

Εισαγωγή στα ΣΗΕ

Δημέας Άρης Διάλεξη #5

17/10/2025



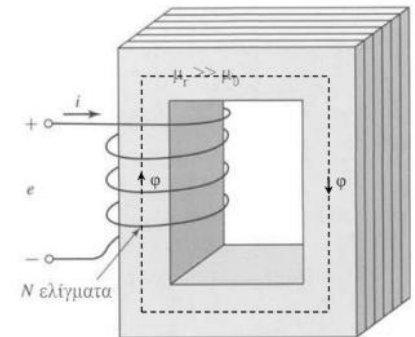
Περιεχόμενα

- Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου
- Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα
- Παραδείγματα

Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

- Η στιγμιαία ισχύς που εισέρχεται σε ένα ηλεκτρικό κύκλωμα είναι
- $p = e i$
- Σύμφωνα με τον νόμο του Faraday $e = \frac{d\lambda}{dt} = N \frac{d\varphi}{dt}$ (3.23) δηλαδή η ΗΕΔ είναι ίση με τον ρυθμό μεταβολής της πεπλεγμένης ροής λ
- Οπότε $p = \frac{d\lambda}{dt} i$ (3.41)
- Μπορούμε να ορίσουμε ότι η ισχύς αυτή δημιουργεί αύξηση στην της ενέργειας W που είναι συσσωρευμένη στο μαγνητικό πεδίο:

$$p = \frac{dW}{dt}$$



Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

- Από την $p = \frac{dW}{dt}$ και την $p = \frac{d\lambda}{dt} i$ προκύπτει ότι
- $dW = i d\lambda$
- Επίσης, είχαμε $\lambda = N\phi$ και $F = NI = 2\pi r H$ (3.26) οπότε
$$dW = F d\varphi \quad (3.44)$$

Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

- Αν στην $dW = Fd\phi$ (3.44) αντικατασταθεί η ΜΕΔ F με το γινόμενο Hl (όπου H η ένταση του μαγνητικού πεδίου και l η μέση διαδρομή του μαγνητικού κυκλώματος- $F = NI = 2\pi rH$) και χρησιμοποιώντας τη σχέση $\phi \approx B_\mu A$ για την πυκνότητα της μαγνητικής ροής B τότε (όπου A η διατομή του δακτυλίου):
- $dw = \frac{dW}{V} = \frac{HlAdB}{Al} = HdB$
- w είναι η πυκνότητα της ενέργειας
- Η έκφραση αυτή μας δίνει το διαφορικό της πυκνότητας της ενέργειας του μαγνητικού κυκλώματος, αλλιώς την ενέργεια του πεδίου ανά μονάδα όγκου (V)

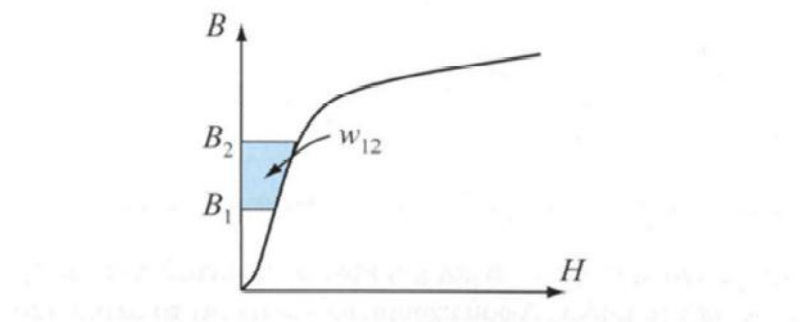
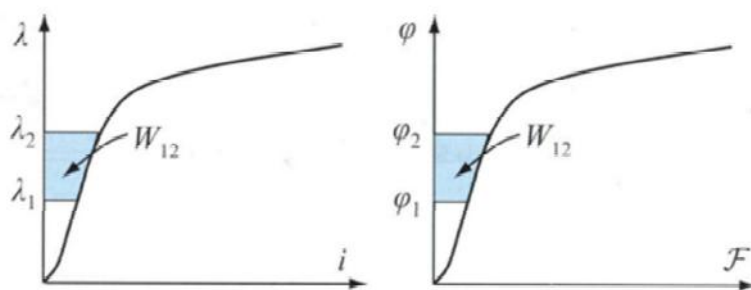
Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

