

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών & Φυσικών Επιστημών

Τομέας Μαθηματικών

Μαθηματική Ανάλυση

Φύλλο 4. Θεώρημα Taylor, Σειρά Taylor

1. Να γράψετε τη σειρά Taylor γύρω από το σημείο 0 (σειρά Maclaurin) για τη συνάρτηση $\sinh x$.
2. Αν χρησιμοποιήσετε τους δυο πρώτους μη-μηδενικούς όρους της σειρά Taylor της Άσκησης 1 για να προσεγγίσετε τις τιμές του $\sinh x$ για $|x| < 1$, ποιο θα είναι το σφάλμα αποκοπής;
3. Δίνεται ότι $e^{0.1} = 1.105$. Να δείξετε ότι αν η e^x προσεγγισθεί από την $1 + x$ για $x \in (0, 0.01)$, τότε το σφάλμα αποκοπής φράσσεται από την $6 \cdot 10^{-3}x$.
4. Δίνονται οι αριθμητικές σειρές
 - (i) $(0.1) - \frac{(0.1)^3}{3!} + \frac{(0.1)^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{(0.1)^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$,
 - (ii) $1 - \frac{\pi^2}{4^2 2!} + \frac{\pi^5}{4^4 4!} - \dots + \frac{(-1)^n \pi^{2n}}{4^{2n} (2n)!} + \dots$,
 - (iii) $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \dots + \frac{1}{2n!} + \dots$.

Να βρείτε σε ποιες τιμές στοιχειωδών συναρτήσεων αντιστοιχούν.