ΜΑΘΗΜΑ: «Κβαντική Θεωρία της Ύλης», ΔΜΠΣ-ΜΙΝΑ, ΑΚΑΔ. ΕΤΟΣ 2023-2024
ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Λ. ΤΣΕΤΣΕΡΗΣ
3η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Οι ασκήσεις δίνονται για εξάσκηση, δεν ζητείται η παράδοση των λύσεων στον διδάσκοντα.

Πρόβλημα Γ.1: (α) Χρησιμοποιώντας κατάλληλα διανύσματα πλέγματος για την θεμελιώδη μοναδιαία κυψελίδα, βρείτε τα διανύσματα αντίστροφου πλέγματος για τα κάτωθι πλέγματα: 1) Απλό κυβικό, 2) BCC, 3) FCC, 4) Δομή διαμαντιού, 5) HCP. **(β)** Βρείτε τα διανύσματα πλέγματος, τις θέσεις των ατόμων της βάσης στην θεμελιώδη κυψελίδα και τα διανύσματα αντίστροφου πλέγματος για τις δομές NaCl, CsCl και ZnS (zincblende).

Πρόβλημα Γ.2: Έστω ότι τα άτομα ενός κρυστάλλου περιβάλλονται από σφαίρες οι οποίες εφάπτονται μεταξύ τους. Ο λόγος λ του όγκου που καταλαμβάνουν αυτές οι σφαίρες προς τον όγκο του στερεού μας επιτρέπει να χαρακτηρίσουμε το πόσο πυκνή είναι μία κρυσταλλική δομή. Βρείτε τον λόγο λ για τις εξής δομές: 1) Διαμαντιού, 2) Απλό κυβικό, 3) BCC, 4) FCC, και 5) HCP. Επιβεβαιώνουν τα αποτελέσματα αυτό που ξέρουμε για το ποιες δομές είναι πυκνής διάταξης;

Πρόβλημα Γ.3: Αποδείξτε και τις δύο εκφράσεις του θεωρήματος Bloch. Εξηγήστε την σημασία όλων των σχετικών συμβόλων.

Πρόβλημα Γ.4: **(α)** Αποδείξτε ότι το αντίστροφο πλέγμα του αντιστρόφου πλέγματος είναι το ευθύ πλέγμα. **(β)** Βρείτε τον όγκο της μοναδιαίας κυψελίδας του αντιστρόφου πλέγματος συναρτήσει του όγκου της μοναδιαίας κυψελίδας του πραγματικού πλέγματος.

Πρόβλημα Γ.5: Το δυναμικό που αντιλαμβάνονται τα ηλεκτρόνια σθένους σε ένα μονοδιάστατο κρύσταλλο σταθεράς πλέγματος a μπορεί να προσεγγιστεί από μία αλληλουχία φραγμάτων δυναμικού, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Θεωρείστε ότι για επίπεδο κύμα ενέργειας E που προσπίπτει (είτε από δεξιά, είτε από αριστερά) υπάρχει συντελεστής ανακλαστικότητας (διέλευσης) r (t). **(α)** Δείξτε ότι αν k είναι το κυματάνυσμα που εισάγει το θεώρημα Bloch και $E=\frac{\hbar^2 K^2}{2m_e}$ τότε ισχύει η σχέση $\cos ka=\frac{t^2-r^2}{2t}e^{iKa}+\frac{1}{2t}e^{-iKa}(1)$. **(β)** Αν $t=|t|e^{i\delta}$ τότε μπορεί να δειχτεί ότι $|t|^2+|r|^2=1(2)$ και $r=\pm i|r|e^{i\delta}(3)$. Με δεδομένες τις (2) και (3), αποδείξτε ότι η σχέση διασποράς (1) παίρνει τη μορφή $\cos ka=\frac{\cos(Ka+\delta)}{|t|}(4)$. Επιχειρηματολογήστε ότι η σχέση (4) έχει ως άμεση συνέπεια την ύπαρξη ενεργειακών χασμάτων κοντά στα επίπεδα Bragg του μονοδιάστατου κρυστάλλου.