

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

$$P_1 = k_{11} \cdot u_1 + k_{12} \cdot u_2 \quad (1) \quad \leadsto \quad u_1 = \frac{1}{k_{11}} (P_1 - k_{12} u_2) \quad (3)$$
$$P_2 = k_{21} \cdot u_1 + k_{22} \cdot u_2 \quad (2)$$

Αντικαθιστώ την (3) στην (2)

$$P_2 = \frac{k_{21}}{k_{11}} (P_1 - k_{12} u_2) + k_{22} \cdot u_2$$

Χωρίζοντας γνωστούς από αγνώστους

$$P_2 - \frac{k_{21}}{k_{11}} P_1 = \left(k_{22} - k_{21} \frac{1}{k_{11}} k_{12} \right) u_2$$

$$P_c = K_c \cdot u_2 \quad (C=u_c)$$

Αυτή είναι η διαδικασία της στατικής συμπύκνωσης $\leadsto$ Αύνω ως προς κάποιους αγνώστους και αντικαθιστώ στις υπόλοιπες εξισώσεις ώστε να καταλήγω τελικά σε ένα σύστημα εξισώσεων μικρότερου τμήνου από το αρχικό.

Παραδείγματα

Έστω ένα δίκτυο β.ε.

$$ED3 = \begin{cases} ED\epsilon3 \\ ED_c3 \end{cases}$$

υπονούμενα
μικρότερο συνολικά

$\hookrightarrow$ β.ε. που θα εξαφανισώ
c: eliminated

$\hookrightarrow$ που θα διατηρήσω
c: condensed.

$$EPS = CUE3ED3$$

$\hookrightarrow$ Αναδιόταξη:

$$\begin{Bmatrix} EP\epsilon3 \\ EP_c3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} CK\epsilon\epsilon & CK\epsilon c \\ CKc\epsilon & CKcc \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} ED\epsilon3 \\ ED_c3 \end{Bmatrix}$$

Άρα

$$EP\epsilon3 = CK\epsilon\epsilon ED\epsilon3 + CKc\epsilon ED_c3 \quad (CI)$$

$$EP_c3 = CKc\epsilon ED\epsilon3 + CKcc ED_c3 \quad (CII)$$

Από την (CI): $ED\epsilon3 = [CK\epsilon\epsilon]^{-1} (EP\epsilon3 - CKc\epsilon ED_c3) \quad (CIII)$

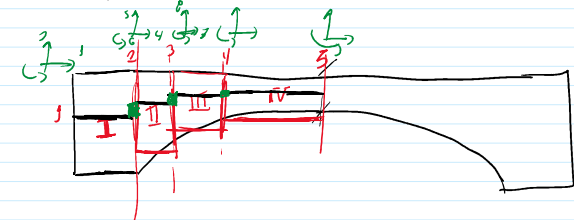
Αντικαθιστώντας την (CIII) στη (CII) και χωρίζοντας γνωστούς από αγνώστους

$$EP_c3 - CKc\epsilon [CK\epsilon\epsilon]^{-1} EP\epsilon3 = (CKcc - CKc\epsilon [CK\epsilon\epsilon]^{-1} CK\epsilon\epsilon) ED_c3$$
$$EP_c3 = K_c ED_c3$$

Μπορώ να εφαρμόσω στατική συμπύκνωση

- 1) Σε επίπεδο κατασκευής $\nearrow$ απομάκρυνση υλικού
 $\rightarrow$ υπερτοίχια

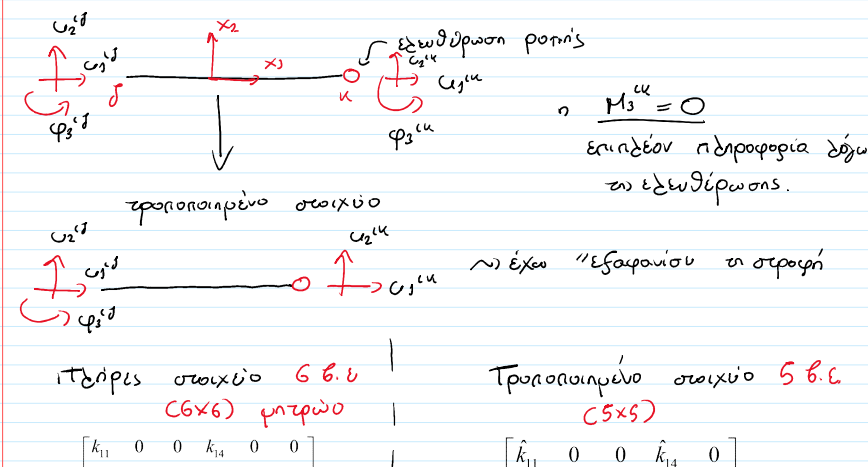
Παράδειγμα



Έχοντας υπολογίσει το ED_c3 από τη λύση της συμπυκνωμένης εξίσωσης τότε μπορώ να επιστρέψω στην (CII) και να υπολογίσω τα $ED\epsilon3$

