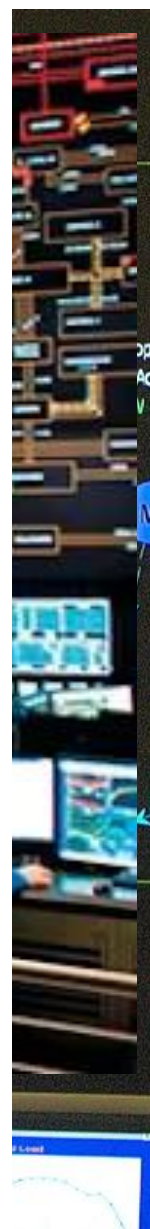
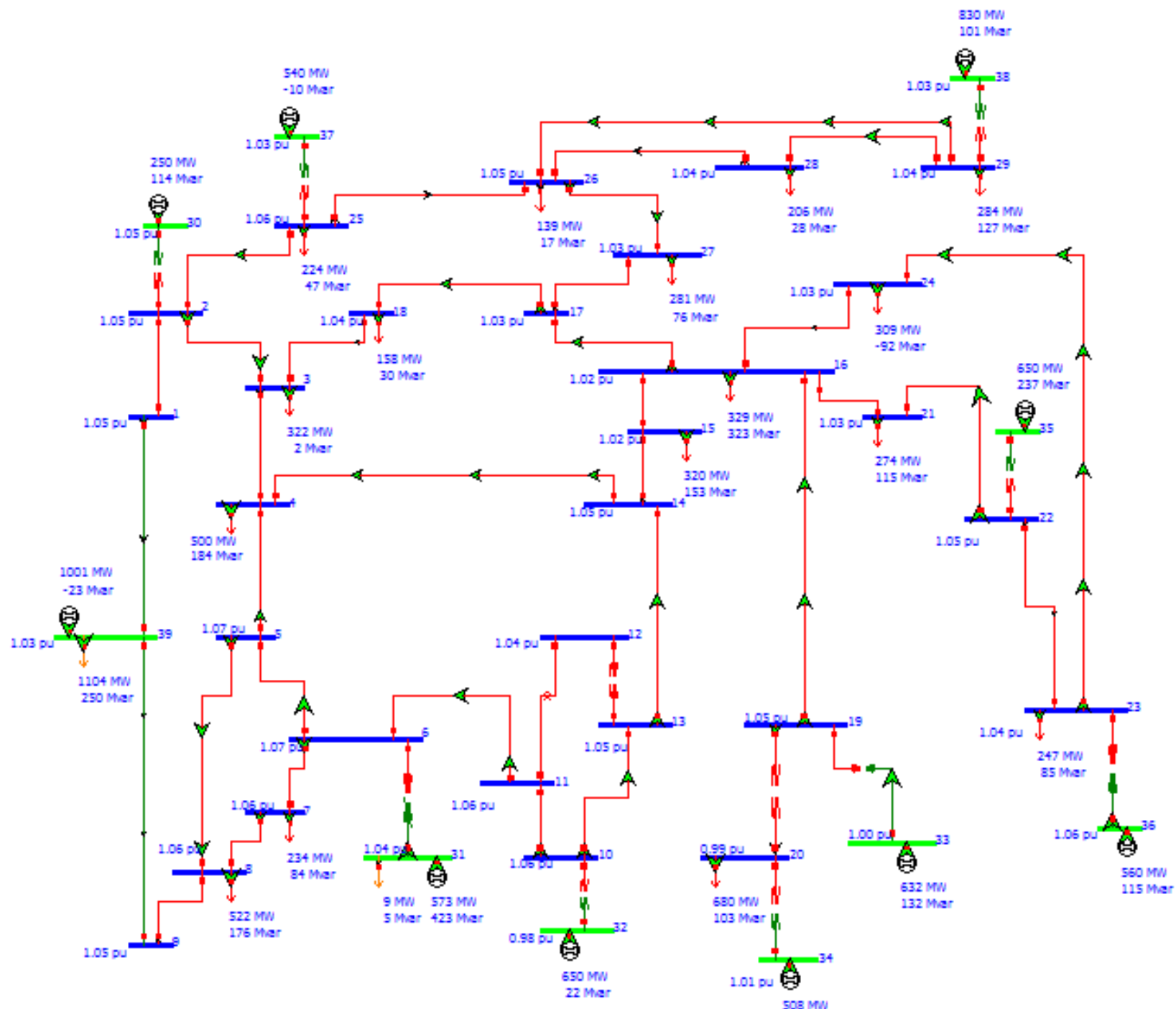




Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

10. Μελέτη ροών φορτίου

Βασίλης Νικολαΐδης
Επίκουρος Καθηγητής





Το πρόβλημα ροής φορτίου ή ισχύος

- ❑ Μελετάται κάθε φορά ένα δεδομένο σημείο λειτουργίας (στιγμιότυπο) του ΣΗΕ, που περιγράφεται από:
 - Συγκεκριμένες καταναλώσεις των φορτίων του ΣΗΕ
 - Συγκεκριμένη παραγωγή ενεργού ισχύος των γεννητριών του ΣΗΕ
 - Συγκεκριμένη τάση των γεννητριών του ΣΗΕ
- ❑ Σκοπός:
 - Ο προσδιορισμός των τάσεων κατά μέτρο και γωνία σε όλους τους ζυγούς του ΣΗΕ
 - Ο προσδιορισμός των ροών ενεργού και αέργου ισχύος σε όλες τις γραμμές και μετασχηματιστές του ΣΗΕ
- ❑ Σημασία:
 - Αποτελεί το σημείο εκκίνησης για όλες τις επιμέρους μελέτες των ΣΗΕ



Οφέλη από τη μελέτη ροής φορτίου

- ❑ Ο έλεγχος των τάσεων και ροών ισχύος, ώστε να διατηρούνται εντός προκαθορισμένων ορίων λειτουργίας (π.χ. θερμικά όρια γραμμών)
- ❑ Η μελέτη των επιπτώσεων ενδεχόμενων διαταραχών (απώλεια γραμμής, γεννήτριας κλπ.)
- ❑ Η επιλογή της πλέον οικονομικής λειτουργίας των γεννητριών του συστήματος.
- ❑ Ο σχεδιασμός ανάπτυξης και επέκτασης του συστήματος παραγωγής και μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.



Μοντέλα συνιστωσών ΣΗΕ

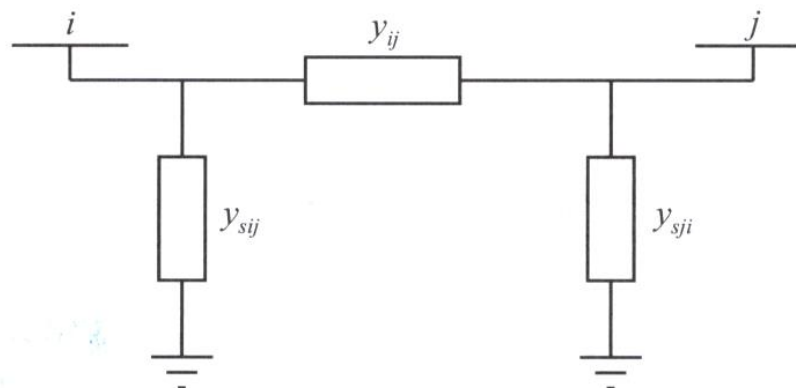
- ❑ Παράσταση όλων των επιμέρους στοιχείων ενός ΣΗΕ:
 - Γραμμές μεταφοράς
 - Εγκάρσιοι πυκνωτές και πηνία
 - Γεννήτριες
 - Μετασχηματιστές
 - Φορτία
- ❑ Παράσταση για συμμετρική λειτουργία ΣΗΕ:
 - Ανά μονάδα μονοφασικό ισοδύναμο κύκλωμα
 - Κοινή βάση ισχύος συστήματος S_B
 - Βασικές τάσεις σύμφωνα με τους λόγους των μετασχηματιστών

Στο κεφάλαιο αυτό χρησιμοποιούνται **έντονα μαύρα** στοιχεία για διανύσματα και πίνακες



