



Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

9. Τριφασικές μηχανές επαγωγής - Ασκήσεις

Βασίλης Νικολαΐδης
Επίκουρος Καθηγητής



Άσκηση 1

Εξαπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 460 V, 20 kW, 60 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα, έχει τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 0,271 \quad r_2 = 0,188 \quad x_1 = 1,12 \quad x_2 = 1,91 \quad x_\phi = 23,10$$

Οι συνολικές απώλειες περιστροφής και σιδήρου είναι σταθερές και ίσες με 320 W. Αν η ολίσθηση είναι 1,6%, υπολογίστε την ταχύτητα περιστροφής, το ρεύμα στάτη, το συντελεστή ισχύος, την ροπή και ισχύ εξόδου και τον βαθμό απόδοσης, όταν ο κινητήρας λειτουργεί με ονομαστική τάση και συχνότητα.

$$n_s = \frac{120f}{P} = \frac{120 \cdot 60}{6} = 1200 \text{ ΣΑΛ}$$

$$n = (1 - s)n_s = (1 - 0,016)n_s = 0,984 \cdot 1200 = 1180,8 \text{ ΣΑΛ}$$

$$\omega_m = 2\pi \frac{n}{60} = 2\pi \frac{1180,8}{60} = 123,59 \text{ rad/s}$$

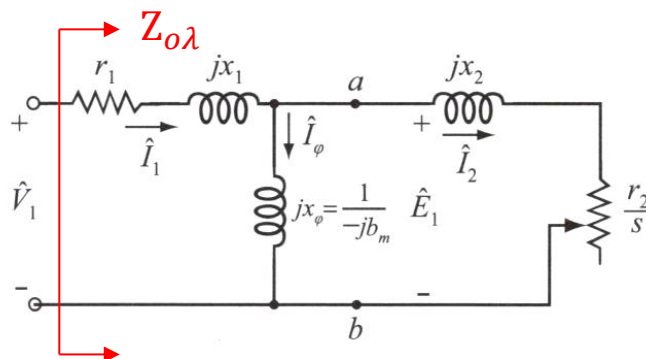
Άσκηση 1

Εξαπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 460 V, 20 kW, 60 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 0,271 \quad r_2 = 0,188 \quad x_1 = 1,12 \quad x_2 = 1,91 \quad x_\phi = 23,10$$

Οι συνολικές απώλειες περιστροφής και σιδήρου είναι σταθερές και ίσες με 320 W. Αν η ολίσθηση είναι 1,6%, υπολογίστε την ταχύτητα περιστροφής, το ρεύμα στάτη, το συντελεστή ισχύος, την ροπή και ισχύ εξόδου και τον βαθμό απόδοσης, όταν ο κινητήρας λειτουργεί με ονομαστική τάση και συχνότητα.

$$\begin{aligned} Z_{i\sigma} &= \frac{jx_\phi \cdot \left(\frac{r_2}{s} + jx_2\right)}{\frac{r_2}{s} + j(x_2 + x_\phi)} = \frac{j23,10 \cdot \left(\frac{0,188}{0,016} + j1,91\right)}{\frac{0,188}{0,016} + j(1,91 + 23,10)} = \\ &= \frac{j23,10 \cdot (11,75 + j1,91)}{11,75 + j(1,91 + 23,10)} = \frac{j271,43 - 44,12}{11,75 + j25,01} = \\ &= \frac{-274,99 \angle -80,8^\circ}{27,63 \angle 64,84^\circ} = 9,95 \angle 34,36^\circ \Omega \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} Z_{o\lambda} &= Z_{i\sigma} + (r_1 + jx_1) \\ &= (8,219 + j5,612) + (0,271 + j1,12) \\ &= 8,49 + j6,732 = 10,84 \angle 38,41^\circ \Omega \end{aligned}$$



Άσκηση 1

Εξαπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 460 V, 20 kW, 60 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 0,271 \quad r_2 = 0,188 \quad x_1 = 1,12 \quad x_2 = 1,91 \quad x_\phi = 23,10$$

Οι συνολικές απώλειες περιστροφής και σιδήρου είναι σταθερές και ίσες με 320 W. Αν η ολίσθηση είναι 1,6%, υπολογίστε την ταχύτητα περιστροφής, το ρεύμα στάτη, το συντελεστή ισχύος, την ροπή και ισχύ εξόδου και τον βαθμό απόδοσης, όταν ο κινητήρας λειτουργεί με ονομαστική τάση και συχνότητα.