και τέλος τις εσωτερικές δράσεις οποιαδήποτε μέγας, π.χ. 2-3

Λεπιτύπωση σε επίπεδο μέγας $\leadsto$ Τροποποιημένα μέγας σεβαρότητας.



Περιορισμένο στοιχείο 6 D.O.F

(6x6) γνήσιο

$$\begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} & k_{56} \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}$$

Προσπονημένο στοιχείο 5 D.O.F

(5x5)

$$\begin{bmatrix} \hat{k}_{11} & 0 & 0 & \hat{k}_{14} & 0 \\ 0 & \hat{k}_{22} & \hat{k}_{23} & 0 & \hat{k}_{25} \\ 0 & \hat{k}_{32} & \hat{k}_{33} & 0 & \hat{k}_{35} \\ \hat{k}_{41} & 0 & 0 & \hat{k}_{44} & 0 \\ 0 & \hat{k}_{52} & \hat{k}_{53} & 0 & \hat{k}_{55} \end{bmatrix}$$

Ξεκινάω από εδώ

$$\begin{Bmatrix} F_1^i \\ F_2^i \\ M_3^i \\ F_3^u \\ F_2^u \\ M_3^u \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} & k_{56} \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^i \\ u_2^i \\ \varphi_3^i \\ u_3^u \\ u_2^u \\ \varphi_3^u \end{Bmatrix}$$

$$EP_{cc} = CK_{cc} \epsilon D_{cc} + CK_{ce} \epsilon D_{ce} \quad (1)$$

$$EP_{cc} = CK_{cc} \epsilon D_{cc} + CK_{ce} \epsilon D_{ce} \quad (2)$$

$$(2) \Rightarrow \epsilon D_{ce} = -CK_{ce}^{-1} CK_{cc} \epsilon D_{cc} \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας την (3) στην (1) να προκύψει

$$EP_{cc} = -CK_{ce} CK_{ce}^{-1} CK_{cc} \epsilon D_{cc} + CK_{cc} \epsilon D_{cc} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow EP_{cc} = (CK_{cc} - CK_{ce} CK_{ce}^{-1} CK_{cc}) \epsilon D_{cc}$$

(5x1)

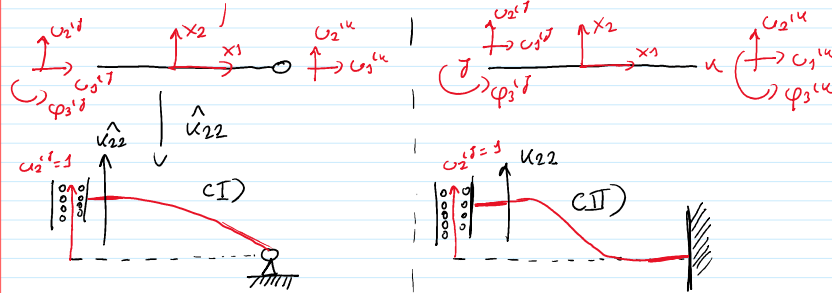
CK

(5x1)

πίχου με εξαγωγή στο προπονημένο γνήσιο συσχετισμός (σχηματισμός)

προκύπτει από την γνήσια πρόση.

