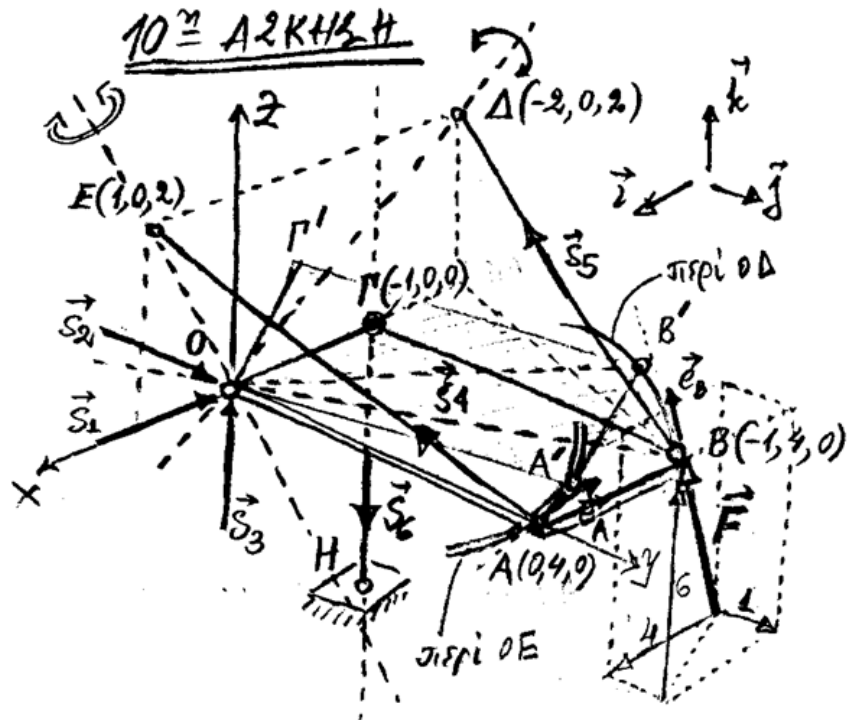


3-27

$10^3 \approx 1 \text{ kHz}$



Δίτομα : Η γραμμή, η
 διαδρομή $\vec{F} = 4\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}$ kN,
 και το ότι στο 0 υπάρχει
 χωριστή άρθρωση. Οι πόλοι AE,
 BD είναι ακαμψίες.

Zusätze:

α) Να αναλυθεί η κατάσταση και υποστηρίχεται η γνώμη μου γι'α, και εφόσον απαιτείται, να υποστηρίχεται μία πρόταση για την εξοργισμένη κατάσταση και υποστηρίχεται.

Β) Να υπολογισθούν οι δυνάμεις επιρροής του (εξωτερικά) στρώτος και του στατικού γυφά.

Aion

d) $\vec{BA} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k} \text{ m}$, $\vec{BO} = 4\vec{i} - 4\vec{j} \text{ m}$

$$\vec{BD} \times \vec{ED} = 2(-\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) \times (\vec{i} - 4\vec{j}) = 2(4\vec{i} + 2\vec{k} + \vec{j} + 4\vec{i}) = 2(4\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}) \text{ m}^2; \text{ ομοίως ο ίδιος γινόμενος δίνει}$$

$$\vec{e}_B = \frac{\vec{BA} \times \vec{BO}}{|\vec{BA} \times \vec{BO}|} = \frac{1}{\sqrt{53}} (4\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}) \text{ μοναδιαίο κάθετο στα } \vec{BA}, \vec{BO} \text{ ήτοι}$$

ճարձման ծանր $\vec{F}$.

Διὰ τοῦτο ἐπὶ τῇ F .
 Ἡ $\vec{F}$ ἀποκαλεῖται στροφὴ που ἐξέρχεται δι᾽ ἑνὸς $\hat{OBD}$ ὑπὲρ ὁποῦνα
 OA . Τὸ σημεῖο B κινεῖται ἐν κυκλικῇ τροχίᾳ, ἐφαπτομένην τῆς $\vec{F}$, καὶ
 μετακινεῖται εἰς B' . Παρόμοια, ἡ ἀκατωτέρω ράβδος EA υποχρεωτικὴ πρὸς
 στρεψὶ δι᾽ ἑνὸς $\hat{OAE}$ νὰ στρέφεται ὑπὲρ ὁποῦνα OE , ἀπὸ τοῦ σημείου
 A κινεῖται ἐν κυκλικῇ τροχίᾳ, ἐφαπτομένην εἰς $\vec{e}_A = \frac{\vec{AO} \times \vec{AE}}{|\vec{AO} \times \vec{AE}|}$, καὶ
 μετακινεῖται εἰς A' .

