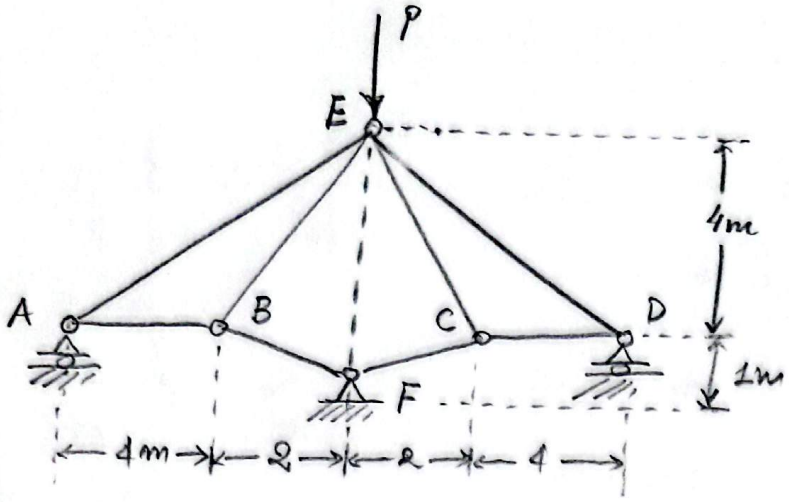
ΑΣΚΗΣΗ 10–6 (Μέθοδος Κρεμόνα)



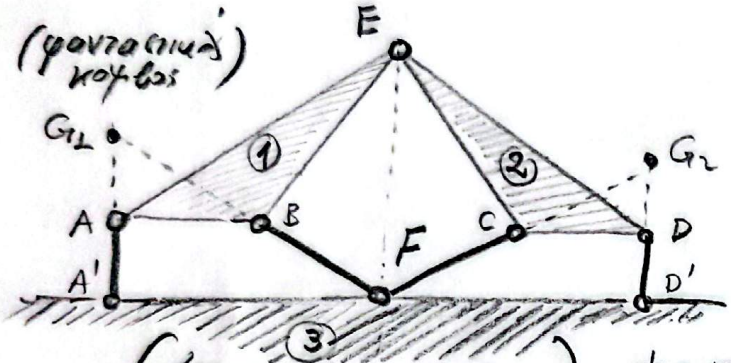
Δίνονται $P = 10\ kN$

Ζητούνται:

α) Να αναλυθεί η ισοστατικότητα και στερεότητα του δικτυωτού φορέα.

β) Να υπολογιστούν οι αντιδράσεις στηρίξεως

γ) Να υπολογιστούν οι δυνάμεις των ράβδων με τη μέθοδο των κρεμόνων.



Λύση

α) Ο φορέας είναι τριαρθρωτό τόξο

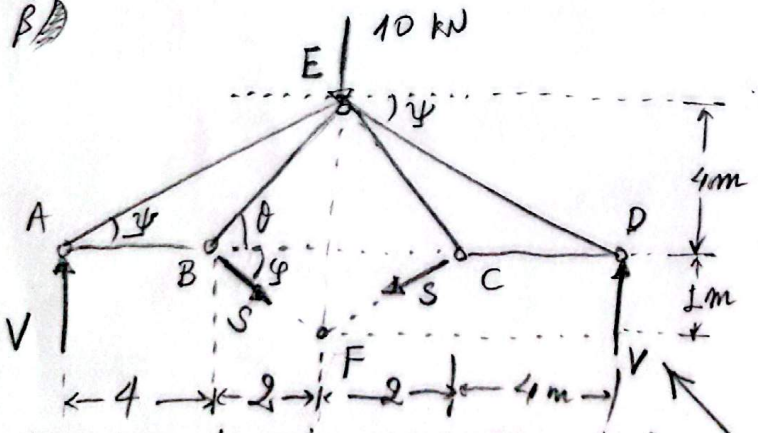
$$n = \begin{cases} E: 2 \\ FB: 1 \\ FC: 1 \\ DD': 1 \\ AA': 1 \end{cases} = 6 \text{ ράβδοι},$$

$n = 3$ δίσκοι,

άρα ισχύει: $\boxed{n = 3n - 3}$ άρα **ισοστατικός**.

Επίσης ο φορέας είναι και στερεός διότι οι E, G_1, G_2 δεν είναι συνευθειακές.

