



ΧΩΡΙΚΕΣ ΒΑΣΕΙΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Διάλεξη: PostgreSQL και PostGIS

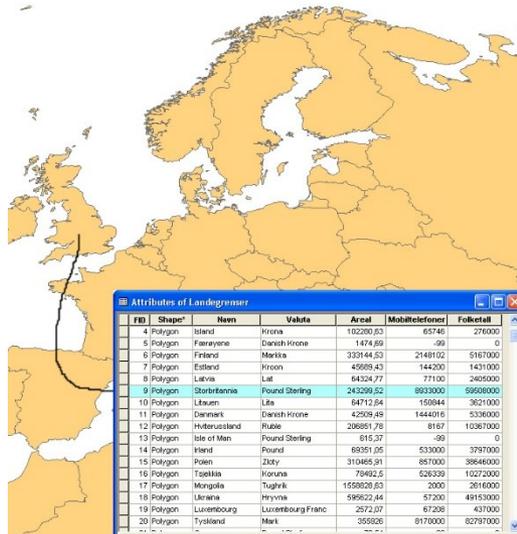
Διδάσκοντες:

- Αναστάσιος Ζαφειρόπουλος, Δρ. Μηχ. ΣΗΜΜΥ ΕΜΠ
- Νικόλαος Μήτρου, Ομότιμος Καθ. ΣΗΜΜΥ ΕΜΠ



Χωρικά Δεδομένα

- Τα δεδομένα αυτά συνήθως λέγονται γεωγραφικά ή χαρτογραφικά ή χωρικά (spatial) και μπορεί να συσχετίζονται με μια σειρά από περιγραφικά δεδομένα τα οποία και τα χαρακτηρίζουν μοναδικά.





Χωρικές Βάσεις Δεδομένων

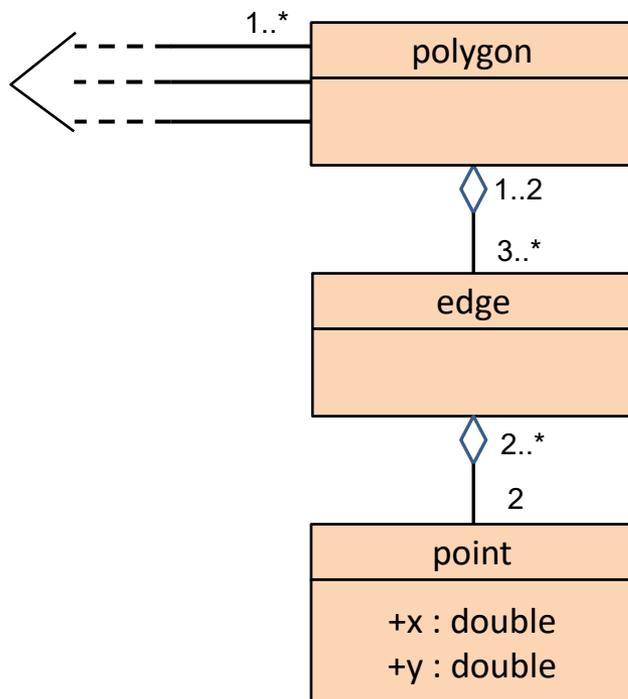
- Υποστήριξη Γεωγραφικών Πληροφοριακών Συστημάτων (ΓΠΣ)
- Απλή Βάση Δεδομένων + Δυνατότητα για αποθήκευση Τύπων Χωρικών Δεδομένων
 - Σημείο, ευθεία, πολύπλοκο γεωμετρικό σχήμα
 - Σχέσεις μεταξύ των σχημάτων (τομή, σύγκριση εμβαδού κ.α.)
- Αποδοτικός τρόπος αναζήτησης και προσπέλασης των τύπων χωρικών δεδομένων



Παράσταση & Διαχείριση Χωρικών Δεδομένων

A. Με χωριστούς πίνακες στο Σχεσιακό Μοντέλο

Επίπεδα γεωμετρικά ή
γεωγραφικά στοιχεία



- Επίπεδα γεωμετρικά ή γεωγραφικά αντικείμενα συσχετίζονται με ένα ή περισσότερα πολύγωνα
- Κάθε πολύγωνο απαρτίζεται από ένα σύνολο ακμών (τρεις ή περισσότερες). Κάθε ακμή συμμετέχει στην περίμετρο ενός ή δύο μη επικαλυπτόμενων πολυγώνων
- Κάθε ακμή ορίζεται από ακριβώς δύο σημεία. Κάθε σημείο συμμετέχει στον ορισμό δύο ή περισσότερων ακμών



Παράσταση & Διαχείριση χωρικών δεδομένων (συνέχεια)

