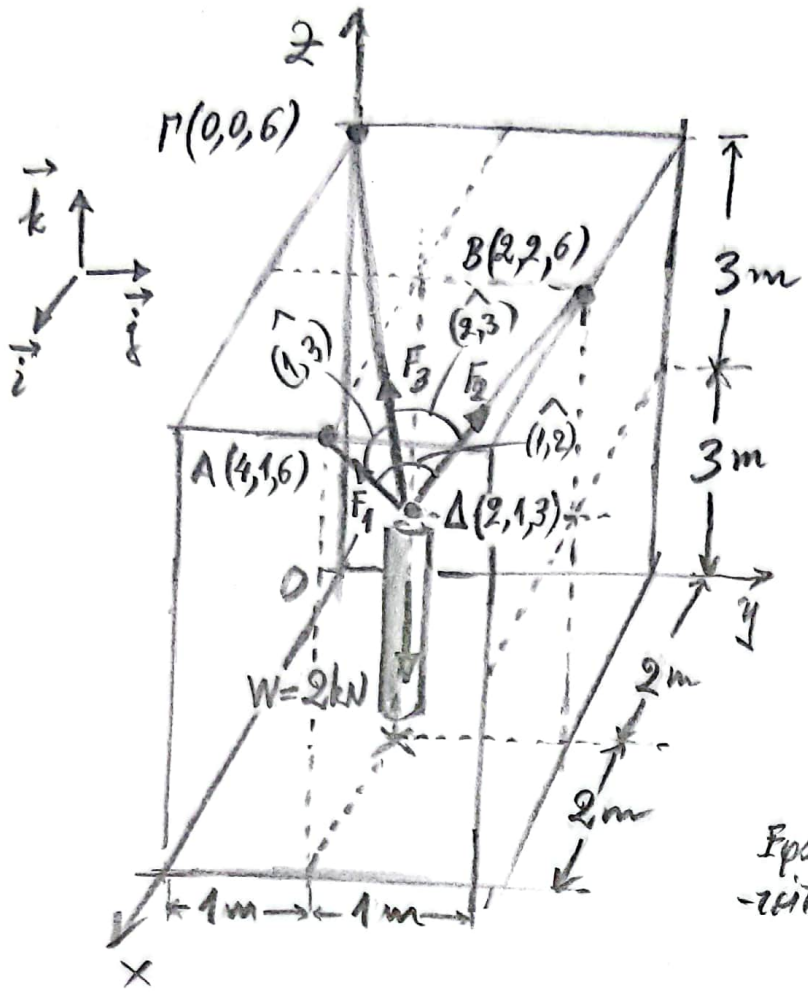
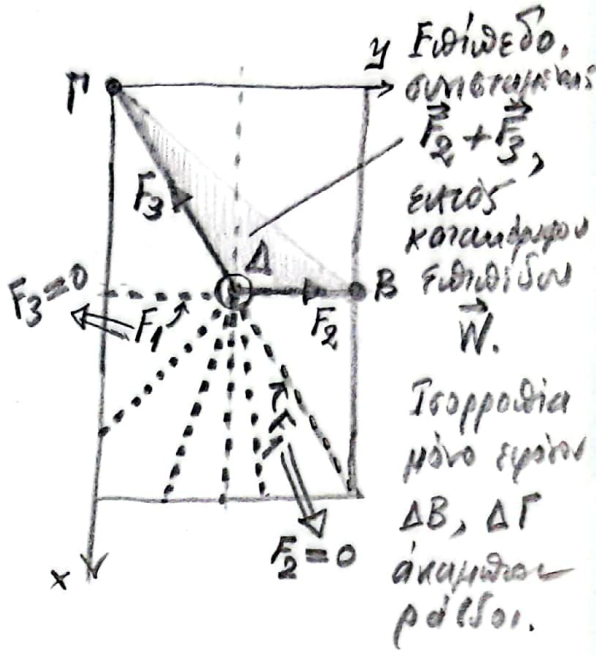
ΑΣΚΗΣΗ 1.1



Ζητούνται

- Τα μήκη των σχοινιών και οι γωνίες τους στον χώρο
- Τα μέτρα των $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$



Επίπεδο, συνισταμένης $\vec{F}_2+\vec{F}_3$, εντός κατακόρυφου επιπέδου $\vec{W}$.

Ισορροπία μόνο εφόσον ΔΒ, ΔΓ άκαμπτοι ράβδοι.

