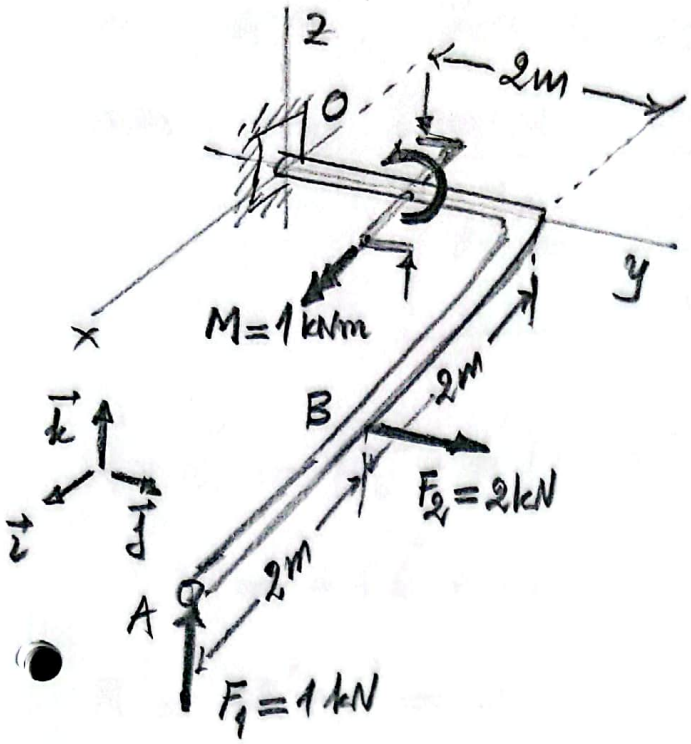
ΑΣΚΗΣΗ 2-4



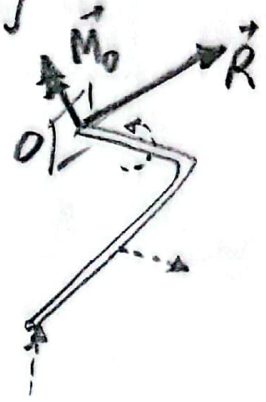
Να βρεθεί αναγωγή των δυνάμεων που ασκούνται στο απλούστερο δυνατό σύστημα (ΚΑΔ)

Αρχικό ΣΔ

$S = \{(\vec{F}_1, A), (\vec{F}_2, B), \vec{M}\}$

1η (τυχαία) αναγωγή στο O

$S_1 = \{(\vec{R}, O), \vec{M}_O\}$



$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 2\vec{j} + 1\vec{k}$ kN

$\vec{M}_O = \vec{M} + \vec{OA} \times \vec{F}_1 + \vec{OB} \times \vec{F}_2 =$

$= 1\vec{i} + (4\vec{i} + 2\vec{j}) \times \vec{k} + (2\vec{i} + 2\vec{j}) \times 2\vec{j} =$

$= \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{i} + 4\vec{k} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 4\vec{k}$ kNm

2η αναγωγή στο σημείο O' ώστε S_2 το απλούστερο δυν. ΣΔ

Καταρχάς έλεγχος εάν $\vec{M}_O \perp \vec{R}$, διότι τότε το S_2 θα αναφέρεται σε μία μόνη δύναμη $\vec{R}$ στο O' χωρίς ροπή στο O'.

$\vec{M}_O \cdot \vec{R} = (3, -4, 4) \cdot (0, 2, 1) = 0 - 8 + 4 = -4 \neq 0$, άρα

$\vec{M}_O \not\perp \vec{R}$.

Σαρώθηκε με το CamScanner

Άρα το απλούστερο δυνατό σύστημα είναι αυτό του KAD. Τότε το υπό αναζήτηση O' θα υπολογίζεται από τη θεωρία ως:

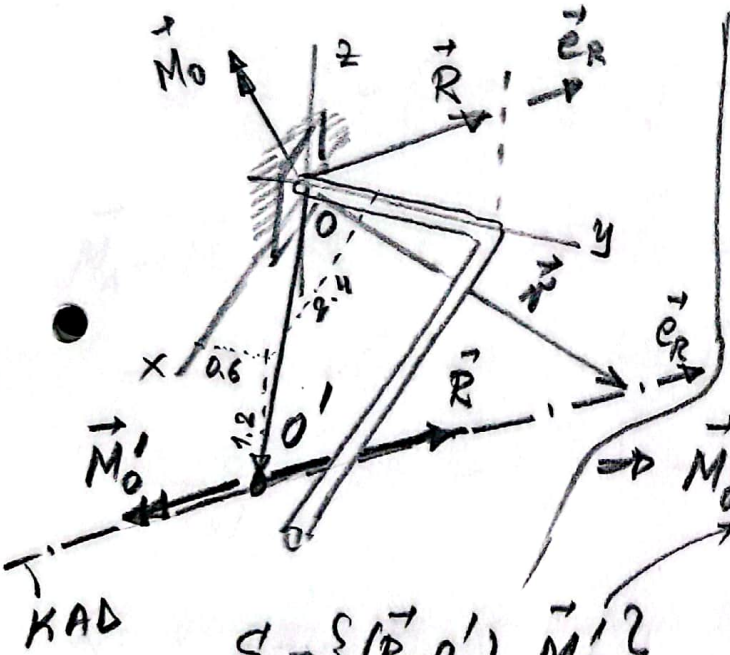
$$\boxed{\vec{OO'} = \frac{\vec{R}\times\vec{M}_O}{R^2}}$$

$$\vec{R}\times\vec{M}_O = (2\vec{j}+\vec{k})\times(3\vec{i}-4\vec{j}+4\vec{k}) =$$

$$= -6\vec{k}+8\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{i} = 12\vec{i}+3\vec{j}-6\vec{k} \quad kN^2 m$$

$$R^2 = 2^2+1^2 = 5 \quad kN^2$$

$$\boxed{\vec{OO'} = \frac{12}{5}\vec{i}+\frac{3}{5}\vec{j}-\frac{6}{5}\vec{k} = 2.4\vec{i}+0.6\vec{j}-1.2\vec{k} \ m}$$



$$\left.\begin{aligned} &\vec{M}_O' \equiv \vec{M}_O^{\Pi} = (\vec{M}_O\cdot\vec{R})\,\vec{e}_R \\ &\vec{e}_R = \frac{\vec{R}}{R} = \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k} \\ &\vec{M}_O\cdot\vec{R} = -4 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{M}_O' \equiv \vec{M}_O^{\Pi} = -\frac{4}{\sqrt{5}}(2\vec{j}+\vec{k})$$

$$S_2 = \{(\vec{R}, O'), \vec{M}_O'\}$$

Εξίσωση KAD (διανυσματική)

$$\vec{r} = \vec{OO'} + \lambda\vec{e}_R, \quad \lambda\in\mathbb{R}.$$

Σαρώθηκε με το CamScanner