Παράσταση γραμμών μεταφοράς

□ Ονομαστικό κύκλωμα π



Σύνθετη αγωγιμότητα σειράς

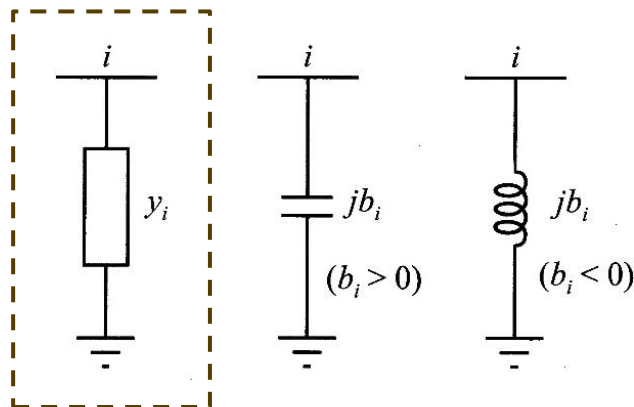
$$y_{ij} = g_{ij} + jb_{ij}$$

Σύνθετες εγκάρσιες αγωγιμότητες

$$y_{sij} = g_{sij} + jb_{sij}$$

$$y_{sji} = g_{sji} + jb_{sji}$$

Παράσταση εγκάρσιων πυκνωτών και πηνίων



Σύνθετη εγκάρσια αγωγιμότητα

$$y_i = jb_i$$

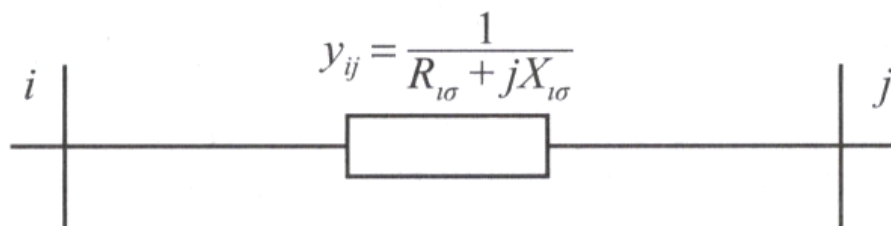
$b_i > 0$: εγκάρσιος πυκνωτής

$b_i < 0$: εγκάρσιο πηνίο

Οι εγκάρσιες αγωγιμότητες περιλαμβάνονται στον πίνακα αγωγιμοτήτων $\mathbf{Y}$ του δικτύου.



Παράσταση μετασχηματιστών με ονομαστική σχέση μετασχηματισμού

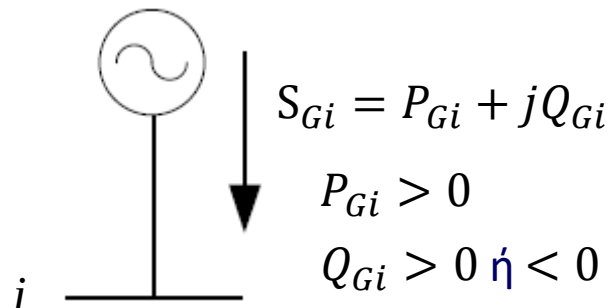


Σύνθετη αγωγιμότητα σειράς

$$y_{ij} = \frac{1}{R_{l\sigma} + jX_{l\sigma}}$$

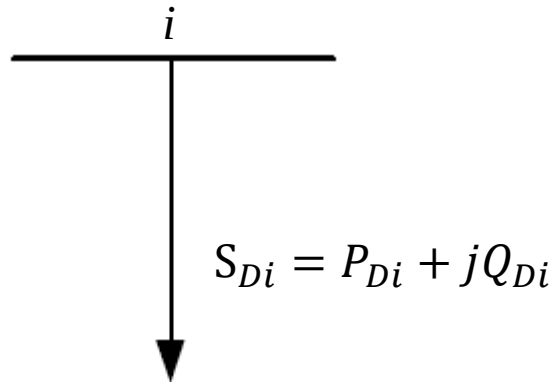
Απλοποιημένο μοντέλο όπου αμελείται ο εγκάρσιος κλάδος (αγωγιμότητα) μαγνήτισης.