β)



(έχει ληφθεί υπόψη η συμμετρία)

Γωνίες

$$\psi = \tan^{-1}\frac{4}{6} = 33.69^\circ \begin{cases} \cos\psi = 0.832 \\ \sin\psi = 0.554 \end{cases}$$

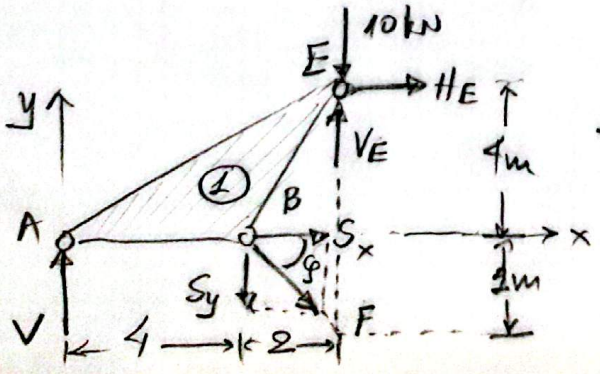
$$\theta = \tan^{-1}\frac{4}{2} = 63.43^\circ \begin{cases} \cos\theta = 0.447 \\ \sin\theta = 0.894 \end{cases}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{1}{2} = 26.57^\circ \begin{cases} \cos\varphi = 0.894 \\ \sin\varphi = 0.447 \end{cases}$$

Ισορροπία στον συολικό φορέα

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 2V - 2S\sin\psi = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V - 0.447S = 5 \quad (1)$$



Ισορροπία δίσκου (1)

$$\circlearrowleft \Sigma M_E = 0 \Rightarrow 6V - 4S_x - 2S_y = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3V - 2S\cos\varphi - S\sin\varphi = 0 \Rightarrow$$

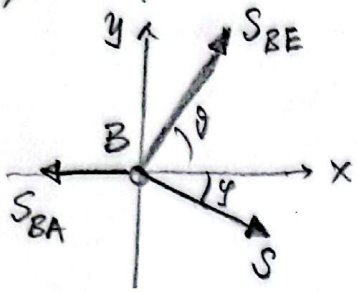
$$\Rightarrow \boxed{3V - 2.235S = 0} \quad (2)$$

Σαρώθηκε με το CamScanner

(1) $\Rightarrow 3V - 1.341S = 15$
(2): $3V - 2.235S = 0$ $\Big\} \Rightarrow 2.235S - 1.341S = 15 \Rightarrow \boxed{S = 16.78\ kN}$ (3)

(2),(3) $\Rightarrow V = \frac{2.235}{3} 16.78 \Rightarrow \boxed{V = 12.52\ kN}$ (4)

γ) Κόμβος B



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow S_{BE} \sin\theta = S \sin\psi \Rightarrow S_{BE} = \frac{0.447}{0.894} 16.78 \Rightarrow$

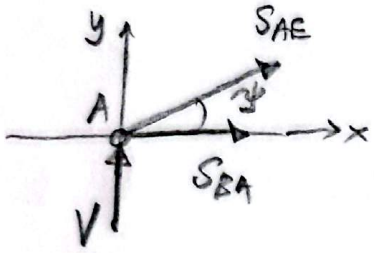
$\Rightarrow \boxed{S_{BE} = 8.39\ kN}$ (5) Εφ/Δκ.

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow S_{BA} = S\cos\psi + S_{BE}\cos\theta \overset{(3)}{\underset{(5)}{=}}$

$= 16.78 \times 0.894 + 8.39 \times 0.447 \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{S_{BA} = 18.75\ kN}$ (6) Εφ/Δκ.

Κόμβος A



$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow S_{AE}\cos\psi = -S_{BA} \overset{(6)}{\Rightarrow}$

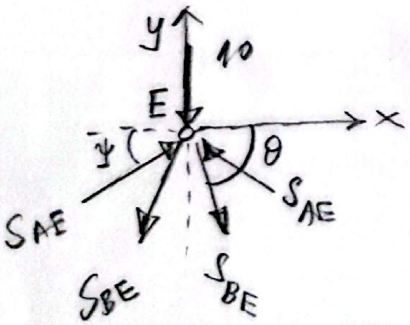
$\Rightarrow S_{AE} = -\frac{18.75}{0.832} \Rightarrow \boxed{S_{AE} = -22.54\ kN}$ (7)

Θλιπτική

Έλεγχος κατά y: $S_{AE} \sin\psi \overset{?}{=} -V =$

$= -22.54 \times 0.554 = -12.49 \cong -V$

Κόμβος E



Έλεγχος κατά y:

$2 \cdot S_{AE} \sin\psi - 2 \cdot S_{BE} \sin\theta - 10 \overset{?}{=} 0 =$

$= +22.54 \times 0.554 - 8.39 \times 0.894 - 5 =$

$= +12.49 - 7.50 - 5 \cong 0$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΥΝΑΜ. ΡΑΒΔΩΝ		
$S_{AE} = S_{DE}$	22.54 kN	θ
$S_{BE} = S_{CE}$	8.39	E
$S_{BA} = S_{CD}$	18.75	E

Σαρώθηκε με το CamScanner