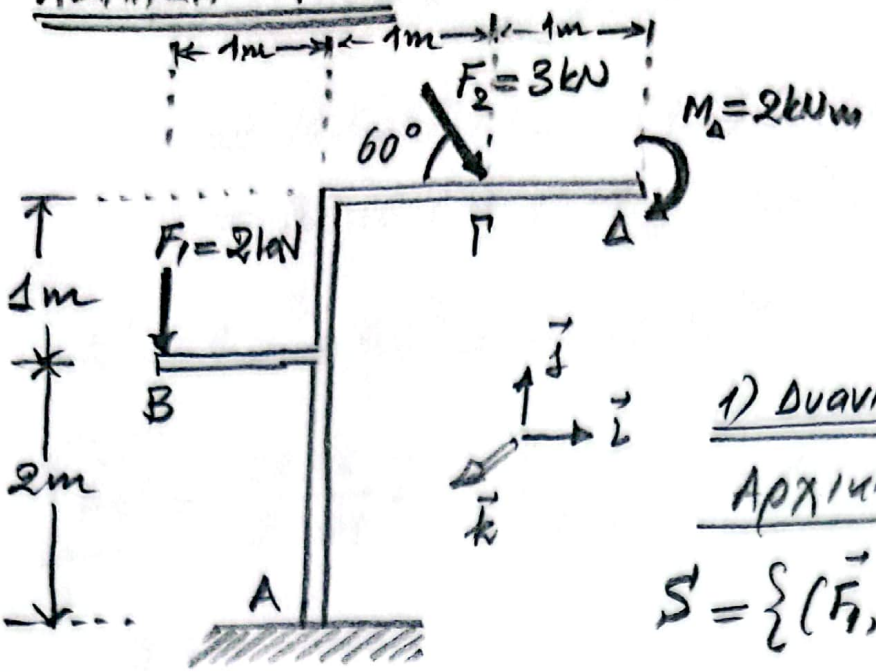
ΑΣΚΗΣΗ 2-5



Να βρεθή αναγωγή του συστήματος δυνάμεων και ροπών, στο απλούστερο δυνατό σύστημα (ΚΑΔ)

1) Διανυσματική

Αρχικά ΣΑ

$$S=\{(\vec{F}_1,B),(\vec{F}_2,\Gamma),\vec{M}_\Delta\}$$

1η (τυχαία) αναγωγή στο A : $S_1=\{(\vec{R},A),\vec{M}_A\}$

$$\vec{R}=\vec{F}_1+\vec{F}_2=-2\vec{j}+3\cos 60^\circ\vec{i}-3\sin 60^\circ\vec{j}=$$

$$=\frac{3}{2}\vec{i}-\left(2+\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\vec{j}=\frac{3}{2}\vec{i}-\frac{4+3\sqrt{3}}{2}\vec{j}=1.5\vec{i}-4.6\vec{j}\ kN$$

$$\vec{M}_A=\vec{M}_\Delta+\vec{AB}\times\vec{F}_1+\vec{A\Gamma}\times\vec{F}_2=$$

$$=-2\vec{k}+(-\vec{i}+2\vec{j})\times(-2)\vec{j}+(\vec{i}+3\vec{j})\times 3\left(\frac{1}{2}\vec{i}-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}\right)=$$

$$=-2\vec{k}+2\vec{k}-\frac{3\sqrt{3}}{2}\vec{k}-\frac{9}{2}\vec{k}=-7.1\vec{k}\ kNm$$

2η αναγωγή στο χαρακτηριστικό A' ώστε το S_2 το απλούστερο δυν. ΣΔ.

Εδώ, επειδή $\vec{M}_1\perp\vec{R}$, το S_2 θα αναφέρεται σε μία μόνη δύναμη $\vec{R}$ στο A', χωρίς ροπή στο A'.

$$\boxed{\vec{AA'}=\frac{\vec{R}\times\vec{M}_1}{R^2}}\leftarrow \text{Γενικής ισχύος}$$

Σαρώθηκε με το CamScanner

$$\vec{R} \times \vec{M}_A = (1.5\,\vec{i} - 4.6\,\vec{j}) \times (-7.1)\,\vec{k} =$$

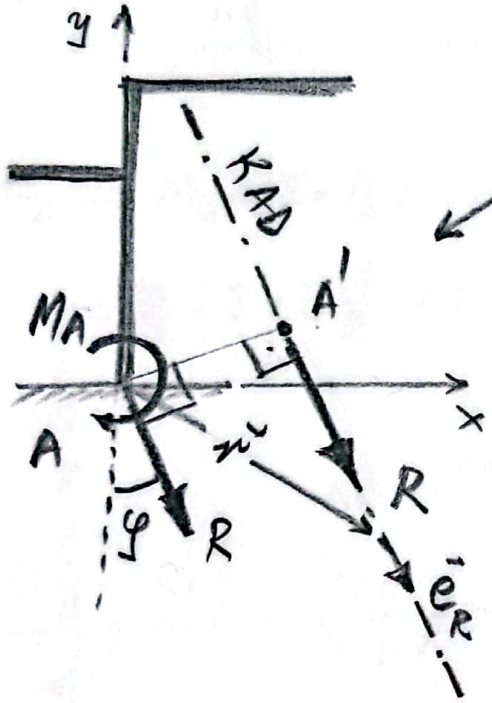
$$= (4.6)(7.1)\,\vec{i} + (1.5)(7.1)\,\vec{j} =$$