Μειονεκτήματα

- Η διαχείριση χωρικών δεδομένων σε ΣΒΔ, ως συμβατικών πινάκων της ιεραρχίας <πολύγωνο><ακμή><σημείο> είναι πολύπλοκη και επιρρεπής σε λάθη:
 - Τα ερωτήματα ενημέρωσης και αναζήτησης είναι πολύπλοκα
 - Όλοι οι υπολογισμοί πρέπει να γίνουν στο πρόγραμμα εφαρμογής (εκτός συστήματος διαχείρισης)
 - Οποιαδήποτε αναδόμηση των δεδομένων επιφέρει αλλαγές στα προγράμματα εφαρμογών



Παράσταση & Διαχείριση χωρικών δεδομένων (συνέχεια)

B. Με ενσωμάτωσή τους στα ΣΔΒΔ (με κατάλληλες επεκτάσεις τους)

- Εισάγονται ειδικές στήλες «γεωμετρίας» σε πίνακες θεματικών δεδομένων γεωμετρικών ή γεωγραφικών οντοτήτων (**abstract data types**)
- Διατίθεται ένα πλούσιο ρεπερτόριο συναρτήσεων για τις συνηθέστερες λειτουργίες και τους αναγκαίους υπολογισμούς, εντός του συστήματος διαχείρισης
- **Υποστηρίζονται χωρικά ευρετήρια (spatial indexes)**
- Τα γνωστά συστήματα διαχείρισης βάσεων δεδομένων (DBMS) προσφέρουν επεκτάσεις με μια τέτοια λειτουργικότητα

ORACLE[®]
SPATIAL





Δομές Χωρικών Δεδομένων

- **Διανύσματα (Vector).** Όλα τα χωρικά δεδομένα μπορούν να αναπαρασταθούν με τρεις βασικούς τύπου γεωμετριών: σημεία, γραμμές, πολύγωνα
- **Ψηφιδωτά (Raster).** Η ψηφιδωτή δομή δεδομένων χρησιμοποιείται σε περιπτώσεις που το χωρικό φαινόμενο που αποτυπώνεται χαρακτηρίζεται ως συνεχής μεταβλητή (π.χ. το υψόμετρο του εδάφους, η κατανομή του θορύβου) ή σε περιπτώσεις που θέλουμε να ενσωματώσουμε μια δορυφορική εικόνα ή μια σαρωμένη αεροφωτογραφία.



Δομές Χωρικών Δεδομένων

- **Geometry**

- αναπαράσταση δεδομένων με βάση προβολές σε καρτεσιανό επίπεδο (Coordinate Reference System - CRS units).
- Το συντομότερο μονοπάτι ανάμεσα σε 2 σημεία είναι μια ευθεία γραμμή.
- Υπολογισμοί πάνω σε ορισμένες «γεωμετρικές» (περιοχή, απόσταση, μήκος, διασταυρώσεις, επικαλύψεις κτλ) πραγματοποιούνται με βάση συναρτήσεις που εφαρμόζονται στις συντεταγμένες που δηλώνονται στο καρτεσιανό επίπεδο.

- **Geography**

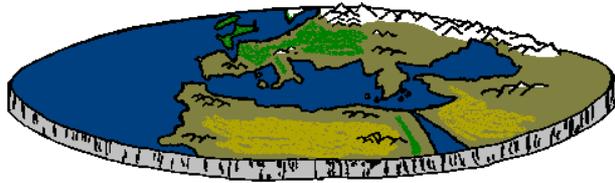
- αναπαράσταση δεδομένων σε μια σφαίρα (π.χ. με βάση latitudes, longitudes, υπολογισμός αποστάσεων σε μέτρα).
- Το συντομότερο μονοπάτι ανάμεσα σε 2 σημεία είναι ένα κυκλικό τόξο (arc).
- Υπολογισμοί πάνω σε ορισμένες «γεωγραφίες» (περιοχή, απόσταση, μήκος, διασταυρώσεις, επικαλύψεις κτλ) πραγματοποιούνται με βάση συναρτήσεις που εφαρμόζονται στα δεδομένα πάνω στη σφαίρα. Οι υπολογισμοί πρέπει να λάβουν υπόψη το ακριβές σφαιρικό σχήμα (αύξηση πολυπλοκότητας).

- **Raster**

- ψηφιδωτή δομή δεδομένων



Συστήματα αναπαράστασης



https://sincretica.files.wordpress.com/2011/07/tierra_plana1.gif?w=486&h=144



<https://nmssanctuaries.blob.core.windows.net/sanctuaries-prod/media/archive/library/gis-header.jpg>

