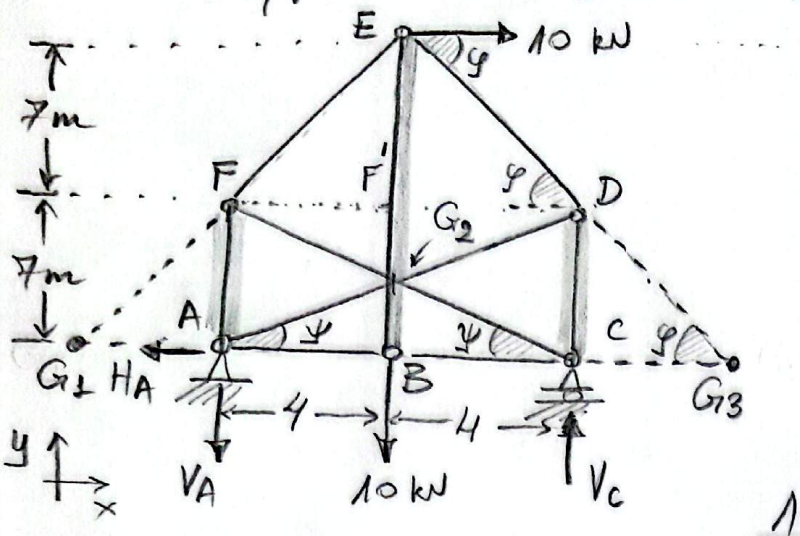
ΑΣΚΗΣΗ 10–12 (Μέθοδος τομών Ritter)

(Γεωργιάδης – Ζήσης, σελ. 185)



Συντρόνται

α) Να αναλυθεί η ισοστατικότητα και η στερεότητα του φορέα.

β) Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις στηρίξεως

γ) Να υπολογισθούν οι δυνάμεις των ράβδων του δικτυώματος

Λύση

α) Εξωτερικά: 3 άγνωστες αντιδράσεις και 3 εξισώσεις ισορροπίας άρα ισοστατικός. Επίσης στερεός διότι οι 3 ράβδοι στηρίξης δεν συντρέχουν και δεν είναι παράλληλες.

Εσωτερικά: $\rho_{εσ} = 9$, $n = 6$, άρα ισχύει ότι $\rho_{εσ} = 2n - 3$, άρα ισοστατικός ελεύθερος φορέας. Επίσης είναι και στερεός διότι προκύπτει για σύνδεση 3 δίσκων (ράβδοι AF, BE, CD) που συνδέονται ανά 2 με 2 ράβδους τα 3 σημεία τομής, G_1, G_2, G_3, των οποίων δεν είναι συνευθειακά (τριαρθρωτό τόξο και προφανώς ισχύει και η $n = 3n - 3$, $n = 6$, $n = 3$)

β) $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \boxed{H_A = 10 \text{ kN}}$

$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 8V_c - 4\times10 - 14\times10 = 0 \Rightarrow \boxed{V_c = 22.5 \text{ kN}}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow -V_A - 10 + 22.5 = 0 \Rightarrow \boxed{V_A = 12.5 \text{ kN}}$

γ) Γεωμετρία

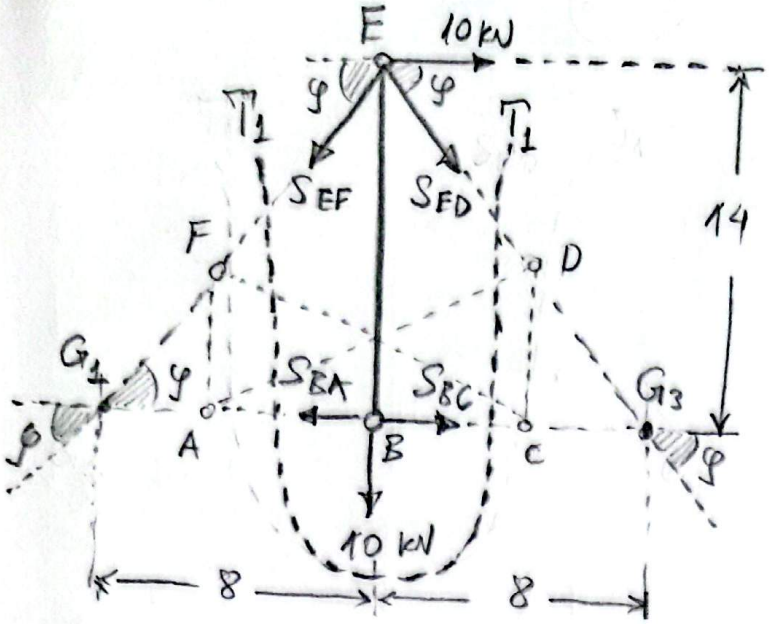
$\varphi = \tan^{-1}\frac{7}{4} = 60.26°$: $\cos\varphi = 0.496$, $\sin\varphi = 0.868$