- Ολοκληρώνοντας τις προηγούμενες σχέσεις παίρνουμε την ενέργεια που απαιτείται για να μεταβεί το μαγνητικό πεδίο από την κατάσταση 1 ($\lambda_1, \varphi_1, B_1$) στην κατάσταση 2 ($\lambda_2, \varphi_2, B_2$):

$$W_{12} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i(\lambda) d\lambda = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} F(\varphi) d\varphi = A l \int_{B_1}^{B_2} H(B) dB \quad (3.46)$$

Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

- Γραφική αναπαράσταση



Ισχύς και Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

- Για γραμμικά μαγνητικά υλικά , οι προηγούμενες καμπύλες μετατρέπονται σε ευθείες καταλήγουμε στις παρακάτω σχέσεις

$$W = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} R \varphi^2 = \frac{1}{2} A l \mu H^2 \quad (3.47)$$

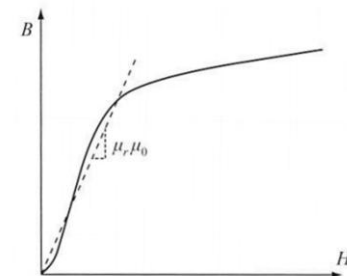
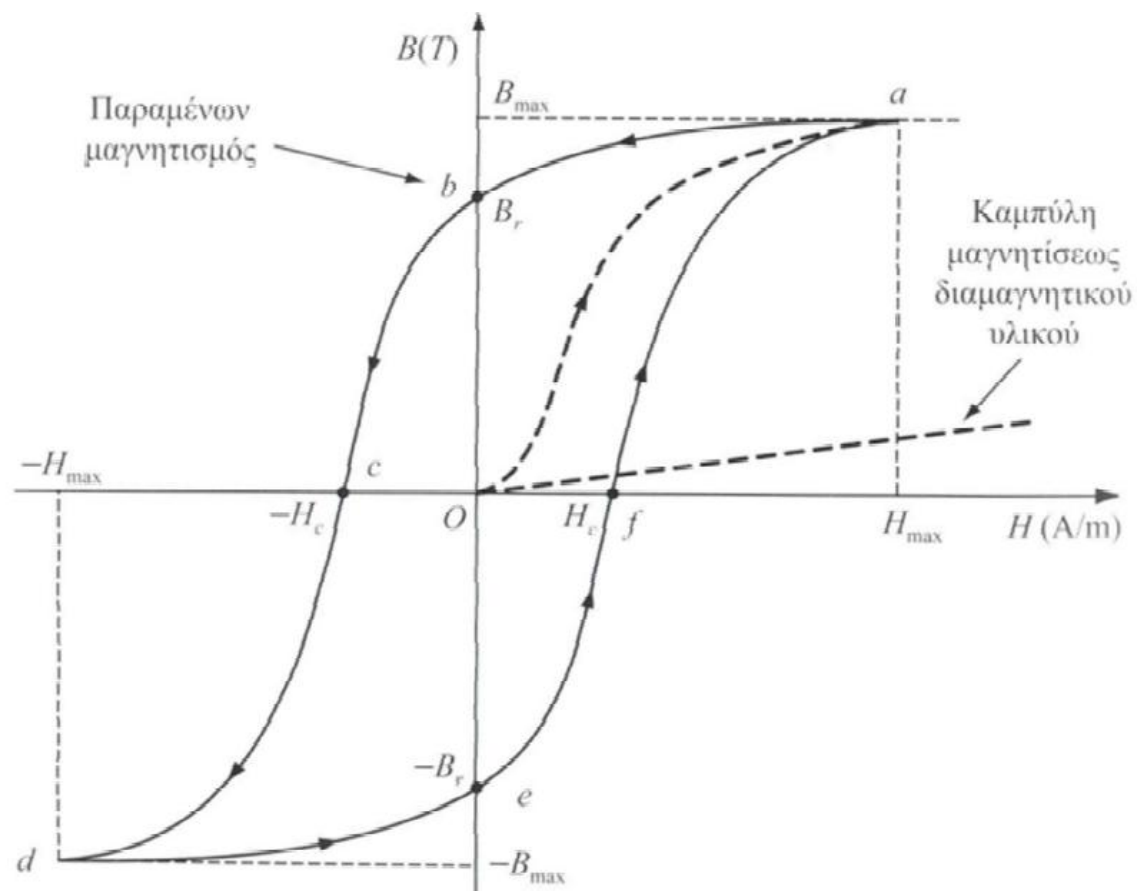
- Η αυτεπαγωγή L , η μαγνητική αντίσταση R και η μαγνητική διαπερατότητα μ είναι σταθερές και ανεξάρτητες των μεταβλητών ολοκλήρωσης

Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

- Οι καμπύλες μαγνήτισης των σιδηρομαγνητικών υλικών που παρουσιάστηκαν έως τώρα στις προηγούμενες διαφάνειες αναφέρονται όλες σε υλικά αρχικά μη μαγνητισμένα.
- Όμως, τα σιδηρομαγνητικά υλικά όταν μαγνητίζονται διατηρούν για κάποιο χρονικό διάστημα έναν μαγνητισμό. Η ιδιότητα αυτή προκαλεί το φαινόμενο της μαγνητικής υστέρησης.
- Είναι σημαντικό φαινόμενο για υλικά που διεγείρονται από εναλλασσόμενα ρεύματα.

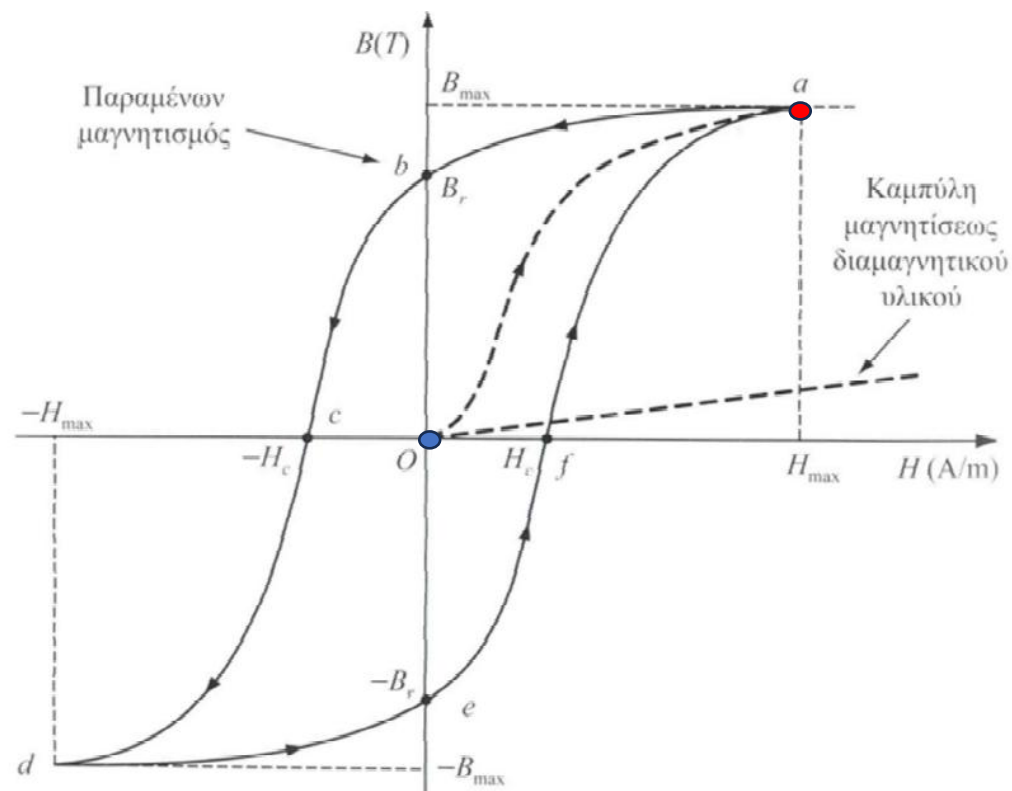
Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