Αρα ο χώρος δν ισορροπεί, και γαλίται ότι χρειάζεται και
μια επιπλέον ράβδος και να θεωρηθεί των ράβδων του
ως ποια επιλέγεται η ράβδος ΓΗ. Τότε οι 6 άγνωστοι $S_i, i=1,$
 $\dots, 6$, μπορούν να υπολογισθούν από τις 6 εξισώσεις ισορροπίας του χώρου.

(3-28)

B) Μονοσταθμικός συνιστάμενος ποσοτός ως προς OA (δεν απαιτείται ποσοτή οι $\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3, \vec{S}_5$ και η $\vec{S}_6$ διότι ο γυρισμός γύρω από OA).
($\Rightarrow \vec{S}_4$)

$$M_{OA} = M_{OA}^{S_4} + M_{OA}^F = 0 \text{ kNm} \quad (1)$$

$$\vec{OA} = -2\vec{i} + 2\vec{k} \text{ m}, \quad OA = 2\sqrt{2} \text{ m}, \quad \vec{e}_{OA} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{k}$$

$$\vec{AE} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k} \text{ m}, \quad AE = \sqrt{21}, \quad \vec{e}_{AE} = \frac{1}{\sqrt{21}}(\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k})$$

$$\vec{S}_4 = S_4 \vec{e}_{AE} = \frac{S_4}{\sqrt{21}}(\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) \text{ kN}$$

$$\vec{M}_O^{S_4} = \vec{OA} \times \vec{S}_4 = 4\vec{j} \times \frac{S_4}{\sqrt{21}}(\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) = \frac{4S_4}{\sqrt{21}}(2\vec{i} - \vec{k}) \text{ kNm}$$

$$\begin{aligned} M_{OA}^{S_4} &= \vec{M}_O^{S_4} \cdot \vec{e}_{OA} = \frac{4S_4}{\sqrt{21}} \frac{\sqrt{2}}{2} (2, 0, -1) \cdot (-1, 0, 1) = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{21}} S_4 (-2 \times 1 - 1 \times 1) = \\ &= -\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{21}} S_4 \text{ kNm} \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_O^F &= \vec{OB} \times \vec{F} = (-\vec{i} + 4\vec{j}) \times (4\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}) = \\ &= -\vec{k} + 6\vec{j} - 16\vec{k} + 24\vec{i} = 24\vec{i} + 6\vec{j} - 17\vec{k} \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{OA}^F &= \vec{M}_O^F \cdot \vec{e}_{OA} = (24, 6, -17) \cdot (-1, 0, 1) \frac{\sqrt{2}}{2} = (-24 + 0 - 17) \frac{\sqrt{2}}{2} = \\ &= -\frac{41\sqrt{2}}{2} \text{ kNm} \quad (3) \end{aligned}$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{21}} S_4 + \frac{41\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{S_4 = -\frac{41\sqrt{21}}{12} \text{ kN}} \quad (4)$$

Το (-) σημαίνει ότι η S_4 έχει αντίθετο φορά αυτός στην πορεία οριζόντιας, να αρα είναι θλιπτική.

$$\boxed{\vec{S}_4 = -\frac{41\sqrt{21}}{12} \cdot \frac{1}{\sqrt{21}}(\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) = -\frac{41}{12}(\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) \text{ kN}} \quad (4')$$

(3-29)

Μη δυνάμεις κυριαρχούν πάνω ως προς OE ($\Rightarrow \vec{S}_S$)

$$M_{OE} = M_{OE}^{S_S} + M_{OE}^F = 0 \text{ kNm} \quad (5)$$

$$\vec{OE} = \vec{i} + 2\vec{k} \text{ m}, \quad OE = \sqrt{5} \text{ m}, \quad \vec{e}_{OE} = \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{i} + 2\vec{k})$$

$$\vec{BD} = -\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k} \text{ m}, \quad BD = \sqrt{21} \text{ m}, \quad \vec{e}_{BD} = \frac{1}{\sqrt{21}}(-\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k})$$

$$\vec{S}_S = S_S \vec{e}_{BD} = \frac{S_S}{\sqrt{21}}(-\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) \text{ kN}$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_O^{S_S} &= \vec{OB} \times \vec{S}_S = (-\vec{i} + 4\vec{j}) \times \frac{S_S}{\sqrt{21}}(-\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) = \\ &= \frac{S_S}{\sqrt{21}}(4\vec{k} + 2\vec{j} + 4\vec{k} + 8\vec{i}) = \frac{2S_S}{\sqrt{21}}(4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}) \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{OE}^{S_S} &= \vec{M}_O^{S_S} \cdot \vec{e}_{OE} = \frac{2S_S}{\sqrt{5}\sqrt{21}}(4, 1, 4) \cdot (1, 0, 2) = \frac{2S_S}{\sqrt{5}\sqrt{21}}(4 + 8) = \\ &= \frac{24S_S}{\sqrt{5 \times 21}} \text{ kNm} \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{OE}^F &= \vec{M}_O^F \cdot \vec{e}_{OE} \stackrel{\text{σπλ. (3-28)}}{=} (24, 6, -17) \cdot (1, 0, 2) \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{24 - 34}{\sqrt{5}} = -\frac{10}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \\ &= -2\sqrt{5} \text{ kNm} \quad (7) \end{aligned}$$