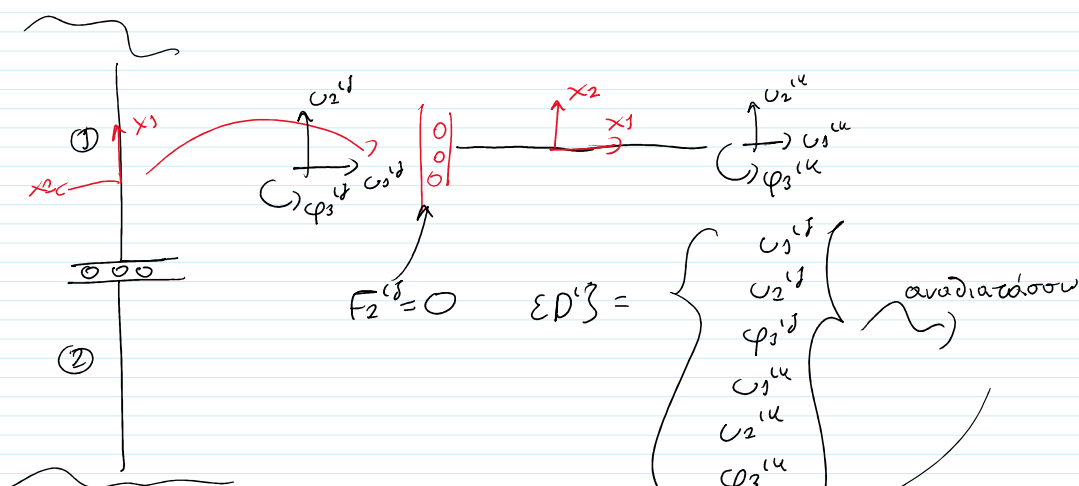
$$\begin{Bmatrix} u_1^i \\ u_2^i \\ \varphi_3^i \\ u_3^u \\ u_2^u \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_{11} & 0 & 0 & \hat{k}_{14} & 0 \\ 0 & \hat{k}_{22} & \hat{k}_{23} & 0 & \hat{k}_{25} \\ 0 & \hat{k}_{32} & \hat{k}_{33} & 0 & \hat{k}_{35} \\ \hat{k}_{41} & 0 & 0 & \hat{k}_{44} & 0 \\ 0 & \hat{k}_{52} & \hat{k}_{53} & 0 & \hat{k}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^i \\ u_2^i \\ \varphi_3^i \\ u_3^u \\ u_2^u \end{Bmatrix}$$

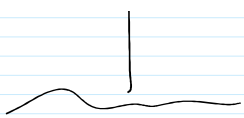


Προφανώς θα ισχύει $\hat{K}_{22} < K_{22}$ γιατί μπορούμε πιο εύκολα να επιδώσουμε την (II) καθώς η στήριξη δεξιά επιβάλλει μία επιρροή

δύναμη.

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{L^3} & \frac{3EI}{L^2} & 0 & -\frac{3EI}{L^2} \\ 0 & \frac{3EI}{L^2} & \frac{3EI}{L} & 0 & -\frac{3EI}{L^2} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{3EI}{L^2} & -\frac{3EI}{L} & 0 & \frac{3EI}{L^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^i \\ u_2^i \\ \varphi_3^i \\ u_3^u \\ u_2^u \end{Bmatrix}$$



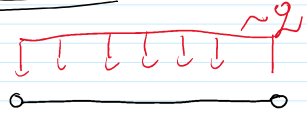


$$\begin{pmatrix} \tilde{u}_2^{iu} \\ \varphi_3^{iu} \end{pmatrix}$$

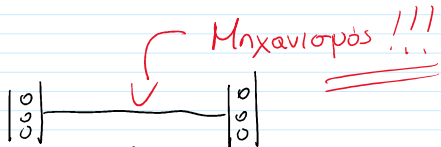
$$\varepsilon D' S = \varepsilon u_1^{\delta} \varphi_3^{\delta} u_1^{iu} u_2^{iu} \varphi_3^{iu} \begin{vmatrix} u_2^{\delta} \\ \varphi_3^{\delta} \end{vmatrix}^T$$

$\varepsilon D_{\alpha} S$ $\varepsilon D_{\alpha} S$

Προσοχή!!



μπορώ να το μετασυνάσω

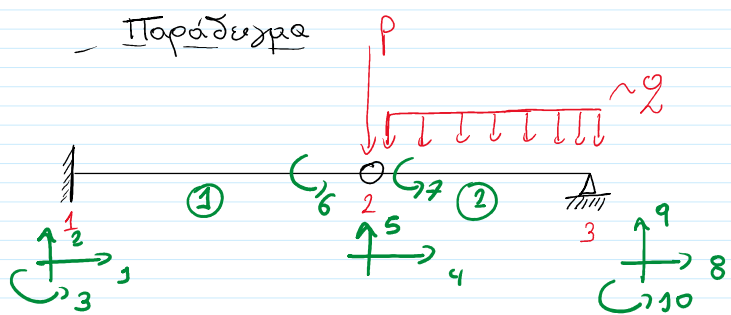


Δεν επιτρέπεται να το μετασυνάσω.

