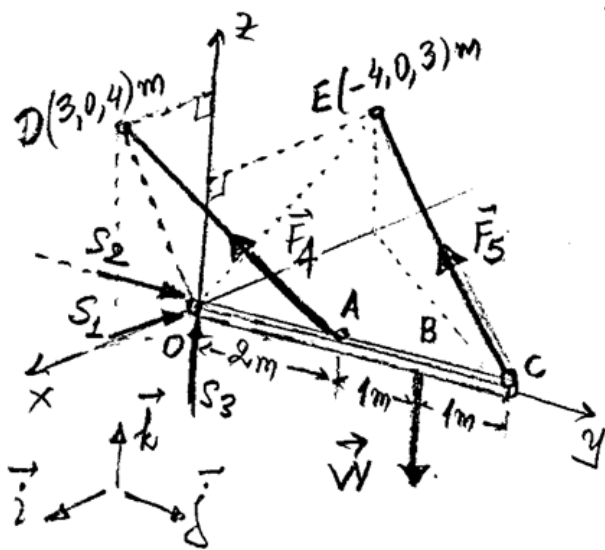


9η ΑΣΚΗΣΗ (Παράδειγμα 5, σελ. 112, Γεωργιάδης-Σίκος - με άλλα νούμερα)



Δίνεται: Η γεωμετρία, το μέτρο της δύναμης $W = 10 \text{ kN}$, το ότι στο O υπάρχει ηωρινή άρθρωση, και το ότι οι δοξές ράβδου είναι άκαμπτές.

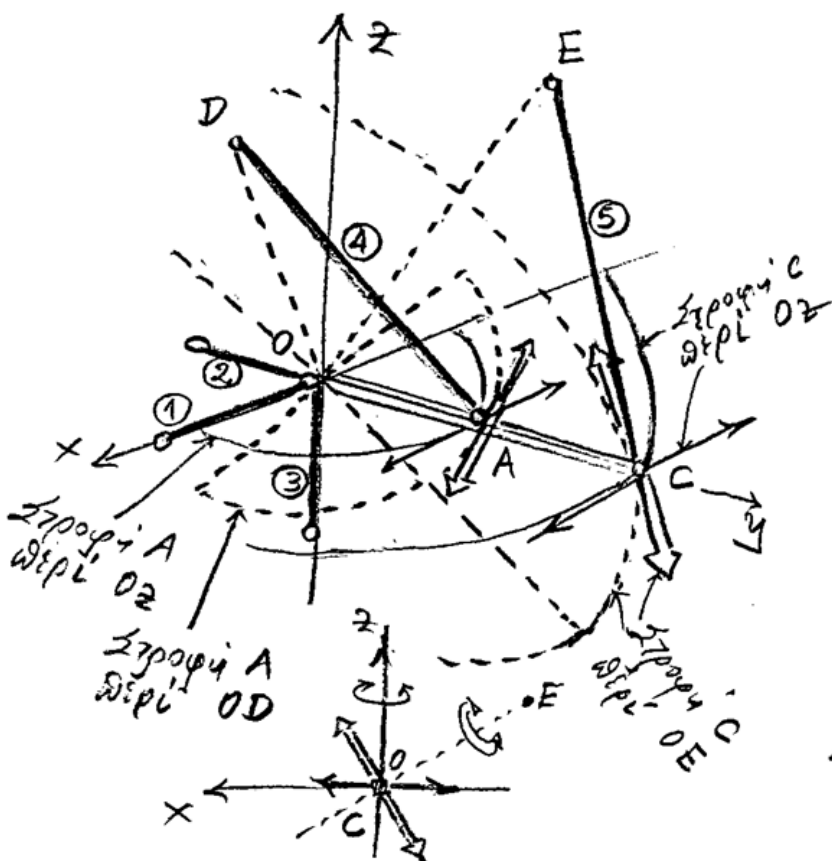
Ζητούται:

- Να αναλυθεί η στερέωση και ισοστατική της δοξίτης του πορτί.
- Να υπολογισθούν οι F_4, F_5
- Να υπολογισθούν οι αντιδράσεις S_1, S_2, S_3 στην άρθρωση O .