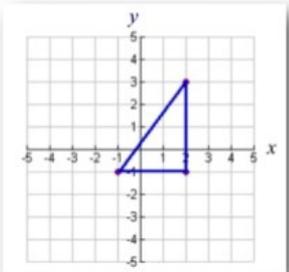


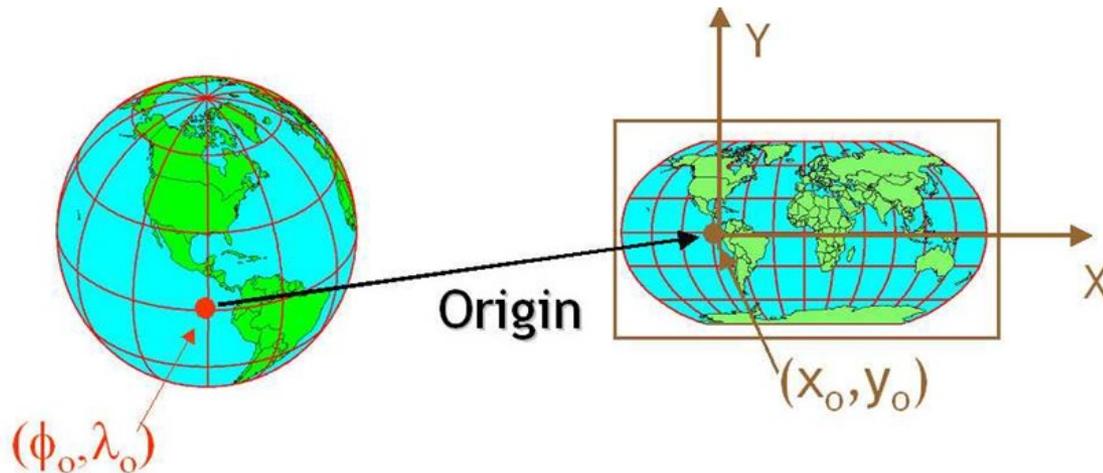
<https://www.ststephens.london/wp-content/uploads/2016/09/Planet-Earth.png>



Δομές Χωρικών Δεδομένων

GEOMETRY VS. GEOGRAPHY

| Geometry | Geography |
|---|---|
|  |  |
| Euclidian (flat-earth) | Ellipsoidal (round-earth) |
| Stereo 70 | WGS84 |
| X: 488621 Y: 386736 | Longitude: 24° 51' 20.55'' Latitude: 44° 58' 50.16'' |





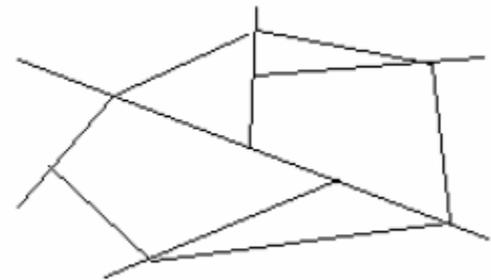
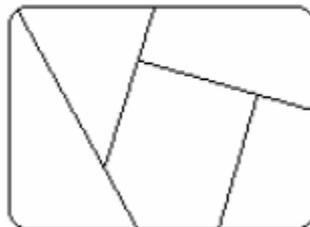
Δομές Χωρικών Δεδομένων

- Οι **γεωγραφικοί** τύποι δεδομένων παρέχουν **μεγαλύτερη ακρίβεια** στα αποτελέσματα, ωστόσο οι **γεωμετρικοί** τύποι δεδομένων έχουν υποστηριζόμενες συναρτήσεις με **καλύτερη απόδοση**.
- Για εφαρμογές με **χωρική ανάλυση σε μεγάλη κλίμακα** ή χωρικές αναλύσεις που απαιτούν υψηλή ακρίβεια, προτιμώνται **γεωγραφικοί τύποι δεδομένων**.
- Για εφαρμογές με **χωρική ανάλυση σε μικρή κλίμακα** (π.χ. επίπεδο γειτονιάς ή πόλης) ή για εφαρμογές που δεν απαιτούν υψηλή ακρίβεια, προτιμώνται **γεωμετρικοί τύποι δεδομένων**.