Βρόχος υστέρησης (Μαγνητική Επαγωγή – Ένταση Μαγνητικού Πεδίου)



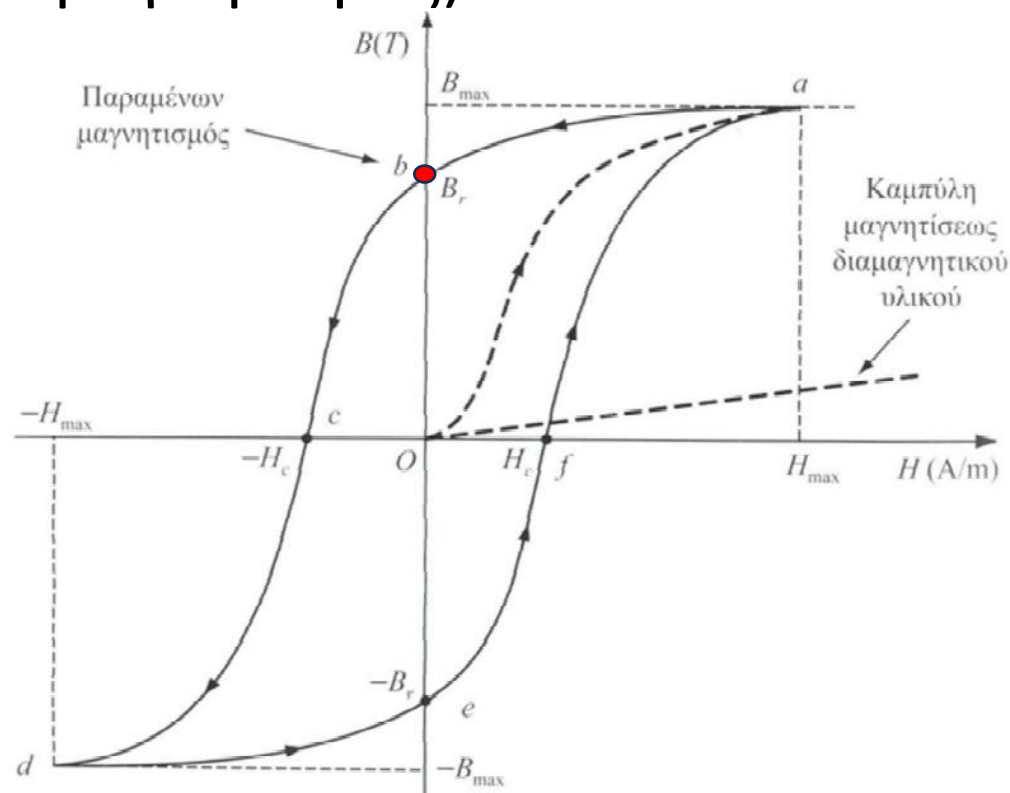
Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

- Ξεκινάμε από το σημείο **0** και κατά μήκος της διακεκομμένης μέχρι η ένταση του μαγνητικού να γίνει **H_{max}** . Αντίστοιχα και η πυκνότητα μαγνητικής ροής θα μεγιστοποιηθεί (B_{max})



