



Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Ηλεκτρομηχανική Μετατροπή Ενέργειας

Ασκήσεις

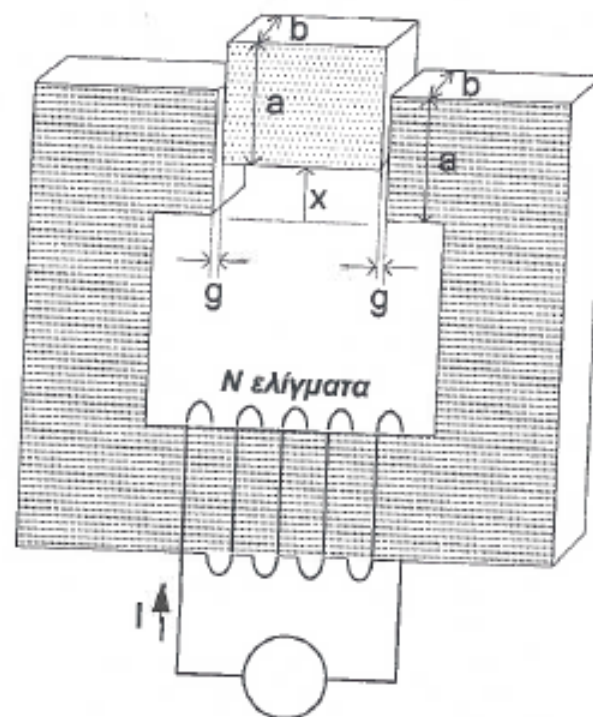
Σταύρος Αθ. Παπαθανασίου
Καθ. ΕΜΠ



Άσκηση

Οι γεωμετρικές διαστάσεις πυρήνα, οπλισμού και διακένων του ηλεκτρονόμου του σχήματος είναι $a=b=2\text{ cm}$, $g=2\text{ mm}$ και η κίνηση του οπλισμού πραγματοποιείται κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Το πηνίο της διάταξης διαθέτει $N=1000$ ελίσγματα και τροφοδοτείται από πηγή ΣΡ με σταθερή ένταση $I=2\text{ A}$. Θεωρώντας ιδανικά τα σιδηρομαγνητικά υλικά και υποθέτοντας ότι η μαγνητική ροή περιορίζεται στα διάκενα μήκους g , να υπολογιστούν:

- Το μέτρο και η φορά της δύναμης που ασκείται στον οπλισμό.
- Η μέγιστη τιμή της μαγνητικής ^{επαγωγής στον πυρήνα} ροής και η αντίστοιχη τιμή της μετατόπισης x .
- Το μέτρο της επαγόμενης ΗΕΔ στο πηνίο όταν ο οπλισμός κινείται προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα 0.5 m/s , ενώ η ένταση του ρεύματος στο πηνίο διατηρείται σταθερή.





Λύση

α)

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{\partial L}{\partial x}$$

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

$$\mathcal{R} = 2\mathcal{R}_g = 2 \cdot \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{g}{A_g} \Rightarrow \mathcal{R} = \frac{2}{\mu_0} \cdot \frac{g}{(a-x)b} \rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 b}{2g} (a-x)$$

$$F = - \frac{\mu_0 N^2 I^2 b}{4g}$$

$$F = - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6 \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = -4\pi \text{ N}$$



β)

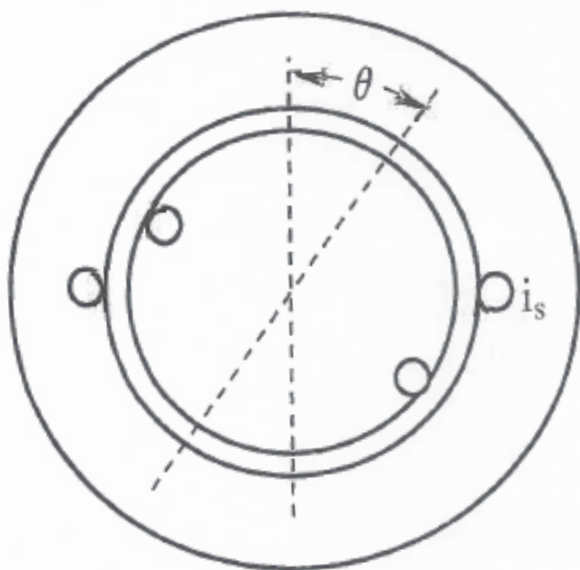
$$B_{max} = \frac{\Phi_{max}}{ab} = \frac{NI}{2ab\mathcal{R}_{gmin}} = \frac{\mu_0 NI}{2g} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^3 \cdot 2}{4 \cdot 10^{-3}} = 0,2\pi \text{ T}$$

