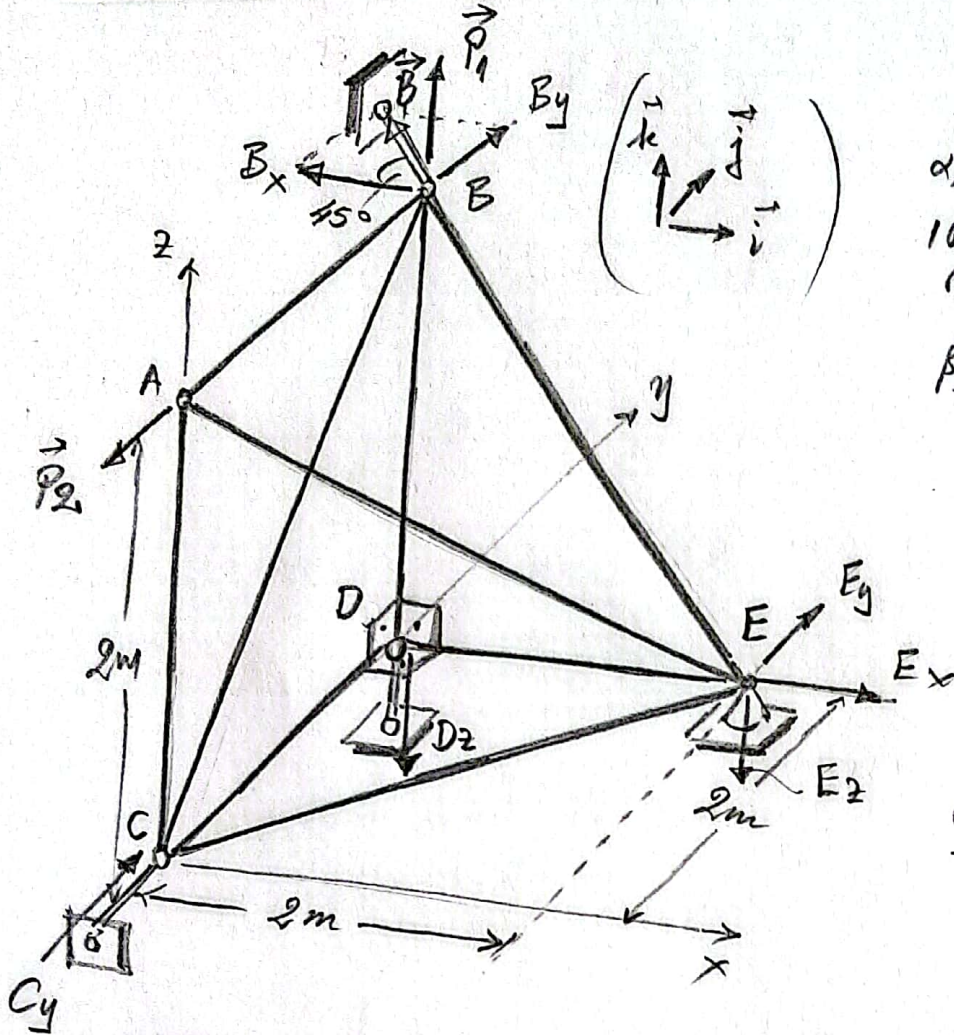


10.1 ΑΣΚΗΣΗ (Χωροδυναμικά, Γεωμετρίας-2ήμος, σελ. 180)



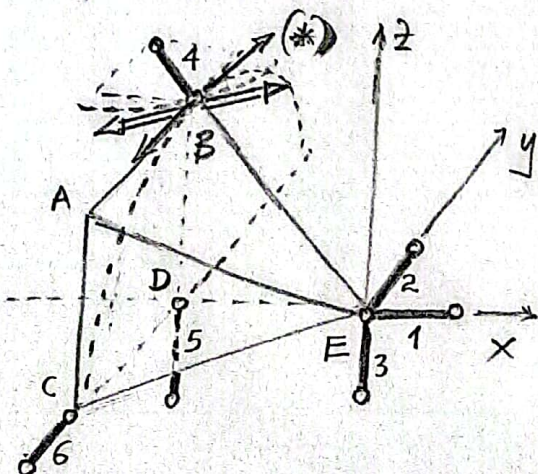
Ζητούμενα

- Να αναλυθεί η ισοστατικότητα και η επιρροή του γόφου.
- Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στήριξης.
- Να υπολογισθούν οι διαφάνσεις των ράβδων του χωροδυναμικού.

