

ΑΡΧΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Σημαντικά Ψηφία

Παρουσίαση 1

Σημαντικά Ψηφία

Ποιο από τα παρακάτω είναι το σωστό αποτέλεσμα;

$$12.4 + 5.22 = 17.62$$

$$12.4 + 5.22 = 17.620$$

$$12.4 + 5.22 = 17.6$$

$$3.251 + 6.54 = 9.791$$

$$3.251 + 6.54 = 9.79$$

$$3.251 + 6.54 = 9.80$$

Σημαντικά Ψηφία

Η μέτρηση ενός φυσικού μεγέθους περιέχει πάντα κάποιο **ποσοστό σφάλματος** που οφείλεται στην **ακρίβεια της μέτρησης** του φυσικού μεγέθους από το όργανο μέτρησης.

Δεχόμαστε ότι το **τελευταίο σημαντικό ψηφίο ενός αριθμού αντιπροσωπεύει την αβεβαιότητα** με την οποία γνωρίζουμε την πραγματική τιμή του φυσικού μεγέθους που αντιπροσωπεύει αυτός ο αριθμός.

Έτσι, ποσότητα μάζας ίση με 12.3 g έχει μια ακρίβεια στη μέτρηση της ίση με ± 0.05 g. Δηλαδή η πραγματική τιμή της μάζας μπορεί να βρίσκεται μεταξύ 12.25 και 12.35 g.

Σημαντικά Ψηφία

Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων σε μια αριθμητική τιμή αντιπροσωπεύει τον αριθμό των ψηφίων που είναι γνωστά με κάποιο αποδεκτό βαθμό βεβαιότητας.

Με αυτή τη λογική ο αριθμός 12.3 έχει 3 σημαντικά ψηφία, ενώ ο αριθμός 12.30 έχει 4 σημαντικά ψηφία.

Για τον προσδιορισμό των σημαντικών ψηφίων ενός αριθμού χρησιμοποιούνται οι ακόλουθοι κανόνες

Σημαντικά Ψηφία

Όλα τα μη μηδενικά ψηφία είναι σημαντικά

1.325 g έχει 4 σημαντικά ψηφία

1.3 g έχει 2 σημαντικά ψηφία

Όλα τα μηδενικά ψηφία μεταξύ μη μηδενικών ψηφίων είναι σημαντικά

5003 kg έχει 4 σημαντικά ψηφία

2.05 m έχει 3 σημαντικά ψηφία

Τα μηδενικά που βρίσκονται αριστερά του πρώτου μη μηδενικού ψηφίου δεν είναι σημαντικά

0.0002 m έχει 1 σημαντικό ψηφίο

0.12 g έχει 2 σημαντικά ψηφία

Σημαντικά Ψηφία

Μηδενικά που βρίσκονται μετά από μη μηδενικό ψηφίο δεξιά της δεκαδικής υποδιαστολής είναι σημαντικά

0.0520 L	έχει 3 σημαντικά ψηφία
0.300 kg	έχει 3 σημαντικά ψηφία
8200.00 m	έχει 6 σημαντικά ψηφία
82.00	έχει 4 σημαντικά ψηφία

Όταν ο αριθμός τελειώνει σε μηδενικά που δεν βρίσκονται δεξιά της υποδιαστολής, τότε τα μηδενικά δεν είναι απαραίτητα σημαντικά

200 m	μπορεί να έχει 1, 2 ή 3 σημαντικά ψηφία
60500 g	μπορεί να έχει 3, 4 ή 5 σημαντικά ψηφία
8200	έχει 2, 3 ή 4 σημαντικά ψηφία

Σημαντικά Ψηφία

Όταν ο αριθμός τελειώνει σε μηδενικά που δεν βρίσκονται δεξιά της υποδιαστολής, τότε τα μηδενικά δεν είναι απαραίτητα σημαντικά

200 m	μπορεί να έχει 1, 2 ή 3 σημαντικά ψηφία
60500 g	μπορεί να έχει 3, 4 ή 5 σημαντικά ψηφία
8200	έχει 2, 3 ή 4 σημαντικά ψηφία

Επειδή ο αριθμός 200 ανάλογα με την ακρίβεια των μετρήσεων μπορεί πράγματι να έχει 2 ή 3 σημαντικά ψηφία, τότε για να τα προσδιορίσουμε τον εκφράζουμε σε μορφή δυνάμεων του 10. Έτσι έχουμε:

200	$= 2.0 \times 10^2$	έχει 2 σημαντικά ψηφία
200	$= 2.00 \times 10^2$	έχει 3 σημαντικά ψηφία

Στρογγυλοποίηση Αριθμών

Για τη στρογγυλοποίηση των αριθμών που προκύπτουν από υπολογισμούς εξετάζεται το πρώτο ψηφίο του αριθμού που βρίσκεται **δεξιά** από το τελευταίο ψηφίο του αριθμού που πρόκειται να προκύψει μετά τη στρογγυλοποίηση και ακολουθούνται οι εξής κανόνες:

Εάν το ψηφίο είναι **μικρότερο από 5**, τότε το ψηφίο αυτό καθώς και όσα ψηφία είναι δεξιά του διαγράφονται

Για τη στρογγυλοποίηση του αριθμού **54.4328** σε **4 σημαντικά ψηφία**,

?