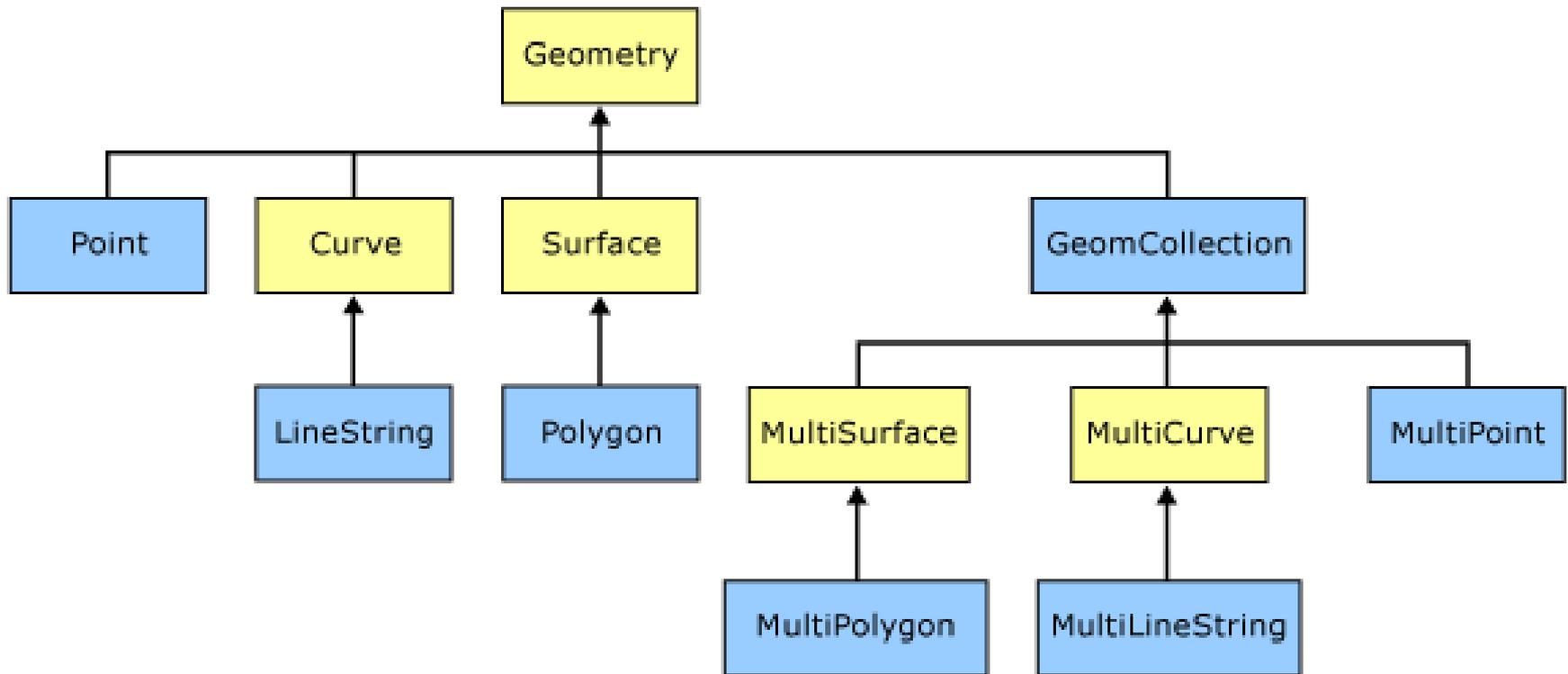
Τύποι Γεωμετρικών Χωρικών Δεδομένων

- Μοντελοποίηση του χώρου και των αντικειμένων στον χώρο
 - Π.χ. διαχωρισμός ενός χάρτη σε κράτη, εμφάνιση ποταμών, πόλεων, διασύνδεση μεταξύ τους
 - Μοντελοποίηση μέσω σημείων, γραμμών και περιοχών
 - https://en.wikipedia.org/wiki/Well-known_text





Τύποι Γεωμετρικών Χωρικών Δεδομένων





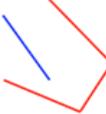
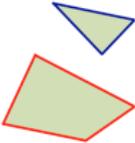
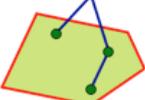
Γεωμετρικοί τύποι σε μορφή SQL Text

Για την κατασκευή γεωμετρικών αντικειμένων, π.χ. με SQL ερωτήματα, και για την ανταλλαγή δεδομένων, το OGC έχει προδιαγράψει μορφότυπο κειμένου, το **Well Known Text (WKT)**

| Geometric type | SQL text format | Comment |
|------------------------|---|--|
| Point | <code>POINT (10 10)</code> | <i>point</i> |
| LineString | <code>LINESTRING (10 10,20 20,30 40)</code> | <i>LineString with 3 points</i> |
| Polygon | <code>POLYGON ((10 10,10 20, 20 20,20 15,10 10))</code> | <i>Polygon</i> |
| Multipoint | <code>MULTIPOINT (10 10, 20 20)</code> | <i>MultiPoint with 2 points</i> |
| MultiLineString | <code>MULTILINESTRING ((10 10, 20 20) , (15 15 ,30 15))</code> | <i>MultiLineString with 2 LineStrings</i> |
| MultiPolygon | <code>MULTIPOLYGON (((0 0, 0 20, 20 20, 20 0, 0 0) , (5 5, 5 15, 15 15, 15 5, 5 5)) , ((30 30, 30 40, 40 40, 40 30, 30 30)))</code> | <i>MultiPolygon with 2 polygons, first one with inner ring</i> |
| Geometry Collection | <code>GEOMETRYCOLLECTION (POINT (10 10) , POINT (30 30) , LINESTRING (15 15, 20 20))</code> | <i>GeometryCollection comprising 2 points and one LineString</i> |