(Δίνεται: $P_1 = P_2 = 8 \text{ kN}$)

Λύση

- Εξωτερικά: 3 ράβδοι (B, C, D) και 1 χωρική άρθρωση (E) δηλαδή 6 άγνωστοι, και 6 εξωτερικές ισοστατικές, άρα ισοστατική. Επειδή είναι στερεός δίσκος δεν μπορούμε να συνδέσουμε κάποια μέση ή στεφάνη:



Περιορ. κινήσεως κατά x: 1 και 4
 -||- -||- -||- y -||- 2, 4 και 6
 -||- -||- -||- z -||- 3 και 5
 -||- στεφάνη περί x -||- 4 (*)
 -||- -||- -||- y -||- 5
 -||- -||- -||- z -||- 4 και 6

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_x = B_x \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y + C_y + F_y = 8 \quad (2)$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow F_z + D_z = 8 \quad (3)$$

$$\sum M_{BE} = 0 \Rightarrow C_y = 0 \text{ kN} \quad (4) \quad \left(\begin{array}{l} \text{δίνω axes οι υπολοίπες δυνάμεις} \\ \text{δίνονται από την ερώτηση BE} \end{array} \right)$$

$$\sum M_{DE} = 0 \Rightarrow 2F_z - 2B_y = 0 \Rightarrow B_y \stackrel{(45^\circ)}{=} F_z = 8 \text{ kN} \quad (5)$$

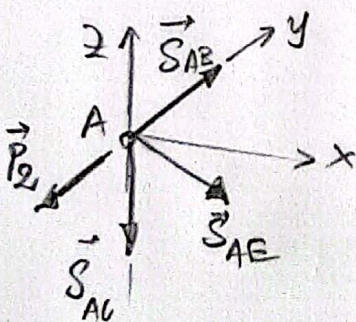
$$(1), (5) \Rightarrow F_x = 8 \text{ kN} \quad (6)$$

$$(2), (4), (5) \Rightarrow F_y = 0 \text{ kN} \quad (7)$$

$$\sum M_{DC} = 0 \Rightarrow 2B_x - 2F_z = 0 \stackrel{(5)}{\Rightarrow} F_z = 8 \text{ kN} \quad (8)$$

$$(3), (8) \Rightarrow D_z = 0 \text{ kN} \quad (9)$$

γ) Κόμβος A (3 άγνωστοι, 3 εξισώσεις ισορροπίας)



$$\vec{S}_{AB} = S_{AB} \vec{j}, \quad \vec{S}_{AC} = -S_{AC} \vec{k}, \quad \vec{P}_2 = -8 \vec{j}$$

$$\vec{AE} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k} \text{ m}, \quad AE = 2\sqrt{3} \text{ m}$$

$$\vec{e}_{AE} = \frac{\vec{AE}}{AE} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$$

$$\vec{S}_{AE} = \frac{S_{AE}}{\sqrt{3}}(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$$

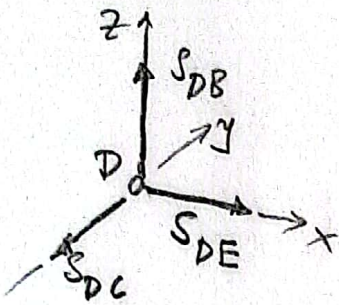
$$\text{Ισορροπία: } \vec{S}_{AB} + \vec{S}_{AC} + \vec{P}_2 + \vec{S}_{AE} = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{AB} \vec{j} - S_{AC} \vec{k} - 8 \vec{j} + \frac{S_{AE}}{\sqrt{3}}(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = \vec{0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\vec{i}): S_{AE} = 0 \text{ kN} \\ (\vec{j}): S_{AB} = 8 \text{ kN} \\ (\vec{k}): S_{AC} = 0 \text{ kN} \end{cases} \quad \underline{\underline{E}}$$