$$= 32.66\,\vec{i} + 10.65\,\vec{j} \quad kN^2 m$$

$$R^2 = 1.5^2 + 4.6^2 = 23.41 \; kN^2$$

$$\boxed{\vec{AA'} = \frac{32.66}{23.41}\,\vec{i} + \frac{10.65}{23.41}\,\vec{j} = 1.4\,\vec{i} + 0.45\,\vec{j}} \; m$$

$$(AA' = 1.47\,m)$$



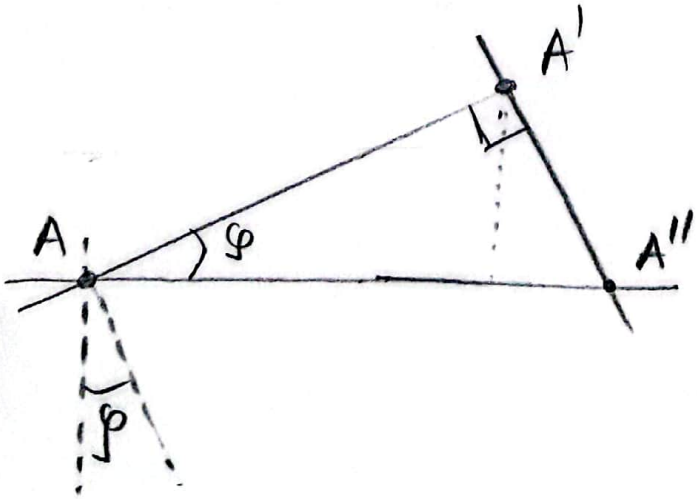
$$S_2 = \{\vec{R}, A'\}$$

Εξίσωση ΚΑΔ : $\vec{r} = \vec{AA'} + \lambda \vec{e}_R$

(διανυσματική) $\lambda \in \mathbb{R}$

$$R = \sqrt{23.41} = 4.84$$

$$\cos\varphi = \frac{R_y}{R} = \frac{4.6}{4.84} = 0.95$$

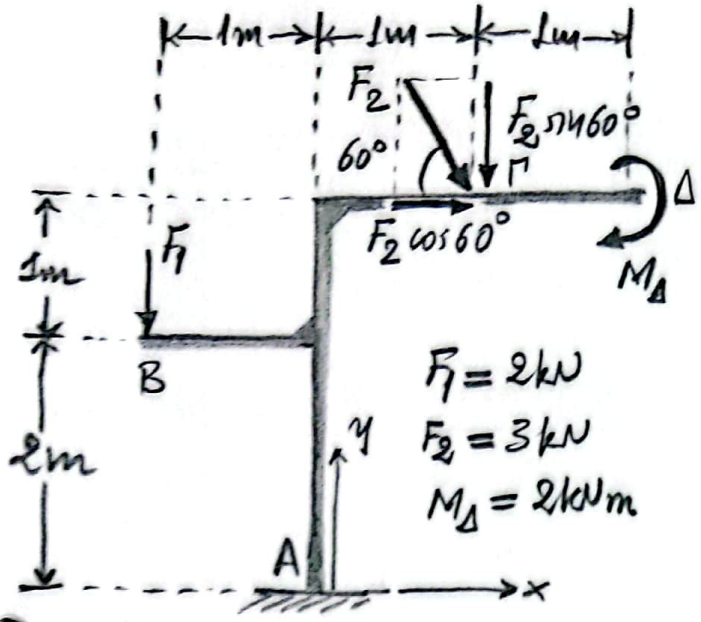


$$\underline{AA''} = \frac{AA'}{\cos\varphi} = \frac{1.47}{0.95} =$$

$$\cong \underline{1.54}$$

Σαρώθηκε με το CamScanner

2) Χωρίς διανύσματα, λόγω απλότητας του εκπαιδέδου



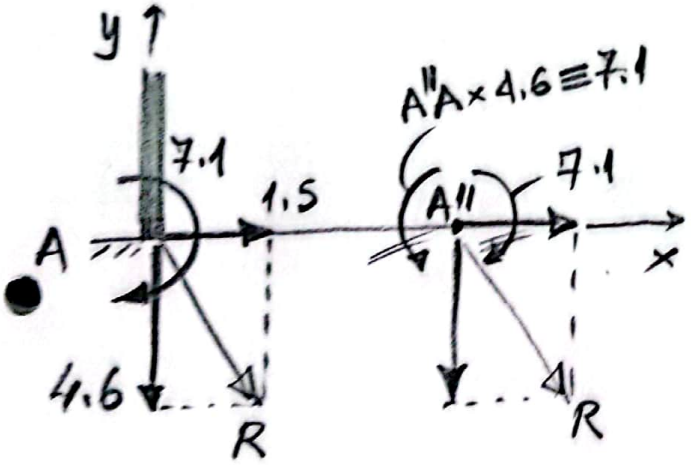
1η αναγωγή στο A

$$R_x = F_2 \cos 60° = 3\frac{1}{2} = 1.5\,kN$$

$$R_y = F_1 + F_2 \sin 60° = 2 + 3\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4+3\sqrt{3}}{2} = 4.6\,kN \downarrow$$

$$\circlearrowleft M_A = M_\Delta + 3\times F_2 \cos 60° + 1\times F_2 \sin 60° - 1\times F_1 =$$

$$= \cancel{2} + 3\times 3\frac{1}{2} + 1\times 3\frac{\sqrt{3}}{2} \cancel{-1\times 2} = \frac{9+3\sqrt{3}}{2} = 7.1\,kNm \circlearrowright$$



2η αναγωγή στο A'', έτσι ώστε $A''A \times 4.6 = 7.1$

$$\Rightarrow \boxed{A''A = \frac{7.1}{4.6} = 1.54\,m}$$

✓

Σαρώθηκε με το CamScanner