Τύποι Χωρικών Δεδομένων

| <i>Geometry Type</i> | <i>WKT representation</i> |
|---|--|
| Point  | <code>POINT(3 7)</code> |
| Multipoint  | <code>MULTIPOINT(3 7, 4 2, 8 6)</code> |
| LineString  | <code>LINESTRING(1 2, 3 6, 9 4)</code> |
| MultiLineString  | <code>MULTILINESTRING((1 8, 4 4), (4 9, 8 5, 6 2, 1 4))</code> |
| Polygon  | <code>POLYGON((1 2, 6 1, 9 3, 8 5, 3 6, 1 2))</code> |
| Polygon (with hole)  | <code>POLYGON((1 2, 6 1, 9 3, 8 5, 3 6, 1 2), (3 3, 5 5, 6 2, 3 3))</code> |
| MultiPolygon  | <code>MULTIPOLYGON(((1 2, 6 1, 9 3, 3 6, 1 2)), ((4 9, 7 6, 9 8, 4 9)))</code> |
| GeometryCollection  | <code>GEOMETRYCOLLECTION(POINT(4 5), POINT(7 4), POINT(6 2), LINESTRING(4 5, 6 7, 7 4, 6 2), POLYGON((1 2, 6 1, 9 3, 8 5, 3 6, 1 2)))</code> |



Spatial Reference Identifiers

- **SRID**

- **4326**: χρησιμοποιούνται latitude και longitude γεωγραφικές συντεταγμένες, WGS84
 - World Geodetic System 1984 (GPS)
- <https://epsg.io/map#srs=4326>

- **integer ST_SRID(geometry g)**: επιστρέφει το Spatial Reference Identifier για την γεωμετρία g.

- `SELECT ST_SRID(ST_GeomFromText('POINT(-71.1043 42.315)',4326));`

- **geometry ST_SetSRID(geometry geom, integer srid)**: θέτει το SRID της γεωμετρίας geom στην τιμή srid.

- `SELECT ST_SetSRID(ST_Point(-123.365556, 48.428611),4326)`



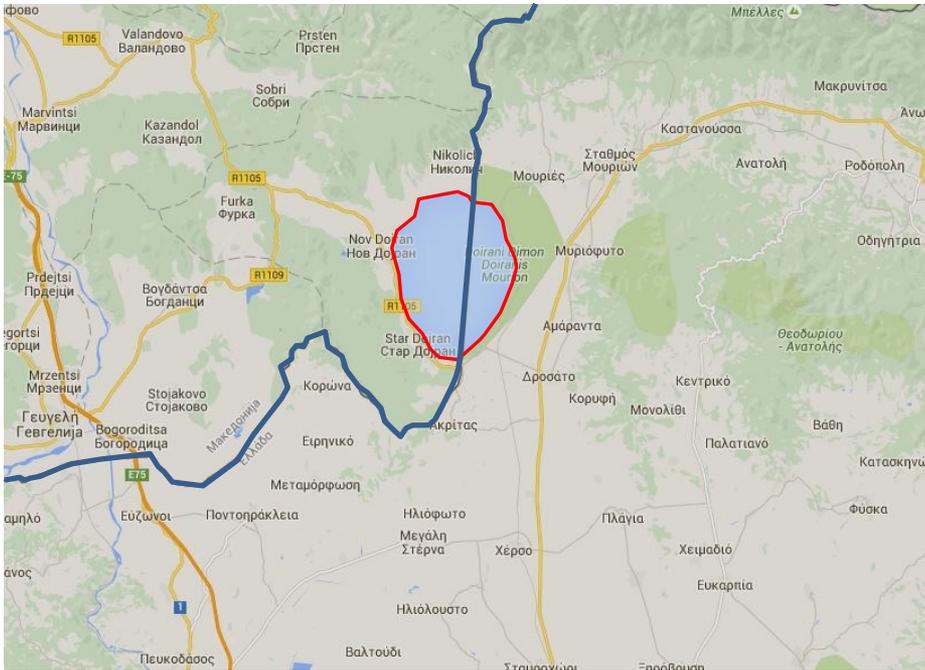
Συναρτήσεις Διαχείρισης

- **AddGeometryColumn**: προσθέτει μια γεωμετρία σε νέα στήλη του πίνακα.
 - *text* AddGeometryColumn(*varchar table_name, varchar column_name, integer srid, varchar type, integer dimension*);
 - SELECT AddGeometryColumn ('my_spatial_table','geom',4326,'POINT',2);
 - Ισοδύναμα: **ALTER TABLE some_table ADD COLUMN geom geometry(Point,4326);**
- **DropGeometryColumn**: αφαιρεί μια γεωμετρία από μία στήλη του πίνακα.
 - SELECT DropGeometryColumn ('my_schema','my_spatial_table','geom');
 - Ισοδύναμα: **ALTER TABLE my_schema.my_spatial_table DROP column geom;**
- **DropGeometryTable**: διαγράφει ένα πίνακα και όλες τις αναφορές του σε στήλες τύπου γεωμετρίας.
 - SELECT DropGeometryTable ('my_schema','my_spatial_table');
 - **DROP TABLE my_schema.my_spatial_table;**
- **UpdateGeometrySRID**: ανανεώνει την τιμή SRID για όλες τις εγγραφές μιας γεωμετρίας.
 - *text* UpdateGeometrySRID(*varchar table_name, varchar column_name, integer srid*);
 - **SELECT UpdateGeometrySRID('roads','geom',4326);**