Στρογγυλοποίηση Αριθμών

Για τη στρογγυλοποίηση των αριθμών που προκύπτουν από υπολογισμούς εξετάζεται το πρώτο ψηφίο του αριθμού που βρίσκεται **δεξιά** από το τελευταίο ψηφίο του αριθμού που πρόκειται να προκύψει μετά τη στρογγυλοποίηση και ακολουθούνται οι εξής κανόνες:

Εάν το ψηφίο είναι **μικρότερο από 5**, τότε το ψηφίο αυτό καθώς και όσα ψηφία είναι δεξιά του διαγράφονται

Για τη στρογγυλοποίηση του αριθμού **54.4328 σε 4 σημαντικά ψηφία**, εξετάζεται το πέμπτο ψηφίο του αριθμού. Αυτό είναι 2, επομένως αυτό μαζί με το 8 που βρίσκεται δεξιά του διαγράφονται. Ο στρογγυλοποιημένος αριθμός είναι **54.43**

Στρογγυλοποίηση Αριθμών

Εάν το ψηφίο είναι **μεγαλύτερο από 5**, τότε το τελευταίο ψηφίο του αριθμού αυξάνεται κατά 1 και όσα ψηφία είναι δεξιά του διαγράφονται

Για τη στρογγυλοποίηση του αριθμού **28.32856** σε **4 σημαντικά ψηφία**,

?

Στρογγυλοποίηση Αριθμών

Εάν το ψηφίο είναι **μεγαλύτερο από 5**, τότε το τελευταίο ψηφίο του αριθμού αυξάνεται κατά 1 και όσα ψηφία είναι δεξιά του διαγράφονται

Για τη στρογγυλοποίηση του αριθμού **28.32856** σε **4 σημαντικά ψηφία**, εξετάζεται το πέμπτο ψηφίο του αριθμού. Αυτό είναι 8, επομένως το τελευταίο ψηφίο του αριθμού που είναι το 2 αυξάνεται κατά 1 και γίνεται 3. Το 8 και τα ψηφία που βρίσκονται δεξιά του διαγράφονται. Ο στρογγυλοποιημένος αριθμός είναι **28.33**

Στρογγυλοποίηση Αριθμών

Εάν το **ψηφίο είναι ίσο με 5**, τότε το τελευταίο ψηφίο του αριθμού στρογγυλοποιείται έτσι ώστε να προκύψει ζυγός αριθμός. Το μηδέν θεωρείται ότι είναι ζυγός αριθμός.

Για τη στρογγυλοποίηση του αριθμού **52.32856** σε **5** σημαντικά ψηφία,

?

Στρογγυλοποίηση Αριθμών

Εάν το **ψηφίο είναι ίσο με 5**, τότε το τελευταίο ψηφίο του αριθμού στρογγυλοποιείται έτσι ώστε να προκύψει ζυγός αριθμός. Το μηδέν θεωρείται ότι είναι ζυγός αριθμός.

Για τη στρογγυλοποίηση του αριθμού **52.32856 σε 5 σημαντικά ψηφία**, εξετάζεται το έκτο ψηφίο του αριθμού. Αυτό είναι 5, επομένως το τελευταίο ψηφίο του αριθμού που είναι το 8 και είναι ζυγό παραμένει ως έχει. Το 5 και τα ψηφία που βρίσκονται δεξιά του διαγράφονται. Ο στρογγυλοποιημένος αριθμός είναι **52.328**

Πράξεις μεταξύ αριθμών με σημαντικά ψηφία

Όταν δύο ή περισσότερες ποσότητες **πολλαπλασιάζονται ή διαιρούνται** μεταξύ τους τότε ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων της ποσότητας που προκύπτει είναι ίσος με τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων της ποσότητας που έχει τα λιγότερα σημαντικά ψηφία.

Το ίδιο ισχύει και για πράξεις μεταξύ ποσοτήτων που περιλαμβάνουν **συναρτήσεις όπως τριγωνομετρικές, εκθετικές** κλπ. Αν τα σημαντικά στοιχεία που προκύπτουν από τις πράξεις είναι περισσότερα από τα σημαντικά ψηφία του αριθμού με τα λιγότερα σημαντικά ψηφία τότε αυτά στρογγυλοποιούνται έτσι ώστε να μειωθούν στον ελάχιστο επιτρεπτό αριθμό.