Παράσταση γεννητριών

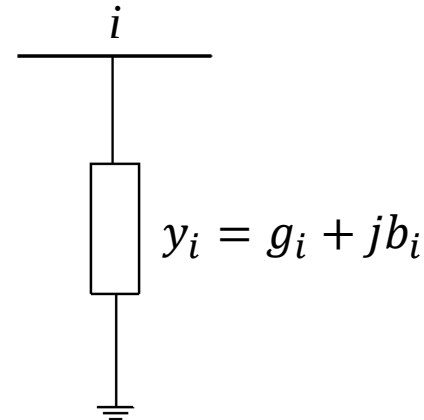


- ❑ Οι σύγχρονες γεννήτριες ρυθμίζονται από δυο διατάξεις ελέγχου:
 - Τον αυτόματο ρυθμιστή τάσης (ΑΡΤ): διατηρεί το μέτρο της τερματικής τάσης σταθερό ρυθμίζοντας κατάλληλα το ρεύμα διέγερσης
 - Τον ρυθμιστή στροφών (ΡΣ): διατηρεί την παραγόμενη ενεργό ισχύ της γεννήτριας σταθερή ρυθμίζοντας κατάλληλα τη μηχανική ισχύ εισόδου
- ❑ Για αυτό, οι σύγχρονες γεννήτριες αναπαρίστανται συνήθως στις μελέτες ροής φορτίου ως ζυγοί PV.

Παράσταση φορτίων



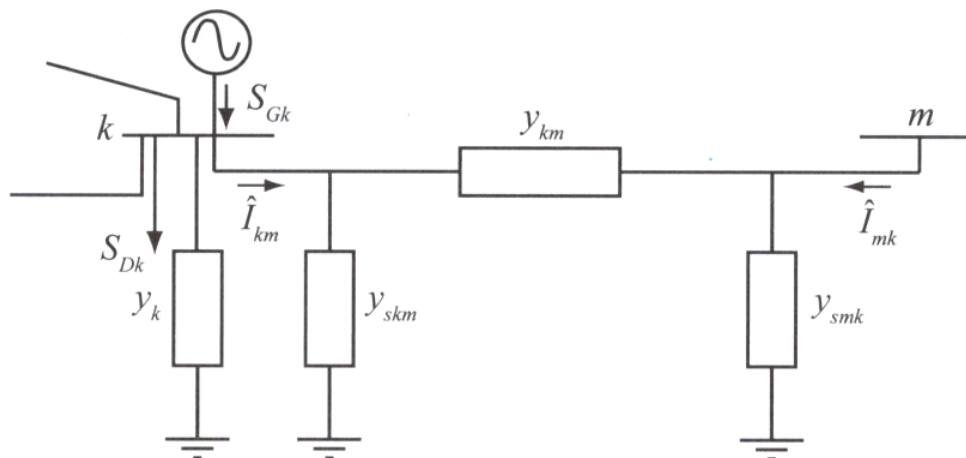
Φορτία σταθερής ισχύος



Φορτία σταθερής αγωγιμότητας

- ❑ Τα φορτία σταθερής αγωγιμότητας περιλαμβάνονται στον πίνακα αγωγιμοτήτων $\mathbf{Y}$ του δικτύου.
- ❑ Τα φορτία σταθερής ισχύος παριστάνονται ως αρνητικές εγχύσεις ισχύος.

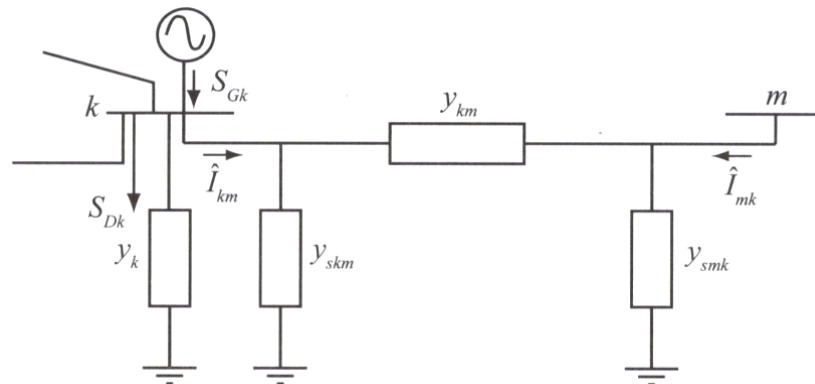
Γενικευμένος ζυγός συστήματος



Γενικευμένος ζυγός k στον οποίο συνδέονται:

- Γεννήτρια έγχυσης ισχύος S_{Gk}
- Φορτίο σταθερής ισχύος S_{Dk}
- Σταθερή εγκάρσια αγωγιμότητα y_k (φορτίο, πυκνωτής, πηνίο ή συνδυασμός τους)
- Γραμμή μεταφοράς km με εγκάρσιες αγωγιμότητες y_{skm} , y_{smk} και εν σειρά αγωγιμότητα y_{km} (ονομαστικό κύκλωμα π)