$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{Z_{o\lambda}} = \frac{\frac{460}{\sqrt{3}}}{10,84 \angle 38,41^\circ} = \frac{265,59}{10,84 \angle 38,41^\circ} = 24,50 \text{ A} \angle -38,41^\circ$$

$$\cos(38,41^\circ) = 0,784 \text{ επαγωγικός}$$

$$P_1 = 3V_1 I_1 \cos\varphi_1 = 3 \cdot 265,59 \cdot 24,5 \cdot 0,784 = 15304,36 \text{ W}$$

$$P_{g1} = P_1 - 3I_1^2 r_1 = 15304,36 - 3 \cdot 24,5^2 \cdot 0,271 = 15304,36 - 488 = 14816,36 \text{ W}$$



Άσκηση 1

Εξαπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 460 V, 20 kW, 60 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 0,271 \quad r_2 = 0,188 \quad x_1 = 1,12 \quad x_2 = 1,91 \quad x_\phi = 23,10$$

Οι συνολικές απώλειες περιστροφής και σιδήρου είναι σταθερές και ίσες με 320 W. Αν η ολίσθηση είναι 1,6%, υπολογίστε την ταχύτητα περιστροφής, το ρεύμα στάτη, το συντελεστή ισχύος, την ροπή και ισχύ εξόδου και τον βαθμό απόδοσης, όταν ο κινητήρας λειτουργεί με ονομαστική τάση και συχνότητα (όχι σε ονομαστική ισχύ όμως, $P_m \neq 20$ kW).

$$P_e = (1 - s)P_{g1} = (1 - 0,016) \cdot 14816,36 = 14579,3 \text{ W}$$

$$P_m = P_e - P_{\alpha\pi} = 14579,3 - 320 = 14259,3 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_m}{P_1} = \frac{14259,3}{15304,36} = 0,932$$

$$T_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{14259,3}{123,59} = 115,38 \text{ Nm}$$

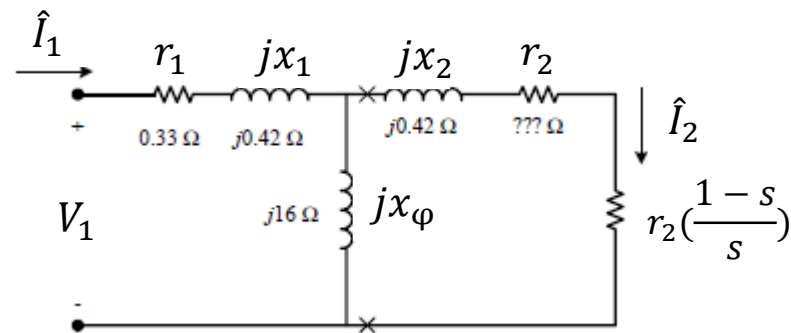


Άσκηση 2

Τετραπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 208 V, 10 HP, 60 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα, έχει τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 0,33 \quad x_1 = 0,42 \quad x_2 = 0,42 \quad x_\phi = 16$$

Η ολίσθηση είναι ίση με 3,8% για λειτουργία στο πλήρες φορτίο υπό ονομαστική τάση και συχνότητα. Οι απώλειες τριβών, ανεμισμού και σιδήρου αμελούνται. Προσδιορίστε: α) την αντίσταση δρομέα, β) τη μέγιστη ροπή (ανατροπής) και την αντίστοιχη τιμή ολίσθησης και ταχύτητα περιστροφής, γ) την ροπή εκκίνησης.