10-3

Κόμβος D

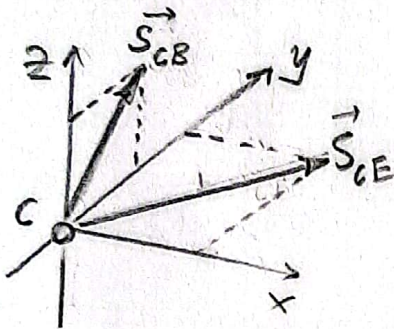


$$\sum F_x = 0 \Rightarrow S_{DE} = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_{DC} = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow S_{DB} = 0 \text{ kN}$$

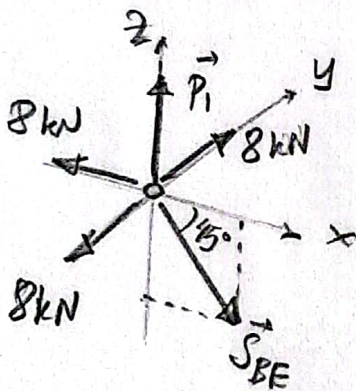
Κόμβος C



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow S_{CE} = 0 \text{ kN}$$

$$S_{CB} = 0 \text{ kN}$$

Κόμβος B



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} S_{BE} = 8 \Rightarrow$$

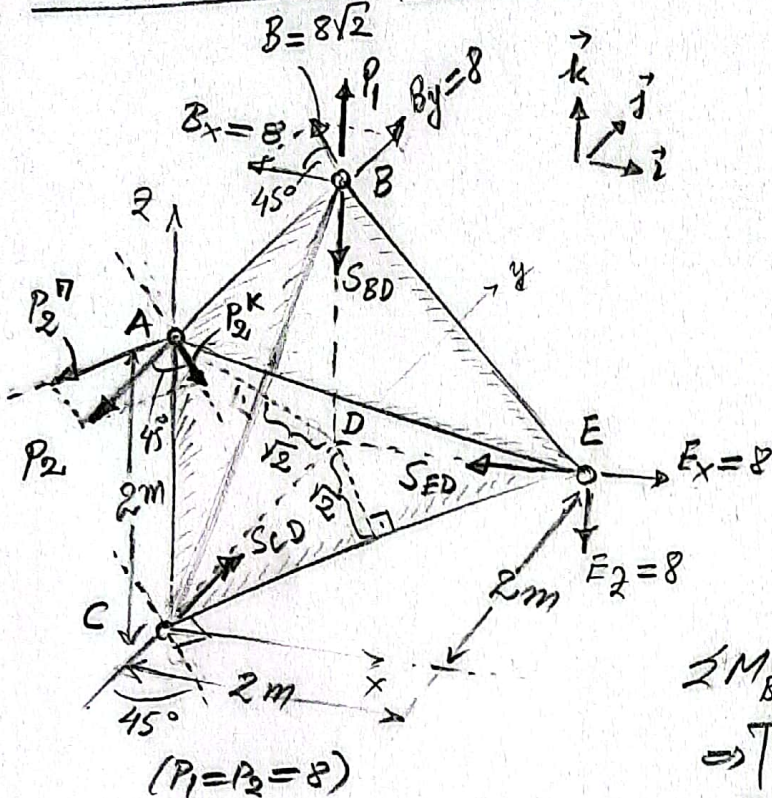
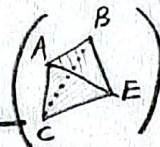
$$\Rightarrow S_{BE} = 8\sqrt{2} \text{ kN}$$

E

ΤΙΝΑΚΑΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΜΑΡΜΕΝ		
S_{AE}	0 kN	-
S_{AB}	8	E
S_{AC}	0	-
S_{DE}	0	-
S_{DC}	0	-
S_{DB}	0	-
S_{CE}	0	-
S_{CB}	0	-
S_{BE}	$8\sqrt{2}$	E