Εντάσεις



- Ρεύμα γεννήτριας: $\hat{I}_{Gk}$
- Ρεύμα φορτίου σταθερής ισχύος: $\hat{I}_{Dk}$
- Ρεύμα γραμμής από το ζυγό k στο ζυγό m : $\hat{I}_{km} = (y_{skm} + y_{km})\hat{V}_k - y_{km}\hat{V}_m$
- Ρεύμα εγκάρσιας αγωγιμότητας: $\hat{I}_{y_k} = y_k\hat{V}_k$
- Νόμος ρευμάτων Kirchhoff στο ζυγό k : $\hat{I}_{Gk} - \hat{I}_{Dk} = y_k\hat{V}_k + \sum_{m \in A(k)} \hat{I}_{km}$

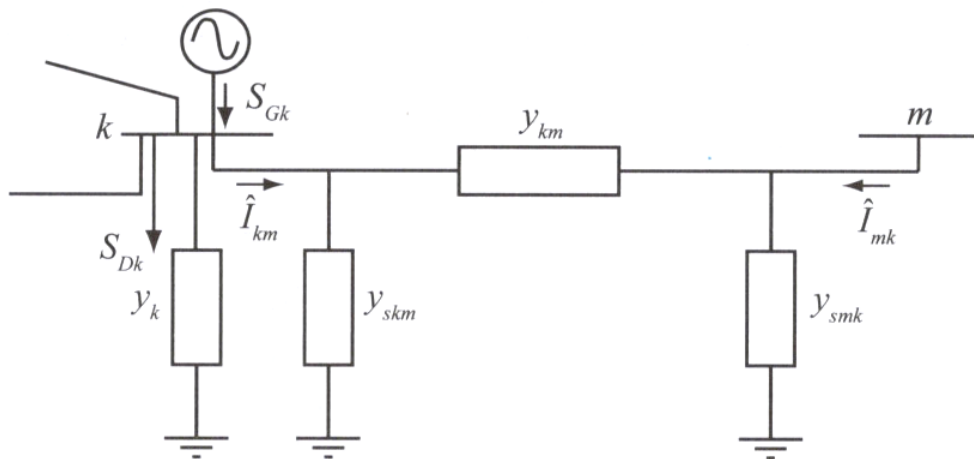
$$\hat{I}_{Gk} - \hat{I}_{Dk} = \left[y_k + \sum_{m \in A(k)} (y_{skm} + y_{km}) \right] \hat{V}_k - \sum_{m \in A(k)} y_{km} \hat{V}_m$$

(Καθαρή έγχυση ρεύματος στο ζυγό k)

$$\hat{I}_k = \hat{I}_{Gk} - \hat{I}_{Dk} = Y_{kk}\hat{V}_k + \sum_{m \in A(k)} Y_{km}\hat{V}_m = \sum_{m=1}^n Y_{km}\hat{V}_m$$

[$A(k)$: δείκτες ζυγών που διασυνδέονται με το ζυγό k]

Σχηματισμός πίνακα αγωγιμοτήτων $\mathbf{Y}$

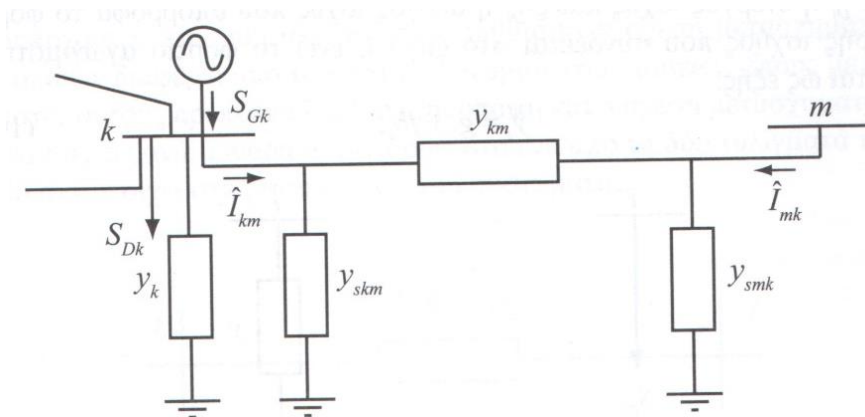


$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

□ $\mathbf{Y}$: Πίνακας αγωγιμοτήτων δικτύου, διάστασης $n \times n$

- Διαγώνια στοιχεία πίνακα $\mathbf{Y}$: $Y_{kk} = y_k + \sum_{m \in A(k)} (y_{skm} + y_{km})$
- Μη διαγώνια στοιχεία πίνακα $\mathbf{Y}$: $Y_{km} = -y_{km}$