$$n_s = \frac{120f}{p} = \frac{120 \cdot 60}{4} = 1800 \text{ ΣΑΛ}$$

$$n = (1 - s)n_s = (1 - 0,038)n_s = 0,962 \cdot 1800 = 1731,6 \text{ ΣΑΛ}$$

$$\omega_m = 2\pi \frac{n}{60} = 2\pi \frac{1731,6}{60} = 181,24 \text{ rad/s}$$

$$T_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{10 \text{ HP} \cdot 746 \text{ W}}{181,24} = 41,26 \text{ Nm} \quad (\text{Πλήρες φορτίο})$$

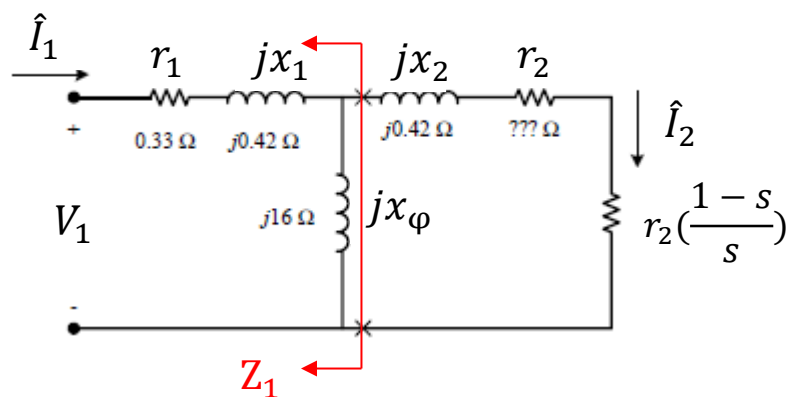


Άσκηση 2

Τετραπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 208 V, 10 HP, 60 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 0,33 \quad x_1 = 0,42 \quad x_2 = 0,42 \quad x_\phi = 16$$

Η ολίσθηση είναι ίση με 3,8% για λειτουργία στο πλήρες φορτίο υπό ονομαστική τάση και συχνότητα. Οι απώλειες τριβών, ανεμισμού και σιδήρου αμελούνται. Προσδιορίστε: α) την αντίσταση δρομέα, β) τη μέγιστη ροπή (ανατροπής) και την αντίστοιχη τιμή ολίσθησης και ταχύτητα περιστροφής, γ) την ροπή εκκίνησης.



$$Z_1 = \frac{jx_\phi(r_1 + jx_1)}{r_1 + j(x_1 + x_\phi)} = \frac{j16(0,33 + j0,42)}{0,33 + j16,42} =$$
$$= 0,313 + j0,416 \Omega = 0,520 \Omega \angle 53^\circ$$

$$Z_1 = R_1 + jX_1$$

(Αντίσταση Thevenin)

$$\hat{V}_{1a} = \frac{jx_\phi}{r_1 + j(x_1 + x_\phi)} \hat{V}_1 = \frac{j16}{0,33 + j16,42} \cdot \frac{208}{\sqrt{3}} \text{ V} \angle 0^\circ = 116,9 \text{ V} \angle 1,2^\circ$$

(Τάση Thevenin)

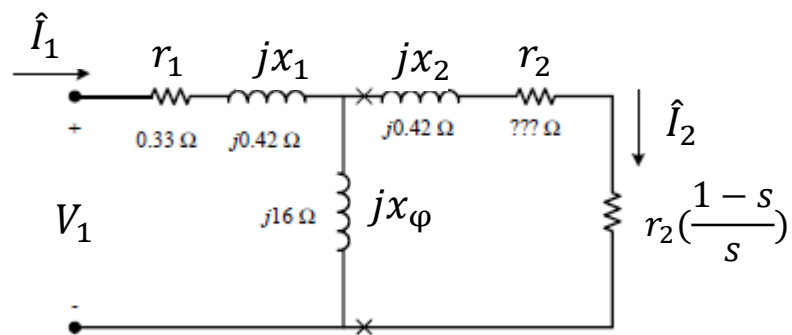


Άσκηση 2

Τετραπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 208 V, 10 HP, 60 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 0,33 \quad x_1 = 0,42 \quad x_2 = 0,42 \quad x_\phi = 16$$