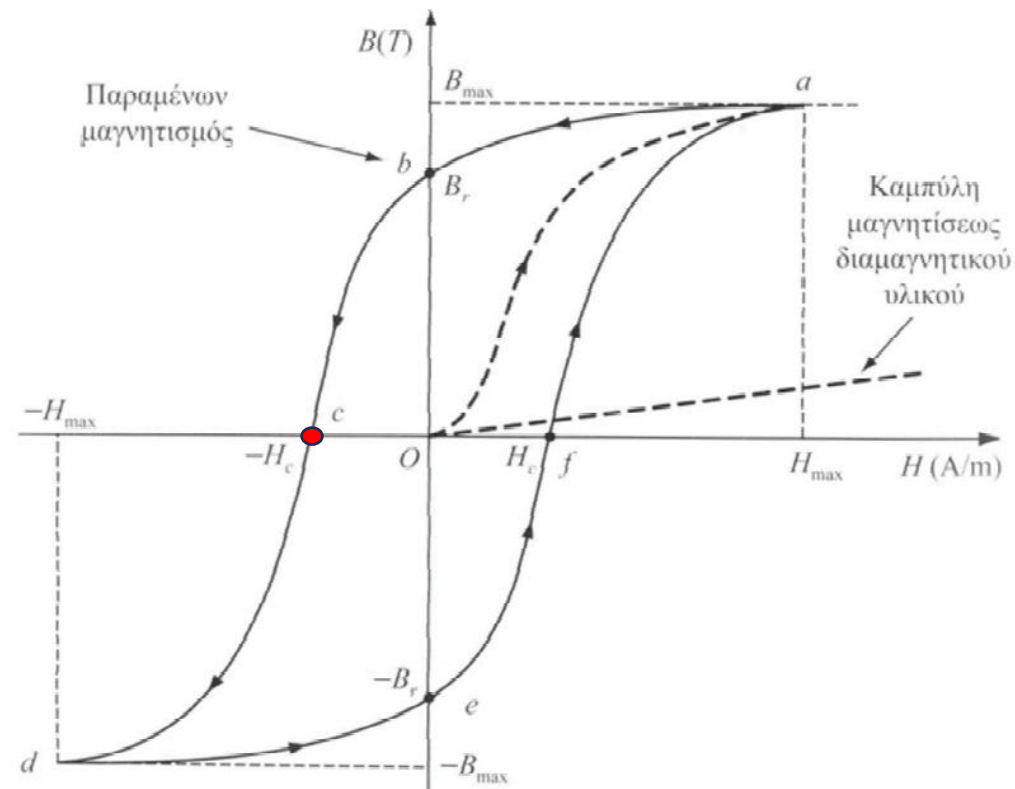
Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

- Στη συνέχεια η ένταση του μαγνητικού πεδίου θα αρχίσει να μειώνεται. Η πυκνότητα μαγνητικής ροής θα μειώνεται, αλλά δεν θα ακολουθήσει την αντίστροφή Οα. Αλλά όταν η **Η μηδενιστεί**, θα υπάρχει μαγνητική ροή B_r (παραμένων μαγνητισμός)



Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

- Η ένταση του μαγνητικού πεδίου συνεχίζει να μειώνεται. Η ένταση του μαγνητικού πεδίου για το οποίο η μαγνητική πυκνότητα μηδενίζεται (**σημείο c**) ονομάζεται δύναμη ή ένταση επαναφοράς H_c



Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

- Κάθε κύκλος του εναλλασσόμενου ρεύματος διέγερσης αντιστοιχεί σε μία πλήρη αριστερόστροφη περιφορά του βρόχου υστέρησης.
- Ανάλογη με τη μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος είναι και η ένταση του μαγνητικού πεδίου, άρα και το μέγεθος του βρόχου υστέρησης. Έτσι, κάθε σιδηρομαγνητικό υλικό χαρακτηρίζεται από μία οικογένεια βρόχων υστέρησης.
- Η ισχύς των απωλειών υστέρησης P_v είναι ανάλογη με το εμβαδόν του βρόχου υστέρησης Δw , καθώς και με τον όγκο V του μαγνητικού πεδίου. Είναι επίσης ανάλογη με τη συχνότητα f του ρεύματος διέγερσης, δεδομένου ότι χάνεται ενέργεια f φορές σε κάθε δευτερόλεπτο. Άρα:

$$P_v = fV\Delta w \quad (3.48)$$

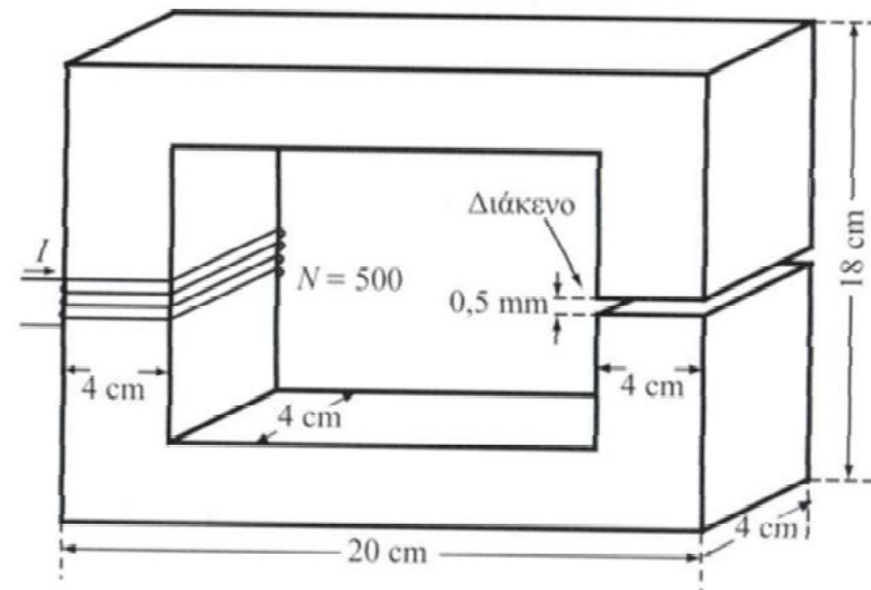
Μαγνητική Υστέρηση και Απώλειες Πυρήνα

- Στα μαγνητικά κυκλώματα που διεγείρονται από εναλλασσόμενα ρεύματα εμφανίζονται και οι απώλειες δινορευμάτων P_δ .
- Όταν δηλαδή μεταβάλλεται περιοδικά η μαγνητική ροή επάγονται εναλλασσόμενα ρεύματα που ρέουν στο εσωτερικό του πυρήνα.
- Για τον περιορισμό των απωλειών δινορευμάτων οι πυρήνες κατασκευάζονται από ηλεκτρικά μονωμένα ελάσματα μικρού πάχους.
- Τα δινορεύματα προκαλούν θέρμανση του πυρήνα
- Οι απώλειες σιδήρου ή απώλειες πυρήνα του μαγνητικού κυκλώματος είναι:

$$P_\pi = P_v + P_\delta \quad (3.49)$$

Παράδειγμα βιβλίου

- Στο μαγνητικό κύκλωμα του σχήματος έχουμε
- Αριθμός ελιγμάτων $N=500$
- Η σχετική μαγνητική διαπερατότητα $\mu_r = 3980$
- Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος I για να έχουμε μέση πυκνότητα μαγνητικής ροής 1 Tesla.