γ)

$$e = \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{dx}{dt} = I \frac{dL}{dx} \frac{dx}{dt} = - \frac{\mu_0 N^2 b I}{2g} \frac{dx}{dt} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \cdot 0,5 = 2\pi \text{ V}$$



Άσκηση



Η συσκευή ηλεκτρομηχανικής μετατροπής του σχήματος φέρει σταθερό μέρος (στάτη) και κινητό μέρος (δρομέα) κατασκευασμένα από σιδηρομαγνητικό υλικό του οποίου η διαπερατότητα μπορεί να θεωρηθεί άπειρη και χωρίζονται από σταθερό διάκενο. Η συσκευή περιλαμβάνει δύο συγκεντρωμένα τυλίγματα: ένα στον στάτη με αριθμό ελιγμάτων $N_s = 1000$ και ένα στο δρομέα με αριθμό ελιγμάτων $N_r = 100$. Η αλληλεπαγωγή των δύο τυλιγμάτων μεταβάλλεται κατά την περιστροφή του δρομέα ως εξής: $L_{sr}(\theta) = M \cos(\theta)$ με $M = 10 \text{ mH}$. Ζητούνται:

- α) Η τιμή της μαγνητικής αντίστασης μαγνητίσεως για $\theta = 0$.
- β) Η πεπλεγμένη ροή του στάτη για $\theta = 0$, $i_r = 10 \text{ A}$, $i_s = 0$.

γ) Η στιγμιαία τιμή της αναπτυσσόμενης ηλεκτρομαγνητικής ροπής συναρτήσει των i_r , i_s , θ .

δ) Εάν $i_r = I_r$, $i_s = I_r$ (συνεχή ρεύματα) να βρεθούν οι θέσεις ισορροπίας και να χαρακτηριστεί η ευστάθειά τους.



Λύση

α)

$$R = \frac{N_s N_r}{M} = \frac{1000 \cdot 100}{M} = 10^7 \frac{A \varepsilon}{Wb}$$

β)

$$\lambda_s = L_{sr} I_r = 0,1 \text{ Wb}$$

γ)

$$T_\pi = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} = -M i_s i_r \sin\theta$$

$$T = 0 \rightarrow \theta_1 = 0 \text{ και } \theta_2 = \pi$$

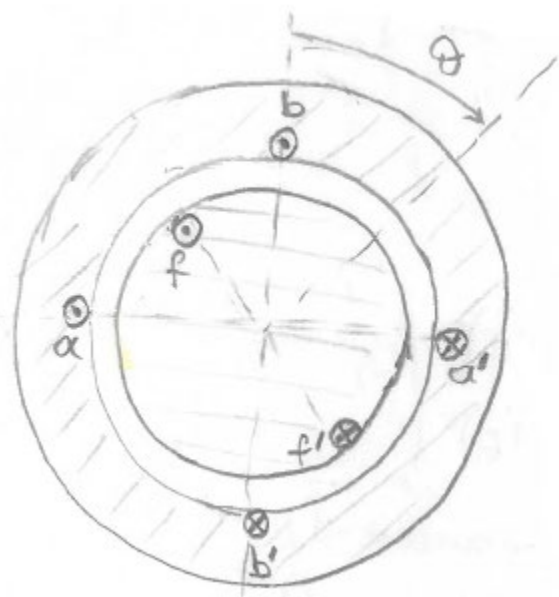
δ)

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -M I_s I_r \cos\theta \text{ για } \theta = 0, \frac{\partial T}{\partial \theta} = -M I_s I_r < 0 \text{ ευσταθής}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -M I_s I_r \cos\theta \text{ για } \theta = \pi, \frac{\partial T}{\partial \theta} = M I_s I_r > 0 \text{ ασταθής}$$



Παράδειγμα: Η διφασική Μηχανή



$$L_{aa} = L_{bb} = L_s = \sigma \tau \alpha \theta.$$

$$L_{ff} = L_f = \sigma \tau \alpha \theta.$$

$$L_{af} = M \cos \theta$$

$$L_{bf} = M \sin \theta$$

$$L_{ab} = 0$$

αφού τα πεδία των φάσεων a, b είναι κάθετα μεταξύ τους.

r_s η αντίσταση τυλίγματος στάτη

α) $T = T(\theta)$;

β) $\theta = \sigma \tau \alpha \theta$. (δρομέας ακίνητος) $I_a = 5 A, I_b = 5 A, I_f = 10 A$. Πώς θα κινηθεί ο δρομέας;

γ) $I_f = \sigma \tau \alpha \theta$. $i_a = \sqrt{2} I \cos \omega t$, $i_b = \sqrt{2} I \sin \omega t$, $\theta = \omega t - \delta$: η θέση του άξονα του πεδίου δρομέα ως προς άξονα φάσης a . Ποια η μέση ροπή $\bar{T}$?