Ενσωματωμένη διαχείριση χωρικών δεδομένων

Παράδειγμα γενικευμένων χωρικών δεδομένων (abstract data types)



```
CREATE TABLE lakes (
```

```
  IDlake VARCHAR(20) PRIMARY KEY,  
  name VARCHAR (50));
```

```
SELECT AddGeometryColumn('lakes',  
  'lake_geom', 4326, 'POLYGON', 2);
```

| IDlake | name | lake_geom |
|---------|---------|-----------|
| GR_L021 | Δοϊράνη | |

```
CREATE TABLE borders (
```

```
  IDborders VARCHAR(20) PRIMARY KEY);
```

```
SELECT AddGeometryColumn('borders',  
  'border_geom', 4326, 'LINESTRING', 2);
```

| IDborders | Border_geom |
|-----------|-------------|
| GR_B042 | |



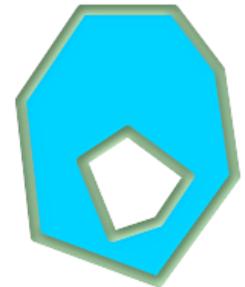
Συναρτήσεις Δημιουργίας Γεωμετριών

- **geometry ST_Point(x_lon, y_lat)** : επιστρέφει ένα Point με τις καθορισμένες συντεταγμένες.
 - SELECT ST_SetSRID(ST_Point(-71.1043443253471, 42.3150676015829),4326)
- **geometry ST_PointFromText(text WKT, integer srid)** : επιστρέφει μια γεωμετρία με βάση το WKT και το SRID (προερατικό).
 - SELECT ST_PointFromText('POINT(-71.064544 42.28787)', 4326);
- **geometry ST_GeomFromText(text WKT)** : επιστρέφει μια γεωμετρία με βάση το WKT.
 - SELECT ST_GeomFromText('LINESTRING(-71.160281 42.258729,-71.160837 42.259113,-71.161144 42.25932)');
- **geometry ST_LineFromText(text WKT)** ;
 - SELECT ST_LineFromText('LINESTRING(1 2, 3 4)')
- **geometry ST_PolygonFromText(text WKT)** ;
 - SELECT ST_PolygonFromText('POLYGON((-71.1776585052917 42.3902909739571,-71.1776820268866 42.3903701743239, -71.1776063012595 42.3903825660754,-71.1775826583081 42.3903033653531,-71.1776585052917 42.3902909739571))');
- **geometry ST_MakePolygon(geometry linestring)** ;
 - SELECT ST_MakePolygon(ST_GeomFromText('LINESTRING(75.15 29.53,77 29,77.6 29.5, 75.15 29.53)'));



Βασικές πράξεις/λειτουργίες

- **text GeometryType(geometry geomA)** ; Επιστρέφει τον τύπο της γεωμετρίας, π.χ. : 'LINESTRING', 'POLYGON', 'MULTIPOINT', etc.
 - SELECT GeometryType(ST_GeomFromText('LINESTRING(77.29 29.07,77.42 29.26,77.27 29.31,77.29 29.07) '));
- **geometry ST_Boundary(geometry geomA)** ; επιστρέφει τη γεωμετρία με τα σύνορα της γεωμετρίας geomA.
 - SELECT ST_AsText(ST_Boundary(ST_GeomFromText('POLYGON((1 1,0 0, -1 1, 1 1)'))));
 - SELECT ST_AsText(ST_Boundary(ST_GeomFromText('LINESTRING(1 1,0 0, -1 1)')));
- **geometry ST_Envelope(geometry g1)** ; επιστρέφει την ελάχιστη περιβάλλουσα (περιγεγραμμένο Minimum Bounding Rectangle – MBR)
 - SELECT ST_AsText(ST_Envelope('LINESTRING(0 0, 1 3)::geometry));





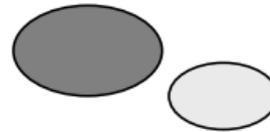
Βασικές πράξεις/λειτουργίες

- **integer ST_CoordDimmm(geomA) ;** επιστρέφει τη διάσταση της γεωμετρίας.
- **ST_IsClosed(g)** επιστρέφει TRUE αν η γεωμετρία είναι κλειστού τύπου.
- **ST_IsSimple(geometry geomA) ;** επιστρέφει TRUE αν η γεωμετρία είναι απλή (no anomalous geometric points, such as self intersection or self tangency).