$$(5), (6), (7) \Rightarrow \frac{24S_S}{\sqrt{5}\sqrt{21}} \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 0 \Rightarrow \boxed{S_S = \frac{5\sqrt{21}}{12}} \text{ kN} \quad (8)$$

$$\boxed{\vec{S}_S = \frac{5\sqrt{21}}{12} \frac{1}{\sqrt{21}}(-\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) = \frac{5}{12}(-\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) \text{ kN}} \quad (8')$$

(3-30)

Μηδενικός συνισταμένος ποτός ως προς $OB \Rightarrow \vec{S}_6$

$$M_{OB} = M_{OB}^{S_6} + M_{OB}^{S_4} = 0 \text{ kNm} \quad (9)$$

$$\vec{OB} = -\vec{i} + 4\vec{j} \text{ m}, \quad OB = \sqrt{17} \text{ m}, \quad \vec{e}_{OB} = \frac{1}{\sqrt{17}}(-\vec{i} + 4\vec{j})$$

$$\vec{M}_O^{S_6} = \vec{OA} \times \vec{S}_6 = -\vec{i} \times (-S_6)\vec{k} = -S_6\vec{j} \text{ kNm}$$

$$M_{OB}^{S_6} = \vec{M}_O^{S_6} \cdot \vec{e}_{OB} = -\frac{S_6}{\sqrt{17}}(0, 1, 0) \cdot (-1, 4, 0) = -\frac{4 \cdot S_6}{\sqrt{17}} \text{ kNm} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_B^{S_4} &= \vec{BA} \times \vec{S}_4 = \vec{i} \times \left(-\frac{41}{12}\right)(\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) = +\frac{41}{12}(4\vec{j} + 2\vec{k}) = \\ &= \frac{41}{6}(\vec{j} + 2\vec{k}) \text{ kNm} \end{aligned}$$

$$M_{OB}^{S_4} = \vec{M}_B^{S_4} \cdot \vec{e}_{OB} = \frac{41}{6\sqrt{17}}(0, 1, 2) \cdot (-1, 4, 0) = \frac{4 \times 41}{3\sqrt{17}} = \frac{82}{3\sqrt{17}} \text{ kNm} \quad (11)$$

$$(9), (10), (11) \Rightarrow -\frac{4 \cdot S_6}{\sqrt{17}} + \frac{82}{3\sqrt{17}} = 0 \Rightarrow \boxed{S_6 = \frac{41}{6} \text{ kN}} \quad (12)$$

$$\boxed{\vec{S}_6 = -(S_6)\vec{k} = -\frac{41}{6}\vec{k} \text{ kN}} \quad (12')$$

Για τον υπολογισμό των $\vec{S}_1, \vec{S}_2, \vec{S}_3$, ισορροπία (με αρχή) στο 0:

$$\begin{aligned} \vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3 + \vec{S}_4 + \vec{S}_5 + \vec{S}_6 + \vec{F} &= \vec{0} \quad (4'), (8'), (12') \\ \Rightarrow -S_1\vec{i} + S_2\vec{j} + S_3\vec{k} - \frac{41}{12}\vec{i} + \frac{4 \times 41}{12}\vec{j} - \frac{2 \times 41}{12}\vec{k} - \frac{5}{12}\vec{i} - \frac{4 \times 5}{12}\vec{j} + \frac{2 \times 5}{12}\vec{k} - \\ &- \frac{41 \times 2}{12}\vec{k} + \frac{4 \times 12}{12}\vec{i} + \frac{12}{12}\vec{j} + \frac{6 \times 12}{12}\vec{k} = 0 \end{aligned}$$