Μιγαδικές εξισώσεις ροής φορτίου



$$S_k = S_{Gk} - S_{Dk} = Y_{kk}^* V_k^2 + \hat{V}_k \sum_{m \in A(k)} Y_{km}^* \hat{V}_m^*$$

(Πλήθος: n εξισώσεις)

$$S_{Gk} = \hat{V}_k I_{Gk}^*$$

$$S_{Dk} = \hat{V}_k I_{Dk}^*$$

$$S_k = P_k + jQ_k$$

(Καθαρή έγχυση μιγαδικής ισχύος στο ζυγό k)



Εξισώσεις ενεργού και αέργου ισχύος

$$S_k = S_{Gk} - S_{Dk} = Y_{kk}^* V_k^2 + \hat{V}_k \sum_{m \in A(k)} Y_{km}^* \hat{V}_m^*$$

$$\hat{V}_k = V_k e^{j\delta_k} \quad (\text{πολική μορφή})$$

+

$$Y_{km} = G_{km} + jB_{km} \quad (\text{καρτεσιανή μορφή})$$



(υβριδική μορφή)

$$P_{Gk} - P_{Dk} = V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{m \in A(k)} V_m a_{km}$$

$$Q_{Gk} - Q_{Dk} = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in A(k)} V_m \beta_{km}$$

(Πλήθος: n εξισώσεις)

(Σύνολο: $2n$ εξισώσεις)

(Πλήθος: n εξισώσεις)

όπου

$$a_{km} = -G_{km} \cos(\delta_k - \delta_m) - B_{km} \sin(\delta_k - \delta_m)$$

$$\beta_{km} = -G_{km} \sin(\delta_k - \delta_m) + B_{km} \cos(\delta_k - \delta_m)$$



Θεμελίωση του προβλήματος ροών φορτίου

- ❑ Σε κάθε ζυγό k του ΣΗΕ αντιστοιχούν 4 πραγματικές μεταβλητές:
 - Έγχυση πραγματικής ισχύος $P_k = P_{Gk} - P_{Dk}$
 - Έγχυση αέργου ισχύος $Q_k = Q_{Gk} - Q_{Dk}$
 - Μέτρο τάσης V_k
 - Φασική γωνία τάσης δ_k
- ❑ Τύποι ζυγών ροής φορτίου
 - **Ζυγός ταλάντωσης ή ζυγός αναφοράς:** Ο ζυγός 1 με δεδομένο μέτρο τάσης V_1 και γωνία δ_1 . Ελεύθερες μεταβλητές τα P_1, Q_1 .
 - **Ζυγός φορτίου ή ζυγός PQ:** Οποιοσδήποτε ζυγός k με δεδομένες τις εγχύσεις P_k και Q_k . Ελεύθερες μεταβλητές τα V_k, δ_k .
 - **Ζυγός παραγωγής ή ζυγός PV:** Οποιοσδήποτε ζυγός με δεδομένη την έγχυση P_k και μέτρο τάσης V_k . Ελεύθερες μεταβλητές τα Q_k, δ_k .



Διάνυσμα κατάστασης

- ❑ Πλήθος ζυγών: n
- ❑ Πλήθος ζυγών φορτίου PQ : m
- ❑ Αρίθμηση ζυγών συστήματος
 - Ζυγός 1: Ζυγός ταλάντωσης.
 - Ζυγοί 2 ως $n - m$: Ζυγοί παραγωγής.
 - Ζυγός $n - m + 1$ ως n : Ζυγοί φορτίου.

- ❑ Διάνυσμα κατάστασης

$$\mathbf{x} = [\delta_2, \dots, \delta_n, V_{n-m+1}, \dots, V_n]^T$$



Διανυσματική έκφραση των εξισώσεων ροής φορτίου

- Διάνυσμα εξισώσεων πραγματικής ισχύος, διάστασης $n - 1$:

$$\mathbf{b}_P = \mathbf{f}_P(\mathbf{x})$$

όπου $b_{Pk} = P_{Gk} - P_{Dk}, \quad f_{Pk} = V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{m \in A(k)} V_m a_{km}$