Επιλυση (αλλα ανιχνωση) προβλως με μοχλως

Επιλυση Μοχλ: ισορροπια δικτυου ABCE



$$\sum M_{BE} = 0 \Rightarrow \boxed{S_{CD} = 0}$$

$$\vec{M}_B^{\vec{F}_2} = \vec{BE} \times \vec{F}_2 = (-2\vec{j} - 2\vec{k}) \times (-8\vec{k}) = +16\vec{j}$$

$$\vec{e}_{BC} = \frac{\vec{BC}}{BC}, \vec{BC} = -2\vec{j} - 2\vec{k}, BC = 2\sqrt{2}$$

$$\vec{e}_{BC} = -\frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{k}}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{j} + \vec{k})$$

$$M_{BC}^{\vec{F}_2} = \vec{M}_B^{\vec{F}_2} \cdot \vec{e}_{BC} = -8\sqrt{2}$$

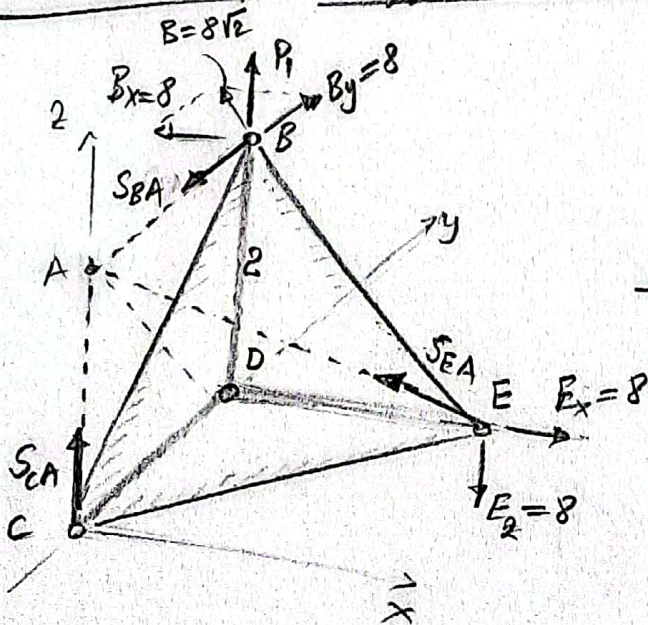
$$\sum M_{BC} = 0 \Rightarrow -8\sqrt{2} - S_{ED}\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{ED} = 0}$$

$$\sum M_{CE} = 0 \Rightarrow 2 \cdot P_2^k - \sqrt{2} S_{BD} + \sqrt{2} P_1 - 2 \cdot \frac{8\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} P_2 - \sqrt{2} S_{BD} + \sqrt{2} P_1 - 2 \cdot 8\sqrt{2} = 0 \Rightarrow S_{BD} = 8 + 8 - 2 \cdot 8 \Rightarrow \boxed{S_{BD} = 0}$$

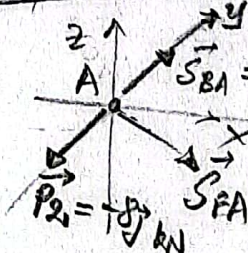
Επιλυση Μοχλ: ισορροπια δικτυου BCED



$$\sum M_{BE} = 0 \Rightarrow \boxed{S_{CA} = 0}$$

$$\sum M_{DE} = 0 \Rightarrow S_{BA} = By \Rightarrow \boxed{S_{BA} = 8 \text{ kN}} \text{ (Εφ.)}$$

Ρολος Α (ισορροπια κατα x, y, z)



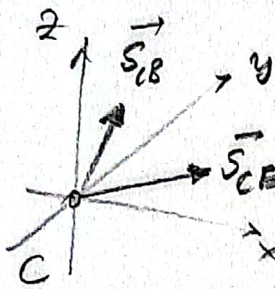
Κατα $\vec{j}$:

$$8 - 8 + \alpha S_{EA} = 0 \quad (\alpha \neq 0 \text{ δινει την διωνυση των } S_{EA})$$

$$\Rightarrow \boxed{S_{EA} = 0}$$

Κόμβος C

Ο κόμβος C είναι εξωτερικά αρθρωτός. Η $\vec{S}_{CB}$ είναι ενός $y2$ -επιπέδου και η $\vec{S}_{CE}$ ενός xy -επιπέδου, και αφού και k ισορροπία αποκρίθηκε αμέσως $\boxed{S_{CB} = 0}$, και κατά συνέπεια και $\boxed{S_{CE} = 0}$.



Κόμβος E

$\vec{S}_{EB}$ ενός $x2$ -επιπέδου, άρα $S_{EB} = 8\sqrt{2}$
 $\Rightarrow \boxed{S_{EB} = 11.31 \text{ kN}} \quad \text{εφ.}$