Πράξεις μεταξύ αριθμών με σημαντικά ψηφία

- 3.43 (τρία σημ. ψηφία) $\times$ 2.548 (τέσσερα σημ. ψηφία) $= 6.19164 =$
- 3.43 (τρία σημ. ψηφία) $/$ 2.548 (τέσσερα σημ. ψηφία) $= 1.34615 =$
- $\sin(0.097$ (δύο σημ. ψηφία) $\times 4.73$ (τρία σημ. ψηφία)) $= 0.442881$

Πράξεις μεταξύ αριθμών με σημαντικά ψηφία

- 3.43 (τρία σημ. ψηφία) $\times$ 2.548 (τέσσερα σημ. ψηφία) $= 6.19164 = 6.19$ (τρία σημ. ψηφία)
- 3.43 (τρία σημ. ψηφία) $/$ 2.548 (τέσσερα σημ. ψηφία) $= 1.34615 = 1.35$ (τρία σημ. ψηφία)
- $\sin(0.097$ (δύο σημ. ψηφία) $\times 4.73$ (τρία σημ. ψηφία)) $= 0.442881 = 0.44$ (δύο σημ. ψηφία)

Πράξεις μεταξύ αριθμών με σημαντικά ψηφία

Όταν δύο ή περισσότερες ποσότητες **προστίθενται ή αφαιρούνται**, τότε πρέπει να συγκριθούν οι θέσεις των τελευταίων σημαντικών ψηφίων των αριθμών σε σχέση με τη δεκαδική υποδιαστολή. Σε αυτή την περίπτωση μετρώνται τα σημαντικά ψηφία στο δεκαδικό τμήμα των αριθμών που πρόκειται να προστεθούν ή να αφαιρεθούν και το αποτέλεσμα περιλαμβάνει τόσα δεκαδικά ψηφία όσα έχει ο αριθμός με τα ελάχιστα δεκαδικά ψηφία.

$$12.4 \text{ (ένα δεκαδικό)} + 5.22 \text{ (δύο δεκαδικά)} = 17.6 \text{ (ένα δεκαδικό)}$$

$$3.251 \text{ (3 δεκαδικά)} + 6.54 \text{ (δύο δεκαδικά)} = 9.79 \text{ (δύο δεκαδικά)}$$

Πράξεις μεταξύ αριθμών με σημαντικά ψηφία

Οι πράξεις μπορούν να εκτελεστούν κανονικά και το αποτέλεσμα να στρογγυλοποιηθεί σε αριθμό δεκαδικών ψηφίων ίσο με τον ελάχιστο αριθμό δεκαδικών των αριθμών που πρόκειται να προστεθούν ή να αφαιρεθούν, σύμφωνα με τους κανόνες στρογγυλοποίησης που έχουν αναφερθεί.

$$1.0000 \text{ (4 δεκαδ.)} + 0.036 \text{ (3 δεκαδ.)} + 0.22 \text{ (2 δεκαδ.)} = 1.2560 = 1.26 \text{ (2 δεκαδ.)}$$

$$2.75 \times 10^6 + 3.400 \times 10^4 = (275 + 3.400) \times 10^4 = 278.400 \times 10^4 = 278 \times 10^4$$

Πράξεις μεταξύ αριθμών με σημαντικά ψηφία

- Για τον *πολλαπλασιασμό* ή τη *διαίρεση* αριθμών λαμβάνεται υπόψη ο *αριθμός των σημαντικών ψηφίων* των αριθμών που συμμετέχουν στις πράξεις
- Για την **αφαίρεση** ή την **πρόσθεσή** τους λαμβάνεται υπόψη ο **αριθμός των δεκαδικών ψηφίων** του κάθε αριθμού.
- Αν οι υπολογισμοί περιλαμβάνουν μια **σειρά αριθμητικών πράξεων** συνίσταται να διατηρούνται τα επί πλέον σημαντικά ψηφία στους ενδιάμεσους υπολογισμούς και **η στρογγυλοποίηση να γίνεται στο τελικό αποτέλεσμα.**

Πράξεις μεταξύ αριθμών με σημαντικά ψηφία

Παράδειγμα

Υπολογίστε τη μάζα ενός φύλλου αλουμινίου διαστάσεων
 $3.62\text{ cm} \times 3.02\text{ cm} \times 0.0503\text{ cm}$.

Η πυκνότητα του αλουμινίου είναι 8.96 g/cm^3 .

$\text{Vol} = 3.62\text{ cm} \times 3.02\text{ cm} \times 0.0503\text{ cm} = 0.5499\text{ cm}^3 = 0.550\text{ cm}^3$
(στρογγυλοποιείται σε 3 σημαντικά ψηφία)

$m_{\text{Al}} = 8.96\text{ g/cm}^3 \times 0.550\text{ cm}^3 = 4.9271\text{ g} = 4.93\text{ g}$