- Διάνυσμα εξισώσεων αέργου ισχύος, διάστασης m :

$$\mathbf{b}_Q = \mathbf{f}_Q(\mathbf{x})$$

όπου $b_{Qk} = Q_{Gk} - Q_{Dk}, \quad f_{Qk} = -V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in A(k)} V_m \beta_{km}$



Συστηματική διατύπωση των εξισώσεων ροής φορτίου

- Διάνυσμα εξισώσεων ροής ισχύος, διάστασης $n - 1 + m$:

$$\mathbf{b} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$$

όπου $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_P \\ \mathbf{b}_Q \end{bmatrix}$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_P \\ \mathbf{f}_Q \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\delta} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\delta} = [\delta_2, \dots, \delta_n]^T$$

$$\mathbf{V} = [V_{n-m+1}, \dots, V_n]^T$$



Συστηματικός τρόπος επίλυσης προβλήματος ροής φορτίου

- Γενική μορφή εξισώσεων ροής ισχύος:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$$

- Συστηματικός τρόπος επίλυσης:

1. Θεώρηση αρχικής τιμής του διανύσματος κατάστασης $\mathbf{x} = \mathbf{x}^{(0)}$. Μηδενισμός του μετρητή ανακυκλώσεων $i = 0$.
2. Αντικατάσταση της $\mathbf{x}^{(i)}$ για τον υπολογισμό των $\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)})$ και έλεγχος αν ικανοποιούνται οι εξισώσεις $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$.
3. Αν οι εξισώσεις $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$ δεν ικανοποιούνται, με χρήση των $\mathbf{x}^{(i)}$ και $\mathbf{g}(\mathbf{x}^{(i)})$ υπολογίζεται μια καινούρια προσέγγιση $\mathbf{x}^{(i+1)}$. Ενημέρωση του μετρητή ανακυκλώσεων $i = i + 1$.
4. Αντικατάσταση της $\mathbf{x}^{(i+1)}$ στις εξισώσεις $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$ και επανάληψη των βημάτων 2 και 3 μέχρι να ικανοποιηθούν οι εξισώσεις με την προσδιορισμένη ακρίβεια.



Μέθοδος Newton-Raphson

- Διάλυση εξισώσεων ροής ισχύος, διάστασης $N = n - 1 + m$:

$$\boxed{\mathbf{b} = \mathbf{f}(\mathbf{x})} \longrightarrow \begin{aligned} f_1(x_1, \dots, x_N) &= b_1 \\ f_2(x_1, \dots, x_N) &= b_2 \\ &\vdots \\ f_N(x_1, \dots, x_N) &= b_N \end{aligned}$$

- Γραμμικοποίηση εξισώσεων (ανάπτυγμα Taylor):

$$\begin{aligned} f_1(x_1, \dots, x_N) &\simeq f_1(x_1^{(0)}, \dots, x_N^{(0)}) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial f_1}{\partial x_j} [x_j - x_j^{(0)}] \\ f_2(x_1, \dots, x_N) &\simeq f_2(x_1^{(0)}, \dots, x_N^{(0)}) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial f_2}{\partial x_j} [x_j - x_j^{(0)}] \\ &\vdots \\ f_N(x_1, \dots, x_N) &\simeq f_N(x_1^{(0)}, \dots, x_N^{(0)}) + \sum_{j=1}^N \frac{\partial f_N}{\partial x_j} [x_j - x_j^{(0)}] \end{aligned}$$



Μέθοδος Newton-Raphson

- Υπό μορφή πινάκων:

$$\mathbf{b} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \simeq \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})[\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(0)}] \longrightarrow$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}^{(0)} + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})^{-1} [\mathbf{b} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)})]$$

- Έκφραση για ανακύκλωση $l + 1$:

$$\mathbf{x}^{(l+1)} = \mathbf{x}^{(l)} + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(l)})^{-1} [\mathbf{b} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(l)})]$$

- Οι ανακυκλώσεις τελειώνουν όταν:

$$\mathbf{b} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(l)}) < \varepsilon$$

όπου $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)}) = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right]_{(0)}$ ο Ιακωβιανός πίνακας στο σημείο $\mathbf{x}^{(0)}$
και ε η ανοχή σύγκλισης.