Τοπολογικές Συσχετίσεις

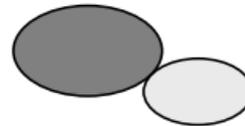
`ST_Disjoint(geometry A, geometry B);`
`ST_Contains(geometry A, geometry B);`
`ST_Touches(geometry A, geometry B);` (meet)
`ST_CoveredBy(geometry A, geometry B);`
`ST_Intersects(geometry A, geometry B);`
`ST_Overlaps(geometry A, geometry B);`
`ST_Covers(geometry A, geometry B);`
`ST_Equals(geometry A, geometry B);`
`ST_Within(geometry A, geometry B);` (inside)
`ST_Crosses(geometry A, geometry B);`
`ST_Union(geometry A, geometry B);`
`ST_Distance(geometry A, geometry B);`



disjoint
η A είναι ξένη της B



contain
η A περιέχει τη B



meet
η A εφάπτεται της B



covered-by
η A επικαλύπτεται (πλήρως) από τη B



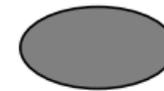
overlap
επικαλύπτει (μερικώς) τη B



cover
η A επικαλύπτει (πλήρως) τη B



inside
η A κείται εντός της B



equal
η A ταυτίζεται με τη B



Τοπολογικές Συσχετίσεις (συνέχεια)

- Ορισμός (κατά Egenhofer) Τοπολογικών Συσχετίσεων
 - με βάση τους πιθανούς συνδυασμούς μεταξύ περιμέτρου (Π) και εσωτερικού (E) των δύο αντικειμένων A και B

| | $\Pi_A \cap \Pi_B$ | $E_A \cap E_B$ | $\Pi_A \cap E_B$ | $E_A \cap \Pi_B$ |
|--|--------------------|------------------|------------------|------------------|
|  disjoint | \emptyset | \emptyset | \emptyset | \emptyset |
|  meet | $\neq \emptyset$ | \emptyset | \emptyset | \emptyset |
|  overlap | $\neq \emptyset$ | $\neq \emptyset$ | $\neq \emptyset$ | $\neq \emptyset$ |
|  inside | \emptyset | $\neq \emptyset$ | $\neq \emptyset$ | \emptyset |
|  contain | \emptyset | $\neq \emptyset$ | \emptyset | $\neq \emptyset$ |
|  covered-by | $\neq \emptyset$ | $\neq \emptyset$ | $\neq \emptyset$ | \emptyset |
|  cover | $\neq \emptyset$ | $\neq \emptyset$ | \emptyset | $\neq \emptyset$ |
|  equal | $\neq \emptyset$ | $\neq \emptyset$ | \emptyset | \emptyset |

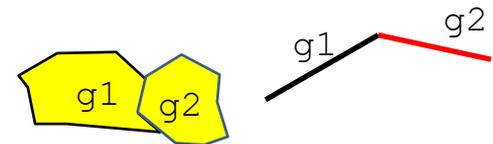


Έλεγχος Τοπολογικών Συσχετίσεων (συνέχεια)

Τα κατηγορήματα των Τοπολογικών Συσχετίσεων

Οι παράμετροι είναι δύο γεωμετρίες και η επιστρεφόμενη τιμή ένας ακέραιος:

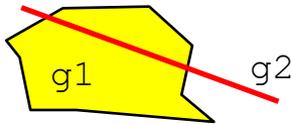
- **0/1** για: η **συσχέτιση** μεταξύ των γεωχωρικών αντικειμένων **is not true / is true**
- **-1** για: **unknown**, που σημαίνει ότι μία από τις παραμέτρους έχει τιμή NULL
 - **Equals (g1, g2)** : οι **g1** και **g2** ταυτίζονται
 - **Disjoint (g1, g2) \leftrightarrow NOT Intersects (g1, g2)** : οι **g1** και **g2** είναι χωρικά ξένες
 - **Touches (g1, g2)** : τα όρια των **g1** και **g2** τέμνονται, αλλά όχι και τα εσωτερικά τους



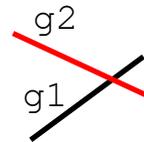


Έλεγχος Τοπολογικών Συσχετίσεων (συνέχεια)

- **Within** ($g1, g2$) \leftrightarrow **Contains** ($g2, g1$): η $g1$ βρίσκεται εξ ολοκλήρου εντός της $g2$
- **Crosses** ($g1, g2$): η διάσταση της τομής των $g1$ και $g2$ είναι μικρότερη της μέγιστης διάστασης αυτών και η τομή περιλαμβάνει εσωτερικά σημεία τους και η τομή δεν είναι ίση με $g1$ ή $g2$.

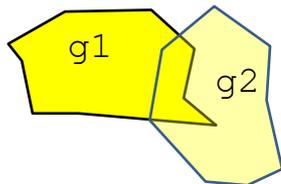


$\dim(g1)=2, \dim(g2)=1$
 $\dim(g1 \cap g2)=1,$
 $g1 \cap g2 \in g1, g1 \cap g2 \in g2$
 $g1 \cap g2 \neq g1, g1 \cap g2 \neq g2$



$\dim(g1) = \dim(g2)=1$
 $\dim(g1 \cap g2)=0,$
 $g1 \cap g2 \in g1, g1 \cap g2 \in g2$
 $g1 \cap g2 \neq g1, g1 \cap g2 \neq g2$

- **Overlaps** ($g1, g2$): η διάσταση της τομής των $g1$ και $g2$ ισούται με τη διάσταση των $g1$ και $g2$ και η τομή δεν είναι ίση με $g1$ ή $g2$.