Η ολίσθηση είναι ίση με 3,8% για λειτουργία στο πλήρες φορτίο υπό ονομαστική τάση και συχνότητα. Οι απώλειες τριβών, ανεμισμού και σιδήρου αμελούνται. Προσδιορίστε: α) την αντίσταση δρομέα, β) τη μέγιστη ροπή (ανατροπής) και την αντίστοιχη τιμή ολίσθησης και ταχύτητα περιστροφής, γ) την ροπή εκκίνησης.



$$T_e = T_m + T_{\cancel{\alpha\pi}} = 41,26 \text{ Nm}$$

$$T_e = \frac{3}{\omega_s} \frac{V_{1a}^2}{\left(R_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_1 + x_2)^2} \frac{r_2}{s} = 41,26 \text{ Nm} \rightarrow$$

$$\frac{3}{188,4} \frac{116,9^2}{\left(0,313 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (0,416 + 0,42)^2} \cdot \frac{r_2}{s} = 41,26 \text{ Nm} \rightarrow \frac{3}{188,4} \frac{116,9^2}{(0,313 + z)^2 + (0,416 + 0,42)^2} \cdot z = 41,26 \text{ Nm}$$

$$\rightarrow z^2 - 4,166z + 0,797 = 0 \rightarrow \begin{cases} z_1 = 0,178 \\ z_2 = 4,488 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r_{2,1} = 0,0067 \Omega \\ r_{2,2} = 0,17 \Omega \end{cases} \text{ (Δεκτή, } 0 < s < s_{\max T})$$

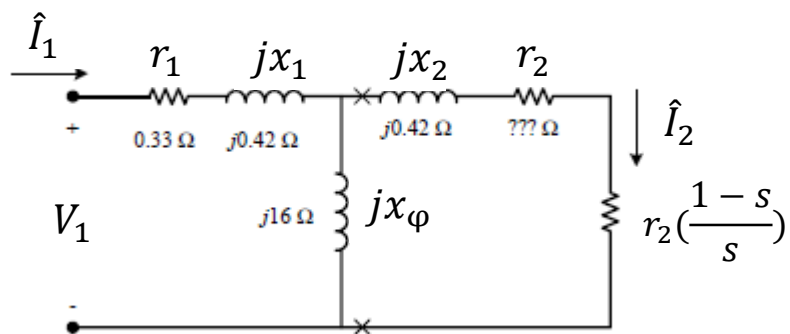


Άσκηση 2

Τετραπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 208 V, 10 HP, 60 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 0,33 \quad x_1 = 0,42 \quad x_2 = 0,42 \quad x_\phi = 16$$

Η ολίσθηση είναι ίση με 3,8% για λειτουργία στο πλήρες φορτίο υπό ονομαστική τάση και συχνότητα. Οι απώλειες τριβών, ανεμισμού και σιδήρου αμελούνται. Προσδιορίστε: α) την αντίσταση δρομέα, β) τη μέγιστη ροπή (ανατροπής) και την αντίστοιχη τιμή ολίσθησης και ταχύτητα περιστροφής, γ) την ροπή εκκίνησης.



$$T_{max} = \frac{3/2}{\omega_s} \frac{V_{1a}^2}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2}} = 90,2 \text{ Nm}$$

$$s_{maxT} = \frac{r_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + x_2)^2}} = 0,19$$

$$n_{maxT} = (1 - s_{maxT})n_s = (1 - 0,19)n_s = 0,81 \cdot 1800 = 1458 \text{ ΣΑΛ}$$