Μέθοδος Gauss

- Διατύπωση εξισώσεων ροής ισχύος:

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}(\mathbf{x}) \qquad \hat{V}_k = \frac{1}{Y_{kk}} \left\{ \frac{P_k - jQ_k}{\hat{V}_k^*} - \sum_{m \in A(k)} Y_{km} \hat{V}_m \right\}$$

- Προσδιορισμός καλύτερης λύσης στην επανάληψη $i + 1$:

$$\mathbf{x}^{(i+1)} = \mathbf{H}(\mathbf{x}^{(i)})$$

$$\hat{V}_k^{(i+1)} = \frac{1}{Y_{kk}} \left\{ \frac{P_k - jQ_k^{(i)}}{[\hat{V}_k^{(i)}]^*} - \sum_{m \in A(k)} Y_{km} \hat{V}_m^{(i)} \right\}$$

(Εφαρμόζεται για τους ζυγούς 2,...,n)

- Δεδομένα:

- Ζυγός ταλάντωσης: $\hat{V}_1 = V_1$ γνωστή
- Ζυγοί φορτίου: Q_k γνωστή
- Ζυγοί παραγωγής: Q_k μεταβάλλεται από ανακύκλωση σε ανακύκλωση, V_k γνωστή, δ_k μεταβάλλεται από ανακύκλωση σε ανακύκλωση

Μέθοδος Gauss-Seidel

- Προσδιορισμός καλύτερης λύσης στην επανάληψη $i + 1$:

$$x_k^{(i+1)} = h_k \left(x_1^{(i+1)}, \dots, x_{k-1}^{(i+1)}, x_k^{(i)}, \dots, x_n^{(i)} \right) \quad (\text{Εφαρμόζεται για τους ζυγούς } 2, \dots, n)$$

$$\hat{V}_k^{(i+1)} = \frac{1}{Y_{kk}} \left\{ \frac{P_k - jQ_k^{(i)}}{[\hat{V}_k^{(i)}]^*} - \sum_{m \in A_1(k)} Y_{km} \hat{V}_m^{(i+1)} - \sum_{m \in A_2(k)} Y_{km} \hat{V}_m^{(i)} \right\}$$

$[A_1(k)$: δείκτες ζυγών που διασυνδέονται με το ζυγό k για τους οποίους η τάση έχει υπολογιστεί στην ανακύκλωση $i+1$]

$[A_2(k)$: δείκτες ζυγών που διασυνδέονται με το ζυγό k για τους οποίους η τάση δεν έχει ανανεωθεί στην ανακύκλωση i]



Πλεονεκτήματα - μειονεκτήματα μεθόδων

❑ Gauss

- Εύκολη υλοποίηση σε πρόγραμμα υπολογιστή
- Συγκλίνει με αργό ρυθμό
- Ενδέχεται να μη συγκλίνει καθόλου, παρόλο που υπάρχει λύση

❑ Gauss-Seidel

- Απλή υλοποίηση γιατί αρκεί η απλή αντικατάσταση των μεταβλητών που υπολογίζονται με τη σειρά σε κάθε ανακύκλωση

❑ Newton-Raphson

- Καλή ταχύτητα σύγκλισης
- Η αντιστροφή του J σε κάθε ανακύκλωση απαιτεί χρόνο και χώρο στον Η/Υ

Προσδιορισμός ροών ισχύος σε κάθε κλάδο

- Μιγαδικές ροές ισχύος στη γραμμή km (από k προς m):

$$S_{km} = P_{km} + jQ_{km} = \hat{V}_k \hat{I}_{km}^* = \hat{V}_k [(y_{skm} + y_{km}) \hat{V}_k - y_{km} \hat{V}_m]^*$$

- Ροές ισχύος στη γραμμή km (από k προς m):

$$\begin{aligned} P_{km} &= V_k^2 (g_{km} + g_{skm}) - V_k V_m a_{km} \\ Q_{km} &= -V_k^2 (b_{km} + b_{skm}) - V_k V_m \beta_{km} \end{aligned} \quad \text{όπου} \quad \begin{aligned} y_{km} &= g_{km} + jb_{km} \\ y_{skm} &= g_{skm} + jb_{skm} \end{aligned}$$

(! Δεν είναι τα στοιχεία του μη διαγώνιου στοιχείου του $\mathbf{Y}$, αλλά των αγωγιμοτήτων της γραμμής)

- Απώλειες ισχύος στη γραμμή km :

$$P_{Lkm} + jQ_{Lkm} = S_{km} + S_{mk} = P_{km} + P_{mk} + j(Q_{km} + Q_{mk})$$