Παράδειγμα

Παραδοχές

- Παρόλο που τα ελλείγματα δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα, θεωρούμε ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου είναι σταθερή κατά μήκος της μέσης διαδρομής
- Οι μέσες τιμές πυκνότητας ροής και έντασης μπορούν να υπολογιστούν στο μέσο της διαδρομής
- Ολόκληρη η μαγνητική ροή περιορίζεται στον πυρήνα του μαγνητικού κυκλώματος (δεν υπάρχει ροή σκεδάσεως)

Παράδειγμα

- Το μαγνητικό κύκλωμα αποτελείται από 2 μέρη:
- Από ένα πυρήνα σιδήρου με μέσο μήκος
- $l_{\sigma} = 2(16+14) - 0.05 \text{ (cm)} = 0.5995 \text{ m}$
- Και το μήκος του διακένου $l_g = 0.0005 \text{ m}$
- Σύμφωνα με προηγούμενες σχέσεις έχουμε
- Για το διάκενο $R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A} = \frac{5 \times 10^{-4}}{(4\pi \times 10^{-7})(16 \times 10^{-4})} = 248.68 \times 10^3 \text{ A} - \text{ε/Wb}$
- Για τον πυρήνα $R_{\sigma} = \frac{0.5995}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{0.5995}{(4\pi \times 10^{-7}) 3980 (16 \times 10^{-4})} = 74.92 \times 10^3 \text{ A} - \text{ε/Wb}$

Παράδειγμα

- Για τη μέση πυκνότητα μαγνητικής ροής $B=1T$, η συνολική μαγνητική ροή είναι

$$\phi=BA=16 \times 10^{-4} Wb$$

- Οπότε η ΜΕΔ F προκύπτει από την $R=\frac{F}{\phi}=\frac{l_{\mu}}{\mu A}$ (3.33) δηλαδή
- $F=R_{ολ}\phi=(R_g+R_s)\phi=517.76A\cdot\epsilon$
- Οπότε από την σχέση $F=IN\Rightarrow I=\frac{F}{N}=1.0355A$

Παράδειγμα

Στο προηγούμενο παράδειγμα θεωρούμε ότι το μήκος του διακένου είναι 5cm. Να υπολογιστεί η πυκνότητα της μαγνητικής ροής που αντιστοιχεί σε ρεύμα $I=5$ A, λαμβάνοντας υπόψη τη θυσάνωση

- Για τον πυρήνα $R_{\sigma} = \frac{0.595}{\mu_0 \mu_r A} = \frac{0.595}{(4\pi 10^{-7}) 3980 (16 \times 10^{-4})} = 74.35 \times 10^3 \text{ A} - \frac{\varepsilon}{\text{Wb}}$
- Αν αρχικά αγνοήσουμε τη θυσάνωση, η μαγνητική αντίσταση του διακένου είναι
- $R_g = \frac{l_g}{\mu_0 A} = \frac{5 \times 10^{-3}}{(4\pi 10^{-7}) (16 \times 10^{-4})} = 2486.8 \times 10^3 \text{ A} - \varepsilon/\text{Wb}$

Παράδειγμα

- Λόγω της θυσάνωσης, η ισοδύναμη διατομή του διακένου υπολογίζεται:
- $A_g = (a + l_g)(b + l_g) = 4.5^2 \text{ cm}^2 = 20.25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
- Οπότε η νέα τιμή της μαγνητικής αντίστασης διακένου είναι
- $R_g = \frac{l_g}{\mu_o A_g} = \frac{5 \times 10^{-3}}{(4\pi \times 10^{-7})(20.25 \times 10^{-4} \text{ m}^2)} = 1964.9 \times 10^3 \text{ A} - \text{ε/Wb}$
- (χωρίς τη θυσάνωση, ήταν $2486.8 \times 10^3 \text{ A} - \text{ε/Wb}$)
- Οπότε η ζητούμενη μέση τιμή της πυκνότητας
- $B = \frac{NI}{A(R_g + R_s)} = \frac{2500}{(4\pi \times 10^{-7})(2486.8 \times 10^3 + 1964.9 \times 10^3)} = 0.766 \text{ T}$