δ) Για το (γ) ποιες οι $U_a(t), U_b(t)$;



Λύση

α)

$$T = \frac{1}{2} i_a^2 \frac{dL_{aa}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_b^2 \frac{dL_{bb}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_f^2 \frac{dL_{ff}}{d\theta} + i_a i_b \frac{dL_{ab}}{d\theta} + i_a i_f \frac{dL_{af}}{d\theta} + i_b i_f \frac{dL_{bf}}{d\theta} \rightarrow$$
$$T = i_a i_f \frac{dL_{af}}{d\theta} + i_b i_f \frac{dL_{bf}}{d\theta}$$
$$T = M i_f (i_b \cos\theta - i_a \sin\theta)$$

Γενική έκφραση στιγμιαίας ροπής.

β)

$$T = M I_f (I_b \cos\theta - I_a \sin\theta) = 50M (\cos\theta - \sin\theta)$$

$T \neq 0$ εκτός αν $\cos\theta = \sin\theta \Rightarrow \theta = 45^\circ$ ή $\theta = 225^\circ$. Θέσεις ισορροπίας.

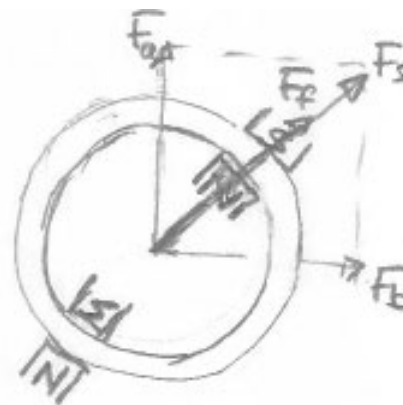
$$\frac{dT}{d\theta} = -50M (\sin\theta + \cos\theta) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll} \theta = 45^\circ: \frac{dT}{d\theta} < 0 & \text{Ευσταθής} \\ \theta = 225^\circ: \frac{dT}{d\theta} > 0 & \text{Ασταθής} \end{array} \right.$$



Άρα ευσταθής ισορροπία στις 45° .

Εκεί τα πεδία στάτη-δρομέα ευθυγραμμίζονται.

Στις 225° ίδια διεύθυνση, αλλά αντίθετες φορές



γ)

$$T = \sqrt{2}MII_f [\sin\omega t \cdot \cos(\omega t - \delta) - \cos\omega t \cdot \sin(\omega t - \delta)]$$

Άρα:

$$T = \sqrt{2}MII_f \sin\delta = \bar{T} \rightarrow T \sim F_s F_r \sin\delta_{sr}$$

Διαπιστώσεις

- Σύγχρονη 2Φ μηχανή: Παράγει $\bar{T} \neq 0$ για $\omega_m = \omega_s$
- $T(t) = \bar{T} \rightarrow$ δεν υπάρχει πάλμωση: χαρακτηριστικό των πολυφασικών μηχανών
- **Κινητήρας** για $\delta > 0$ (πεδίο δρομέα έπεται του στάτη)
- **Γεννήτρια** για $\delta < 0$ (πεδίο δρομέα προηγείται του στάτη)
- $T_{max} = \sqrt{2}MII_f$: ροπή αποσυγχρονισμού (μέγιστη ροπή)



δ)

$$u_a = r_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} = r_s i_a + \frac{d}{dt} (L_s i_a + L_{af} i_f)$$
$$u_b = r_b i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} = r_s i_b + \frac{d}{dt} (L_s i_b + L_{bf} i_f)$$

Άρα

$$u_a = \sqrt{2} r_s I \cos \omega t - \sqrt{2} \omega L I \sin \omega t - \omega M I_f \sin(\omega t - \delta)$$

$$u_b = \sqrt{2} r_s I \sin \omega t + \sqrt{2} \omega L I \cos \omega t + \omega M I_f \cos(\omega t - \delta)$$

όροι $R \cdot I$

ωμική πτώση τάσης

όροι $L \frac{di}{dt}$

τάσεις M/Σ

όροι $i \frac{dL}{dt}$

τάσεις ταχύτητας



Χρήσιμες Τριγωνομετρικές Ταυτότητες

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) - \cos(A + B)]$$

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A - B) + \sin(A + B)]$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A + B}{2} \cdot \cos \frac{A - B}{2}$$

$$\sin A - \sin B = 2 \sin \frac{A - B}{2} \cdot \cos \frac{A + B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A + B}{2} \cdot \cos \frac{A - B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = 2 \sin \frac{A + B}{2} \cdot \sin \frac{B - A}{2}$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2 \sin^2 A = 2 \cos^2 A - 1$$

$$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$$