Αυτό συχνοί φορές πως ΔΕΝ είναι στοιχείο Δυσωπάρας.

Δεν είναι γιατί προκύπτει από το στοιχείο δυνάμεις με απαγορευτή δύο στροφικών β.β. και άρα οι δράσεις τέμνουσας αντιστοιχούν σε σάφην ~> μπορεί να διχθύνει ελαφρώς φόρτιση

Παράδειγμα

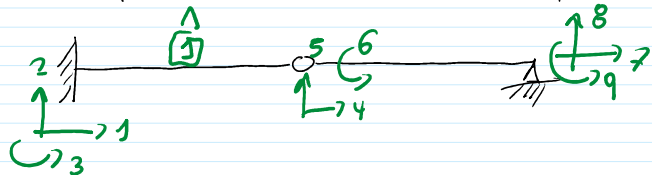


να μορφωθεί η εξίσωση συμπεριφοράς $\bar{E}PS = [K] \bar{D} S$ των φορέα.

• Έκων κόμβο 2 λόγω αρθρωσης οι στροφές αριστερά και δεξιά αυτής είναι ανεξάρτητες.

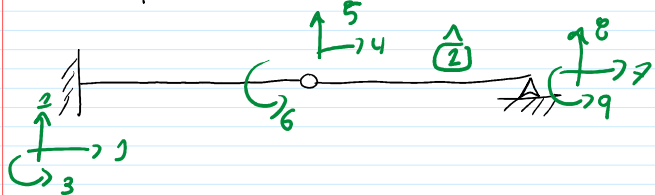
Περίπτωση "1"

Τροποποιώ το πρώτο συμβαρότητα του μέλους 1

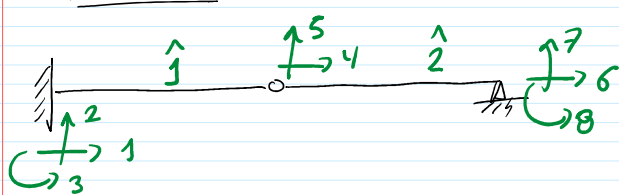


Περίπτωση "2"

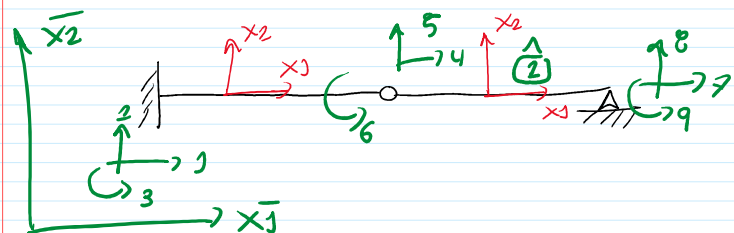
Τροποποιώ -// - // - του μέλους 2



Περίπτωση 3^η: Τροποποιώ και τα 2 μέλη



Ας προχωρήσω με την περίπτωση 2



1) Μητρώα μετασχηματισμού: Ορίζονται μέλη $\varphi^1 = \varphi^2 = 0$

$$C \Lambda^1 = C \Lambda^2 = C I \quad \text{άρα} \quad C \bar{K}_1 = C K_1$$

$$C \bar{K}_2 = C K_2$$

$$C \bar{K}_{12} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} \text{#1} & \text{#2} \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \text{#1}$$

$$C \bar{K}_{22} = \begin{bmatrix} \begin{matrix} \text{#2} & \text{#3} \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 5 & 7 & 8 & 9 \\ k_{11} & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & k_{24} & k_{25} \end{matrix} \end{bmatrix} \begin{matrix} 4 \\ 5 \end{matrix} \text{#2}$$

$C_{K1} = C_{K1} =$

1	2	3	4	5	6
k_{11}	0	0	k_{14}	0	0
0	k_{22}	k_{23}	0	k_{25}	k_{26}
0	k_{32}	k_{33}	0	k_{35}	k_{36}
k_{41}	0	0	k_{44}	0	0
0	k_{52}	k_{53}	0	k_{55}	k_{56}
0	k_{62}	k_{63}	0	k_{65}	k_{66}