Λύση

α) Έλεγχος (εξωτερικός) ισοστατικότητας και στερεότητας δοξίτης γόρτια-δοκού OC

- Περιστροφές μηχανισμός κατά x
 - || -|| -|| y
 - || -|| -|| z
 - || -|| στροφές περί Oz και Ox
 - || -|| -|| Oz -|| Ox
- Παρατηρείται, εάν ελμωε η (5) τότε μηχανισμός: στροφές περί OD .
Εάν ελμωε η (4), τότε μηχανισμός: στροφές περί OE .



- Η εξωτερική γόρτιση ($\vec{W}$) δεν προκαλεί στροφή περί Oy (ΣΗΜΕΙΟ, ΕΚ ΤΑΥΤ.)
Εδώ μένει η δοξίτη του πορτί είναι στερεή, και το αποτέλεσμα είναι ισοστατικό (5 εξισώσεις: $\sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = \sum M_x = \sum M_y = \sum M_z = 0$, 5 άγνωστοι: S_1, S_2, S_3, F_4, F_5)
- Παρατήρηση: Εάν οι δοξές ράβδου δεν είναι άκαμπτές, δηλ. είναι σχοινιά ή συγκολλημένα κλπ., τότε για τη δοξίτη, δηλ. αντιστάτη γόρτισης (ώδη M_y πορτί), στερέωση της δοξίτης αντικαθίσταται από αλυσίδα έλεγχος (αυτή τη συνθήκη των αντιδράσεων $DA - DA', EC - EC'$, όπου A', C' δυνάμεις ίδιες λόγω στροφών περί Ox και Oy) στερεότητας.

(3-25)

B) Για τον υπολογισμό των F_4, F_5 χρειαζόμαστε 2 εξισώσεις.

Για την ανσορική υπολογιστική των S_1, S_2, S_3 , αυτές οι εξισώσεις θα είναι ο μηδενισμός ρομών (λόγω ισορροπίας των μοχλών) ως προς τους άξονες OE ($\Rightarrow F_4$) και OD ($\Rightarrow F_5$).

— Μηδενισμός συνιστωσών ρομών ως προς άξονα OE (απαρτηρώντας οι συνιστώσες με μηδενισμός ρομών ως προς τον άξονα): υπολογισμός F_4

$$M_{OE} = M_{OE}^{F_4} + M_{OE}^W \stackrel{!}{=} 0 \text{ kNm} \quad (1)$$

$$M_{OE}^{F_4} = \vec{M}_O^F \cdot \vec{e}_{OE}, \quad \vec{e}_{OE} = \frac{\vec{OE}}{OE}$$

$$\vec{OE} = -4\vec{i} + 3\vec{k} \text{ m}, \quad OE = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5 \text{ m}, \quad \vec{e}_{OE} = -\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{k} = -0.8\vec{i} + 0.6\vec{k}$$

$$\vec{F}_4 = F_4 \vec{e}_{AD}, \quad \vec{e}_{AD} = \frac{\vec{AD}}{AD}$$

$$\vec{AD} = (\text{από τους άξονες σχήμα}) = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \text{ m}, \quad AD = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 4^2} = 5.39 \text{ m}$$

$$\vec{e}_{AD} = 0.56\vec{i} - 0.37\vec{j} + 0.74\vec{k}$$

$$\vec{F}_4 = F_4 (0.56\vec{i} - 0.37\vec{j} + 0.74\vec{k}) \text{ kN}$$

$$\vec{M}_O^F = \vec{OA} \times \vec{F}_4 = 2\vec{j} \times F_4 (0.56\vec{i} - 0.37\vec{j} + 0.74\vec{k}) = F_4 (1.48\vec{i} - 1.12\vec{k}) \text{ kNm}$$

$$M_{OE}^{F_4} = (1.48F_4, 0, -1.12F_4) \cdot (-0.8, 0, 0.6) = F_4 (-1.48 \times 0.8 + 0 \times 0 - 1.12 \times 0.6) = -1.86 F_4 \text{ kNm} \quad (\text{το - σημαίνει αντίθετα από το } \vec{e}_{OE}) \quad (2)$$

$$M_{OE}^W = \vec{M}_O^W \cdot \vec{e}_{OE} = (\vec{OB} \times \vec{W}) \cdot \vec{e}_{OE} = [3\vec{j} \times (-10)\vec{k}] \cdot \vec{e}_{OE} \quad \underline{\underline{\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}}}$$

$$= -30\vec{i} \cdot (-0.8\vec{i} + 0.6\vec{k}) = +24 \text{ kNm} \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow (-1.87 F_4 + 24) \text{ kNm} = 0 \text{ kNm} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_4 = 12.83 \text{ kN} \quad (4)$$

$$\vec{F}_4 = 12.83 (0.56\vec{i} - 0.37\vec{j} + 0.74\vec{k}) = 7.18\vec{i} - 4.75\vec{j} + 9.49\vec{k} \text{ kN}$$