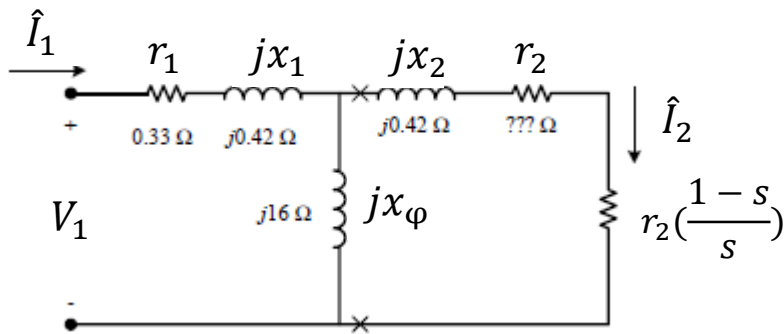


Άσκηση 2

Τετραπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 208 V, 10 HP, 60 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 0,33 \quad x_1 = 0,42 \quad x_2 = 0,42 \quad x_\phi = 16$$

Η ολίσθηση είναι ίση με 3,8% για λειτουργία στο πλήρες φορτίο υπό ονομαστική τάση και συχνότητα. Οι απώλειες τριβών, ανεμισμού και σιδήρου αμελούνται. Προσδιορίστε: α) την αντίσταση δρομέα, β) τη μέγιστη ροπή (ανατροπής) και την αντίστοιχη τιμή ολίσθησης και ταχύτητα περιστροφής, γ) την ροπή εκκίνησης.



$$T_{εκ} = \frac{3}{\omega_s} \frac{V_{1a}^2}{(R_1 + r_2)^2 + (X_1 + x_2)^2} r_2 = 38,3 \text{ Nm}$$

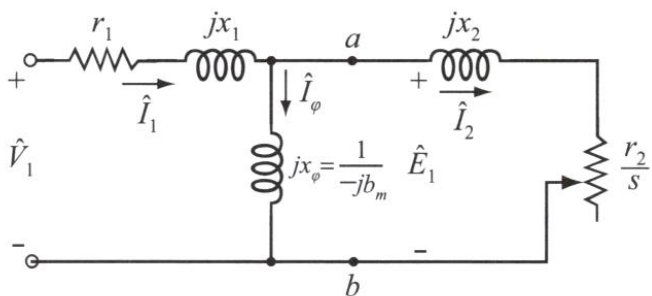


Άσκηση 3

Εξαπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 420 V, 50 Hz, συνδεσμολογίας τριγώνου, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 1,1 \quad x_1 = 2,1 \quad r_2 = 0,6 \quad x_2 = 0,7 \quad x_\varphi = 60$$

Ο κινητήρας περιστρέφεται με 950 ΣΑΛ, παρουσιάζοντας απώλειες περιστροφής ίσες με 500 W. Προσδιορίστε: α) τον συντελεστή ισχύος, β) το ρεύμα γραμμής, γ) τις απώλειες χαλκού, δ) την ισχύ και ροπή εξόδου, ε) το βαθμό απόδοσης.



$$n_s = \frac{120f}{p} = \frac{120 \cdot 50}{6} = 1000 \text{ ΣΑΛ}$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1000 - 950}{1000} = 0,05$$