✓

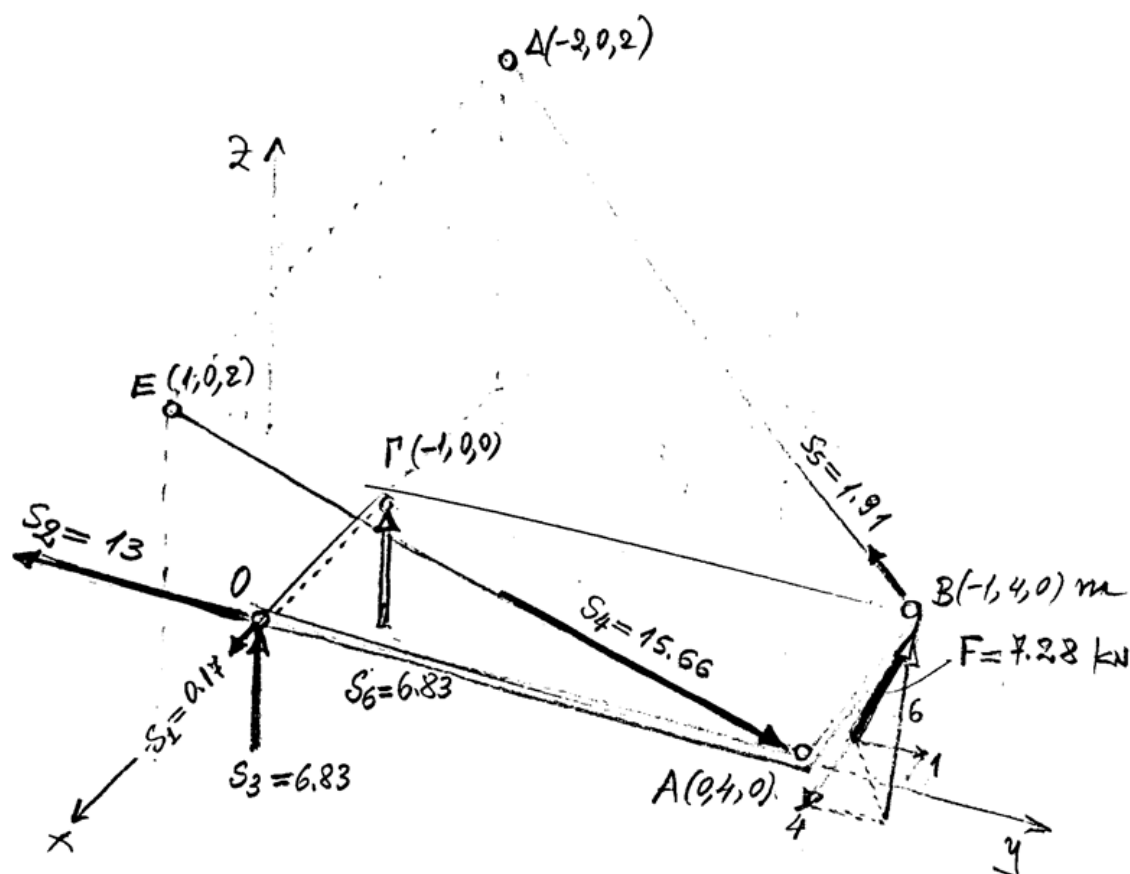
0/0

3-31

$$(\vec{i}): -12S_1 - 41 - 5 + 48 = 0 \Rightarrow \boxed{S_1 = 0.17 \text{ kN}}$$

$$(\vec{j}): 12S_2 + 164 - 20 + 12 = 0 \Rightarrow \boxed{S_2 = -13 \text{ kN}} \leftarrow$$

$$(\vec{k}): 12S_3 - 82 + 10 - 82 + 72 = 0 \Rightarrow \boxed{S_3 = 6.83 \text{ kN}}$$



Εξισώσεις: Μονομερές συνιστώσας power ως προς άξ. Γ:

$$\vec{r}_O \times \vec{S}_2 = \vec{i} \times (-13)\vec{j} = -13\vec{k} \text{ kNm}$$

$$\vec{r}_O \times \vec{S}_3 = \vec{i} \times 6.83\vec{k} = -6.83\vec{j} \text{ kNm}$$

$$\vec{r}_A \times \vec{S}_4 = (\vec{i} + 4\vec{j}) \times \frac{41}{12}(-\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}) = \frac{41}{12}(4\vec{k} + 2\vec{j} + 4\vec{k} - 8\vec{i}) = \frac{41}{6}(-4\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}) \text{ kNm}$$

$$\vec{r}_B \times \vec{F} = 4\vec{j} \times (4\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}) = 24\vec{i} - 16\vec{k} \text{ kNm}$$

$$\vec{r}_B \times \vec{S}_5 = 4\vec{j} \times \frac{5}{12}(-\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) = \frac{10}{6}(2\vec{i} + \vec{k}) \text{ kNm}$$

$$(\vec{i}): -\frac{4 \times 41}{6} + 24 + \frac{2 \times 10}{6} = 0 \text{ kNm} \checkmark$$

$$(\vec{j}): -6.83 + \frac{41}{6} = 0 \text{ kNm} \checkmark$$

$$(\vec{k}): -13 + \frac{4 \times 41}{6} - 16 + \frac{10}{6} = 0 \text{ kNm} \checkmark$$