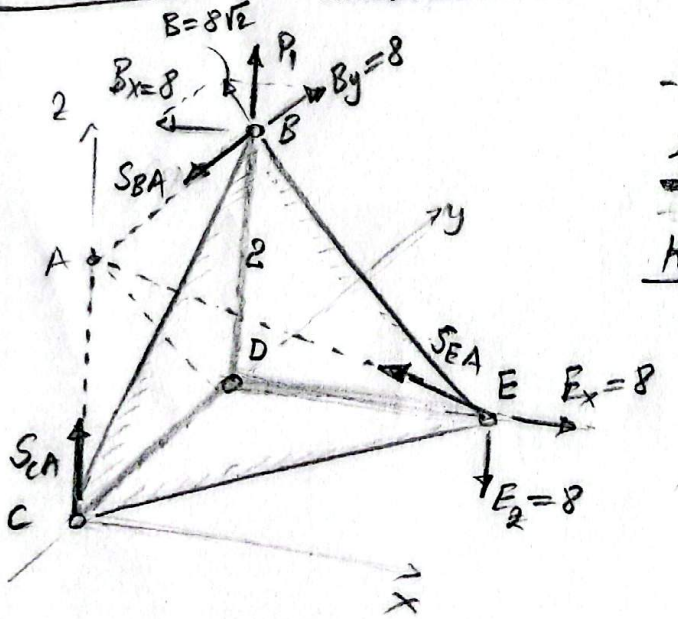
$\Sigma M_{CE}=0 \Rightarrow 2\cdot P_2^K-\sqrt{2}S_{BD}+\sqrt{2}\cdot P_1-2\cdot\frac{8\sqrt{2}}{B}=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}P_2-\sqrt{2}S_{BD}+\sqrt{2}P_1-2\cdot 8\sqrt{2}=0 \Rightarrow S_{BD}=8+8-2\cdot 8 \Rightarrow$

$\boxed{S_{BD}=0}$

---

## Δεύτερη τομή: ισορροπία δίκυκλου BCED

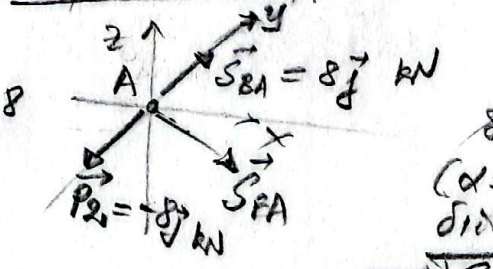



$\Sigma M_{BE}=0 \Rightarrow \boxed{S_{CA}=0}$

$\Sigma M_{DE}=0 \Rightarrow S_{BA}=B_y \Rightarrow \boxed{S_{BA}=8\ kN}$ Εφ.

---

Κομβικός Α (ισορροπία κατά x, y, z)




Κατά $\vec{j}$:

$-8-8+\alpha S_{EA}=0$

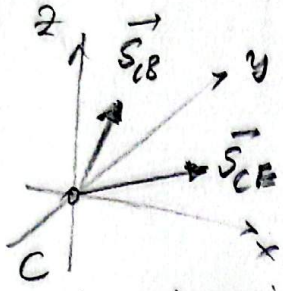
($\alpha\neq 0$ δίνει τη διεύθυνση του $S_{EA}$)

$\Rightarrow \boxed{S_{EA}=0}$

---

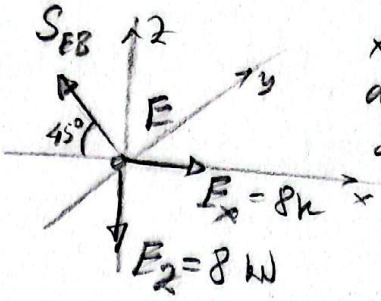
Σαρώθηκε με το CamScanner

## Κόμβος C



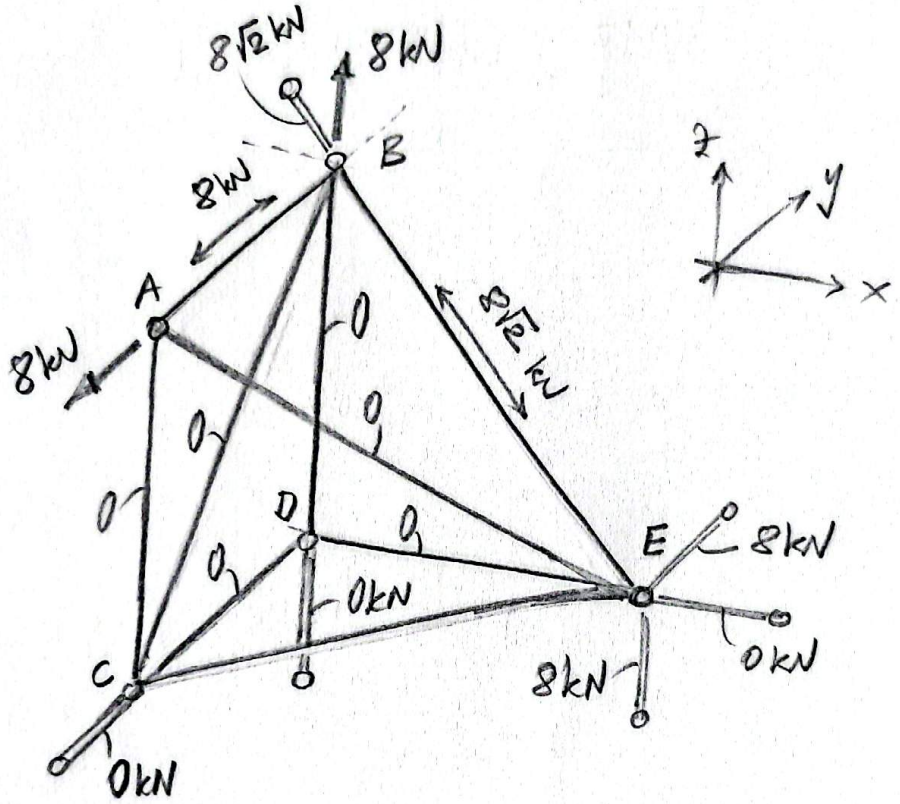

Ο κόμβος C είναι εξωτερικά αφόρτιστος. Η $\vec{S}_{CB}$ είναι επός yz-επιπέδου και η $\vec{S}_{CE}$ επός xy-επιπέδου. Και αφού κατά $\vec{k}$ ισορροπία προκύπτει αμέσως $\boxed{S_{CB}=0}$, και κατά συνέπεια και $\boxed{S_{CE}=0}$

## Κόμβος E




$\vec{S}_{EB}$ επός xz-επιπέδου, άρα $S_{EB} = 8\sqrt{2}$ ⇒

⇒ $\boxed{S_{EB} = 11.31 \text{ kN}}$ Εφ.




Σαρώθηκε με το CamScanner