$$\omega_m = 2\pi \frac{n}{60} = 2\pi \frac{950}{60} = 99,43 \text{ rad/s}$$

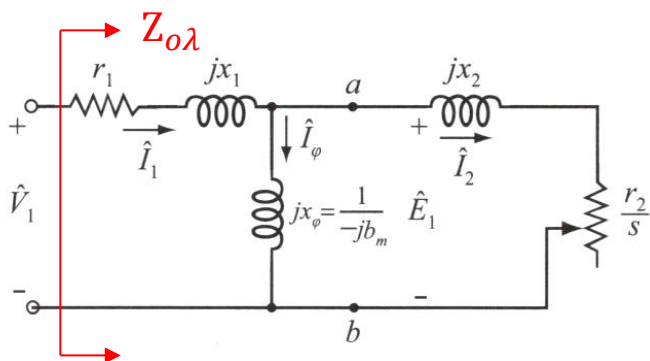


Άσκηση 3

Εξαπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 420 V, 50 Hz, συνδεσμολογίας τριγώνου, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 1,1 \quad x_1 = 2,1 \quad r_2 = 0,6 \quad x_2 = 0,7 \quad x_\varphi = 60$$

Ο κινητήρας περιστρέφεται με 950 ΣΑΛ, παρουσιάζοντας απώλειες περιστροφής ίσες με 500 W. Προσδιορίστε: α) τον συντελεστή ισχύος, β) το ρεύμα γραμμής, γ) τις απώλειες χαλκού, δ) την ισχύ και ροπή εξόδου, ε) το βαθμό απόδοσης.



$$Z_{i\sigma} = \frac{jx_\varphi \cdot \left(\frac{r_2}{s} + jx_2\right)}{\frac{r_2}{s} + j(x_2 + x_\varphi)} = \frac{j60 \cdot \left(\frac{0,6}{0,05} + j0,7\right)}{\frac{0,6}{0,05} + j(0,7 + 60)} = 11,28 + j2,92$$

$$\begin{aligned} Z_{o\lambda} &= Z_{i\sigma} + (r_1 + jx_1) \\ &= (11,28 + j2,92) + (1,1 + j2,1) \\ &= 12,38 + j5,02 = 13,36 \angle 22^\circ \Omega \end{aligned}$$

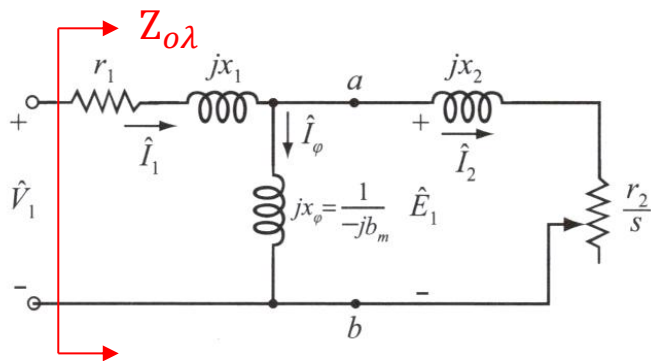


Άσκηση 3

Εξαπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 420 V, 50 Hz, συνδεσμολογίας τριγώνου, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 1,1 \quad x_1 = 2,1 \quad r_2 = 0,6 \quad x_2 = 0,7 \quad x_\varphi = 60$$

Ο κινητήρας περιστρέφεται με 950 ΣΑΛ, παρουσιάζοντας απώλειες περιστροφής ίσες με 500 W. Προσδιορίστε: α) τον συντελεστή ισχύος, β) το ρεύμα γραμμής, γ) τις απώλειες χαλκού, δ) την ισχύ και ροπή εξόδου, ε) το βαθμό απόδοσης.



$$\hat{I}_1 = \frac{\hat{V}_1}{Z_{o\lambda}} = \frac{420}{13,36 \angle 22^\circ} = 31,44 \text{ A} \angle -22^\circ \quad (\text{Ρεύμα τυλίγματος } \Delta)$$

α) $\cos(22^\circ) = 0,927$ επαγωγικός

β) $\hat{I}_{\text{γραμμής}} = 31,44\sqrt{3} \text{ A} \angle -22 - 30^\circ = 54,45 \text{ A} \angle -52^\circ$