Εφόσον ΔΒ, ΔΓ σχοινιά, τότε απαιτείται και τρίτο σχοινί, το ΔΑ

$$\vec{\Delta A} = (x_A - x_\Delta)\vec{i} + (y_A - y_\Delta)\vec{j} + (z_A - z_\Delta)\vec{k} =$$
$$= (4-2)\vec{i} + (1-1)\vec{j} + (6-3)\vec{k} = 2\vec{i} + 3\vec{k} \quad m$$

$$\vec{\Delta B} = (2-2)\vec{i} + (2-1)\vec{j} + (6-3)\vec{k} = \vec{j} + 3\vec{k} \quad m$$

$$\vec{\Delta \Gamma} = (0-2)\vec{i} + (0-1)\vec{j} + (6-3)\vec{k} = -2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \quad m$$

$$\left.\begin{aligned} \Delta A &= \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}\ m \\ \Delta B &= \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10}\ m \\ \Delta \Gamma &= \sqrt{(-2)^2+(-1)^2+3^2} = \sqrt{14}\ m \end{aligned}\right\} \text{Μήκη σχοινιών}$$

$$\vec{e}_1 = \frac{\vec{\Delta A}}{\Delta A} = \frac{2}{\sqrt{13}}\vec{i} + \frac{3}{\sqrt{13}}\vec{k}, \quad \vec{e}_2 = \frac{\vec{\Delta B}}{\Delta B} = \frac{1}{\sqrt{10}}\vec{j} + \frac{3}{\sqrt{10}}\vec{k},$$
$$\vec{e}_3 = \frac{\vec{\Delta \Gamma}}{\Delta \Gamma} = -\frac{2}{\sqrt{14}}\vec{i} - \frac{1}{\sqrt{14}}\vec{j} + \frac{3}{\sqrt{14}}\vec{k}$$

Σαρώθηκε με το CamScanner

Γωνίες μεταξύ των σχοινιών στον χώρο

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 1 \cdot 1 \cos(1,2) = \left(\frac{2}{\sqrt{13}}, 0, \frac{3}{\sqrt{13}}\right) \cdot \left(0, \frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}\right) = \frac{9}{\sqrt{130}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{(1,2)} = \cos^{-1}\left(\frac{9}{\sqrt{130}}\right) = 37.9^\circ$$

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_3 = 1 \cdot 1 \cos(1,3) = \left(\frac{2}{\sqrt{13}}, 0, \frac{3}{\sqrt{13}}\right) \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{14}}, -\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right) = -\frac{4}{\sqrt{182}} + \frac{9}{\sqrt{182}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{(1,3)} = \cos^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{182}}\right) = 68.2^\circ$$

$$\vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 = 1 \cdot 1 \cos(2,3) = \left(0, \frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}\right) \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{14}}, -\frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{3}{\sqrt{14}}\right) = -\frac{1}{\sqrt{140}} + \frac{9}{\sqrt{140}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{(2,3)} = \cos^{-1}\left(\frac{8}{\sqrt{140}}\right) = 47.5^\circ$$

Μέτρα δυνάμεων

Ισορροπία: $\vec{W} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

$$-2\vec{k} + F_1\vec{e}_1 + F_2\vec{e}_2 + F_3\vec{e}_3 = \vec{0}$$

$$-2\vec{k} + \frac{2F_1}{\sqrt{13}}\vec{i} + \frac{3F_1}{\sqrt{13}}\vec{k} + \frac{F_2}{\sqrt{10}}\vec{j} + \frac{3F_2}{\sqrt{10}}\vec{k} - \frac{2F_3}{\sqrt{14}}\vec{i} - \frac{F_3}{\sqrt{14}}\vec{j} + \frac{3F_3}{\sqrt{14}}\vec{k} = \vec{0}$$

$$\left.\begin{aligned}
(\vec{i}):\ & \frac{2F_1}{\sqrt{13}} - \frac{2F_3}{\sqrt{14}} = 0 \\
(\vec{j}):\ & \frac{F_2}{\sqrt{10}} - \frac{F_3}{\sqrt{14}} = 0 \\
(\vec{k}):\ & \frac{3F_1}{\sqrt{13}} + \frac{3F_2}{\sqrt{10}} + \frac{3F_3}{\sqrt{14}} = 2
\end{aligned}\right\} \xrightarrow{(3\times 3)} F_1, F_2, F_3 = \dots$$

Σαρώθηκε με το CamScanner