

ΜΑΘΗΜΑ: «Κβαντική Θεωρία της Ύλης», ΔΜΠΣ-MINA, ΑΚΑΔ. ΕΤΟΣ 2024-2025

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Α. ΤΣΕΤΣΕΡΗΣ

3^η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Οι ασκήσεις δίνονται για εξάσκηση, δεν ζητείται η παράδοση των λύσεων στον διδάσκοντα.

Πρόβλημα Γ.1: (α) Χρησιμοποιώντας κατάλληλα διανύσματα πλέγματος για την θεμελιώδη μοναδιαία κυψελίδα, βρείτε τα διανύσματα αντίστροφου πλέγματος για τα κάτωθι πλέγματα: 1) Απλό κυβικό, 2) BCC, 3) FCC, 4) Δομή διαμαντιού, 5) HCP. (β) Βρείτε τα διανύσματα πλέγματος, τις θέσεις των ατόμων της βάσης στην θεμελιώδη κυψελίδα και τα διανύσματα αντίστροφου πλέγματος για τις δομές NaCl, CsCl και ZnS (zincblende).

Πρόβλημα Γ.2: Έστω ότι τα άτομα ενός κρυστάλλου περιβάλλονται από σφαίρες οι οποίες εφάπτονται μεταξύ τους. Ο λόγος λ του όγκου που καταλαμβάνουν αυτές οι σφαίρες προς τον όγκο του στερεού μας επιτρέπει να χαρακτηρίσουμε το πόσο πυκνή είναι μία κρυσταλλική δομή. Βρείτε τον λόγο λ για τις εξής δομές: 1) Διαμαντιού, 2) Απλό κυβικό, 3) BCC, 4) FCC, και 5) HCP. Επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματα αυτό που ξέρουμε για το ποιες δομές είναι πυκνής διάταξης;

Πρόβλημα Γ.3: Αποδείξτε και τις δύο εκφράσεις του θεωρήματος Bloch. Εξηγήστε την σημασία όλων των σχετικών συμβόλων.

Πρόβλημα Γ.4: (α) Αποδείξτε ότι το αντίστροφο πλέγμα του αντιστρόφου πλέγματος είναι το ευθύ πλέγμα. (β) Βρείτε τον όγκο της μοναδιαίας κυψελίδας του αντιστρόφου πλέγματος συναρτήσει του όγκου της μοναδιαίας κυψελίδας του πραγματικού πλέγματος.

Πρόβλημα Γ.5: Το δυναμικό που αντιλαμβάνονται τα ηλεκτρόνια σθένους σε ένα μονοδιάστατο κρύσταλλο σταθεράς πλέγματος a μπορεί να προσεγγιστεί από μία αλληλουχία φραγμάτων δυναμικού, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Θεωρείστε ότι για επίπεδο κύμα ενέργειας E που προσπίπτει (είτε από δεξιά, είτε από αριστερά) υπάρχει συντελεστής ανακλαστικότητας (διέλευσης) r (t).



(α)

Δείξτε ότι αν k είναι το κυματόνισμα που εισάγει το θεώρημα Bloch και $E = \frac{\hbar^2 K^2}{2m_e}$ τότε

ισχύει η σχέση $\cos ka = \frac{t^2 - r^2}{2t} e^{iKa} + \frac{1}{2t} e^{-iKa}$ (1). (β) Αν $t = |t| e^{i\delta}$ τότε μπορεί να δειχτεί

ότι $|t|^2 + |r|^2 = 1$ (2) και $r = \pm i|r| e^{i\delta}$ (3). Με δεδομένες τις (2) και (3), αποδείξτε ότι η

σχέση διασποράς (1) παίρνει τη μορφή $\cos ka = \frac{\cos(Ka + \delta)}{|t|}$ (4). Επιχειρηματολογήστε

ότι η σχέση (4) έχει ως άμεση συνέπεια την ύπαρξη ενεργειακών χασμάτων κοντά στα επίπεδα Bragg του μονοδιάστατου κρυστάλλου.