(4')

(3-26)

- Момент (мо) отнасяται по отношение на осъ OD: изчисляваме F_5

$$M_{OD} = M_{OD}^{F_5} + M_{OD}^W = 0 \text{ kNm} \quad (5)$$

$$M_{OD}^{F_5} = \vec{M}_O^{F_5} \cdot \vec{e}_{OD}, \quad \vec{e}_{OD} = \frac{\vec{OD}}{OD}$$

$$\vec{OD} = 3\vec{i} + 4\vec{k} \text{ m}, \quad OD = \sqrt{3^2 + 4^2} \text{ m} = 5 \text{ m}, \quad \vec{e}_{OD} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{k} = 0.6\vec{i} + 0.8\vec{k}$$

$$\vec{F}_5 = F_5 \vec{e}_{CE}, \quad \vec{e}_{CE} = \frac{\vec{CE}}{CE}$$

$$\vec{CE} = -4\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k} \text{ m}, \quad CE = \sqrt{(-4)^2 + (-4)^2 + 3^2} \text{ m} = 6.40 \text{ m}$$

$$\vec{e}_{CE} = -0.63\vec{i} - 0.63\vec{j} + 0.47\vec{k}$$

$$\vec{F}_5 = F_5(-0.63\vec{i} - 0.63\vec{j} + 0.47\vec{k}) \text{ kN}$$

$$\vec{M}_O^{F_5} = \vec{OC} \times \vec{F}_5 = 4\vec{j} \times F_5(-0.63\vec{i} - 0.63\vec{j} + 0.47\vec{k}) = F_5(1.88\vec{i} + 2.52\vec{k}) \text{ kNm}$$

$$M_{OD}^{F_5} = (1.88F_5, 0, 2.52F_5) \cdot (0.6, 0, 0.8) = F_5(1.88 \times 0.6 + 0 + 2.52 \times 0.8) = 3.14 \cdot F_5 \text{ kNm} \quad (6)$$

$$M_{OD}^W = \vec{M}_O^W \cdot \vec{e}_{OD} = (\vec{OB} \times \vec{W}) \cdot \vec{e}_{OD} = [3\vec{j} \times (-10)\vec{k}] \cdot \vec{e}_{OD} = -30\vec{i} \cdot (0.6\vec{i} + 0.8\vec{k}) = -18 \text{ kNm} \quad (7)$$

$$(5), (6), (7) \Rightarrow 3.14 F_5 - 18 \text{ kNm} = 0 \text{ kNm} \Rightarrow F_5 = 5.73 \text{ kN} \quad (8)$$

$$\vec{F}_5 = 5.73(-0.63\vec{i} - 0.63\vec{j} + 0.47\vec{k}) = -3.61\vec{i} - 3.61\vec{j} + 2.69\vec{k} \text{ kN} \quad (8')$$

γ) Изчисляваме S_1, S_2, S_3

- Ако приемем, че центровете са в 0 (изчисляваме по 0):

$$\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 + \vec{W} = \vec{0} \quad (4'), (8)$$

$$\Rightarrow -S_1\vec{i} + S_2\vec{j} + S_3\vec{k} + 7.18\vec{i} - 4.75\vec{j} + 9.49\vec{k} - 3.61\vec{i} - 3.61\vec{j} + 2.69\vec{k} - 10\vec{k} = \vec{0}$$

$$(\vec{i}): -S_1 + 7.18 - 3.61 = 0 \Rightarrow S_1 = 3.57 \text{ kN}$$

$$(\vec{j}): S_2 - 4.75 - 3.61 = 0 \Rightarrow S_2 = 8.36 \text{ kN}$$

$$(\vec{k}): S_3 + 9.49 + 2.69 - 10 = 0 \Rightarrow S_3 = -2.18 \text{ kN} \uparrow + 2.18 \text{ kN} \downarrow$$