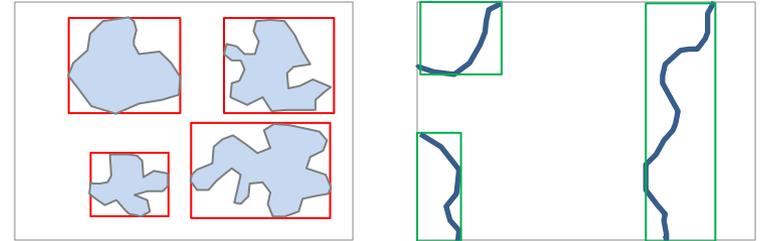


$\dim(g1) = \dim(g2)=2$
 $\dim(g1 \cap g2)=2,$
 $g1 \cap g2 \neq g1, g1 \cap g2 \neq g2$



Ερωτήματα με χωρικό Join

- Το **χωρικό join** είναι ένα γενικό join, το οποίο συνδυάζει και **χωρικά κατηγορήματα** στη συνθήκη του ερωτήματος.



- Παράδειγμα:

Μέσα από ποιους νομούς περνάει ένα ποτάμι;

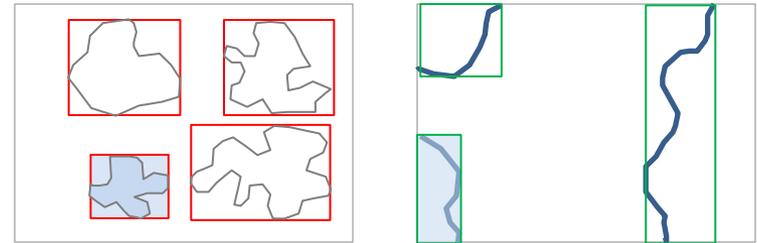
- 1 Υπολογίζουμε τα ελάχιστα περιβάλλοντα ορθογώνια (MBB) για τα στοιχεία των δύο κλάσεων

```
SELECT nomos.name, potamos.name
FROM nomos, potamos WHERE
    ST_CROSSES (nomos.geometry,
potamos.geometry)=1;
```



Ερωτήματα με χωρικό Join

- Το **χωρικό join** είναι ένα γενικό join, το οποίο συνδυάζει και **χωρικά κατηγορήματα** στη συνθήκη του ερωτήματος.

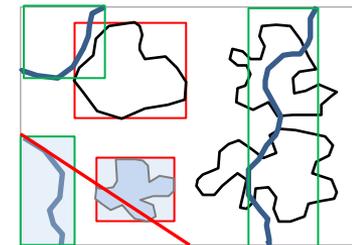


- Παράδειγμα:

Μέσα από ποιους νομούς περνάει ένα ποτάμι;

- 1 Υπολογίζουμε τα ελάχιστα περιβάλλοντα ορθογώνια (MBB) για τα στοιχεία των δύο κλάσεων
- 2 Επιλέγουμε τα υποψήφια εξ αυτών (όσα τέμνονται με αντίστοιχα της άλλης κλάσης, εξαιρώντας τα υπόλοιπα)

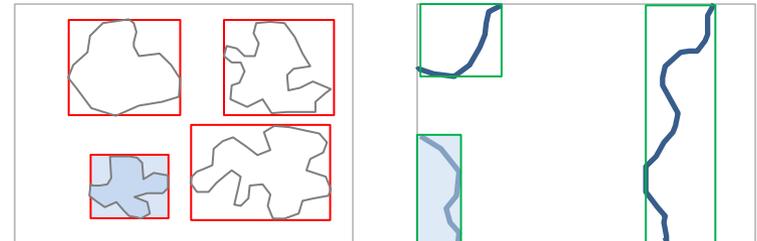
```
SELECT nomos.name, potamos.name
FROM nomos, potamos WHERE
  ST_CROSSES (nomos.geometry,
potamos.geometry)=1;
```





Ερωτήματα με χωρικό Join

- Το **χωρικό join** είναι ένα γενικό join, το οποίο συνδυάζει και **χωρικά κατηγορήματα** στη συνθήκη του ερωτήματος.



- Παράδειγμα:

Μέσα από ποιους νομούς περνάει ένα ποτάμι;

```
SELECT nomos.name, potamos.name
FROM nomos, potamos WHERE
  ST_CROSSES (nomos.geometry,
  potamos.geometry)=1;
```

- 1 Υπολογίζουμε τα ελάχιστα περιβάλλοντα ορθογώνια (MBB) για τα στοιχεία των δύο κλάσεων
- 2 Επιλέγουμε τα υποψήφια εξ αυτών (όσα τέμνονται με αντίστοιχα της άλλης κλάσης, εξαιρώντας τα υπόλοιπα)
- 3 Βρίσκουμε τα στοιχεία που πραγματικά τέμνονται και επιστρέφουμε τα τεμνόμενα ζεύγη