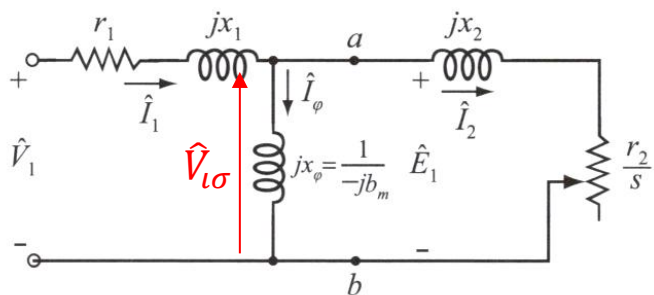
Άσκηση 3

Εξαπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 420 V, 25 HP, 50 Hz, συνδεσμολογίας τριγώνου, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 1,1 \quad x_1 = 2,1 \quad r_2 = 0,6 \quad x_2 = 0,7 \quad x_\varphi = 60$$

Ο κινητήρας περιστρέφεται με 950 ΣΑΛ, παρουσιάζοντας απώλειες περιστροφής ίσες με 500 W. Προσδιορίστε: α) τον συντελεστή ισχύος, β) το ρεύμα γραμμής, γ) τις απώλειες χαλκού, δ) την ισχύ και ροπή εξόδου, ε) το βαθμό απόδοσης.

γ)



$$\begin{aligned}\hat{V}_{1\sigma} &= Z_{1\sigma} \hat{I}_1 = \frac{jx_\varphi \cdot \left(\frac{r_2}{s} + jx_2\right)}{\frac{r_2}{s} + j(x_2 + x_\varphi)} \hat{I}_1 \\ &= \frac{j60 \cdot \left(\frac{0,6}{0,05} + j0,7\right)}{\frac{0,6}{0,05} + j(0,7 + 60)} (31,44 \text{ A} \angle -22^\circ) = 366,27 \text{ V} \angle -7,49^\circ\end{aligned}$$

$$\hat{I}_2 = \frac{\hat{V}_{1\sigma}}{\frac{r_2}{s} + jx_2} = \frac{366,27 \text{ V} \angle -7,49^\circ}{\frac{0,6}{0,05} + j0,7} = 30,47 \text{ A} \angle -10,83^\circ$$

$$P_{x1} = 3I_1^2 r_1 = 3 \cdot 31,44^2 \cdot 1,1 = 3262 \text{ W}$$

$$P_{x2} = 3I_2^2 r_2 = 3 \cdot 30,47^2 \cdot 0,6 = 1671 \text{ W}$$



Άσκηση 3

Εξαπολικός τριφασικός κινητήρας επαγωγής 420 V, 25 HP, 50 Hz, συνδεσμολογίας τριγώνου, έχεις τις εξής ανηγμένες στο στάτη παραμέτρους (σε Ω / ανά φάση):

$$r_1 = 1,1 \quad x_1 = 2,1 \quad r_2 = 0,6 \quad x_2 = 0,7 \quad x_\varphi = 60$$

Ο κινητήρας περιστρέφεται με 950 ΣΑΛ, παρουσιάζοντας απώλειες περιστροφής ίσες με 500 W. Προσδιορίστε: α) τον συντελεστή ισχύος, β) το ρεύμα γραμμής, γ) τις απώλειες χαλκού, δ) την ισχύ και ροπή εξόδου, ε) το βαθμό απόδοσης.

δ)

$$P_1 = \sqrt{3}V_{\text{πολ}}I_{\text{γραμμής}}\cos\varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 420 \cdot 54,45 \cdot 0,927 = 36717,64 \text{ W}$$

$$P_e = 3I_2^2r_2\frac{1-s}{s} = 1671 \cdot 19 = 31749 \text{ W}$$

$$P_m = P_e - P_{\alpha\pi} = 31749 - 500 = 31249 \text{ W}$$

$$T_m = \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{31249}{99,43} = 314,28 \text{ Nm}$$

$$\varepsilon) \quad \eta = \frac{P_m}{P_1} = \frac{31249}{36718} = 0,851$$