$\psi = \tan^{-1}\frac{7}{8} = 41.19°$: $\cos\psi = 0.753$, $\sin\psi = 0.659$

$\overset{\triangle}{EFF'}$, $\overset{\triangle}{EG_1B}$ όμοια τρίγωνα : $\frac{G_1B}{14} = \frac{4}{7} \Rightarrow G_1B = 8\text{ m}$

$G_3B = 8\text{ m}$

Σαρώθηκε με το CamScanner



$\circlearrowleft \Sigma M_{G_3} = 0 \Rightarrow$ Ολίσθηση S_{EF} στο G_1

$\Rightarrow 16\, S_{EF} \sin\varphi + 8\times 10 - 14\times 10 = 0$

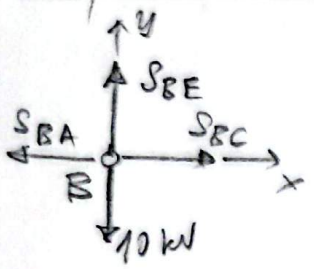
$\Rightarrow \boxed{S_{EF} = 4.32\ kN}$ Εφ.

$\circlearrowleft \Sigma M_{G_1} = 0 \Rightarrow$ Ολίσθηση S_{ED} στο G_3

$\Rightarrow -16\, S_{ED} \sin\varphi - 8\times 10 - 14\times 10 = 0$

$\Rightarrow \boxed{S_{ED} = -15.84\ kN}$ Ολ.

Κόμβος B



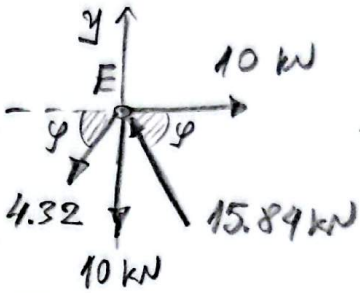
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow$

$\boxed{S_{BA} = S_{BC}}$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$

$\boxed{S_{BE} = 10\ kN}$ Εφ.

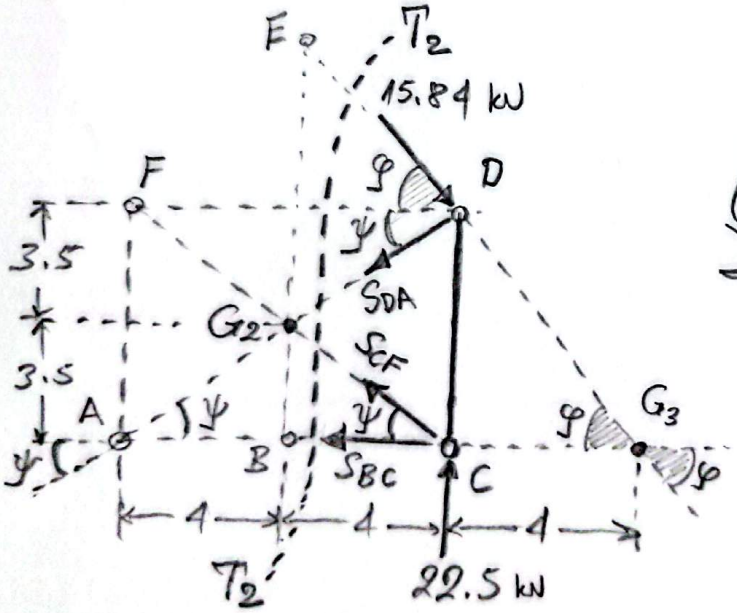
Κόμβος E



Έλεγχος x:

$4.32\cos\varphi + 15.84\cos\varphi = 10\ kN$ ✓

Έλεγχος y: $15.84\sin\varphi - 4.32\sin\varphi = 10\ kN$ ✓



$\circlearrowleft \Sigma M_C = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 8\, S_{DA} \sin\psi - 4\times 15.84 \sin\varphi = 0 \Rightarrow$

Ολίσθηση στο A Ολίσθηση στο G_3

$\Rightarrow \boxed{S_{DA} = 10.43\ kN}$ Εφ.

$\circlearrowleft \Sigma M_{G_2} = 0 \Rightarrow -3.5\, S_{BC} - 4\times 15.84 \sin\varphi - 3.5\times 15.84\cos\varphi + 4\times 22.5 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{S_{BC} = 2.14\ kN}$ Εφ. , $\boxed{S_{BA} = 2.14\ kN}$ Εφ.

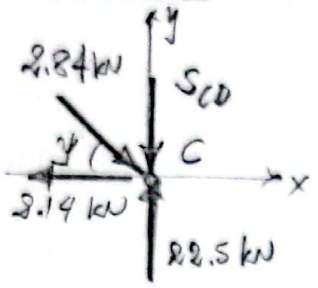
$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow 15.84\cos\varphi - S_{DA}\cos\psi - S_{BC} - S_{CF}\cos\psi = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 15.84\times 0.496 - 10.43\times 0.753 - 2.14 - 0.753\, S_{CF} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{S_{CF} = -2.84\ kN}$ Ολ.

Σαρώθηκε με το CamScanner

Κόμβος C



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$

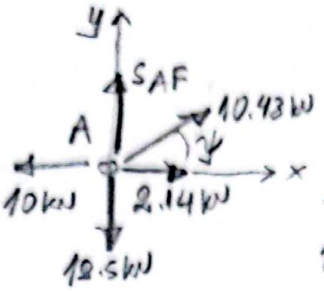
$S_{CD} = 22.5 - 2.84 \eta\mu\psi \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{S_{CD} = 20.63\ kN}$ (Θ)

Έλεγχος κατά x:

$2.84 \sigma\upsilon\nu\psi = 2.14\ kN$ ✓

Κόμβος A



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$

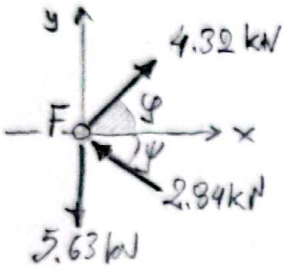
$S_{AF} = 12.5 - 10.43 \eta\mu\psi \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{S_{AF} = 5.64\ kN}$ (Ε)

Έλεγχος κατά x:

$10.43 \cdot \sigma\upsilon\nu\psi + 2.14 = 10\ kN$ ✓

Κόμβος F



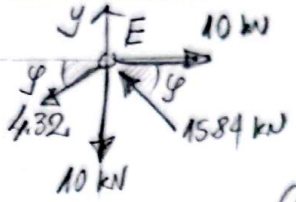
Έλεγχος κατά x:

$4.32 \sigma\upsilon\nu\varphi = 2.84 \sigma\upsilon\nu\psi$ ✓

Έλεγχος κατά y:

$4.32 \eta\mu\varphi + 2.84 \eta\mu\psi = 5.63\ kN$ ✓

Κόμβος E



Έλεγχος κατά x:

$(15.84 + 4.32) \sigma\upsilon\nu\varphi = 10\ kN$ ✓

Έλεγχος κατά y:

$(15.84 - 4.32) \eta\mu\varphi = 10\ kN$ ✓

ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΡΑΒΔΩΝ		
S_{EF}	4.32 kN	Ε
S_{FD}	15.84	Θ
S_{BE}	10	Ε
S_{DA}	10.43	Ε
S_{BC}	2.14	Ε
S_{FA}	2.14	Ε
S_{CF}	2.84	Θ
S_{CD}	20.63	Θ
S_{AF}	5.64	Ε

Σαρώθηκε με το CamScanner