 $C_{K2} =$

4	5	7	8	9
$\hat{k}_{11}$	0	$\hat{k}_{14}$	0	0
0	$\hat{k}_{22}$	0	$\hat{k}_{24}$	$\hat{k}_{25}$
$\hat{k}_{31}$	0	$\hat{k}_{33}$	0	0
0	$\hat{k}_{42}$	0	$\hat{k}_{44}$	$\hat{k}_{45}$
0	$\hat{k}_{52}$	0	$\hat{k}_{53}$	$\hat{k}_{55}$

Μητρώο συβαρότητας κατασκευής

$[K] =$

#1			#2			#3		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
C_{K11}								
			C_{K12}					
						C_{K13}		
C_{K21}			C_{K22}			C_{K23}		
C_{K31}			C_{K32}			C_{K33}		

 $[A]$

4	5	6
k_{44}	k_{45}	k_{46}
k_{54}	k_{55}	k_{56}
k_{64}	k_{65}	k_{66}

 $[B]$

7	8	9
k_{77}	k_{78}	k_{79}
k_{87}	k_{88}	k_{89}
k_{97}	k_{98}	k_{99}

Τα $[A]$, $[B]$ θα μεταφραστούν στοιχείο προς στοιχείο

$[A] =$

4	5	6
$k_{44} + k_{33}$	k_{45}	k_{46}
k_{54}	$k_{55} + k_{22}$	k_{56}
k_{64}	k_{65}	k_{66}

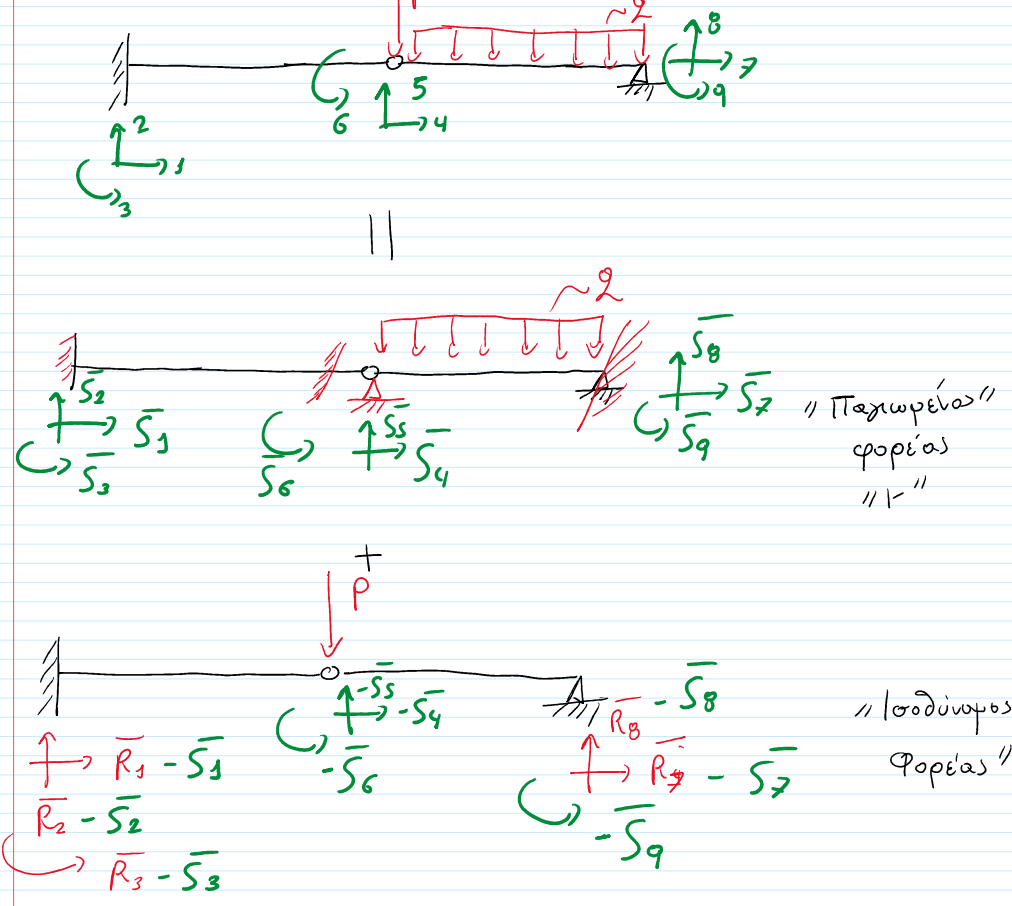
 $[B] =$

7	8	9
k_{77}	k_{78}	k_{79}
k_{87}	k_{88}	k_{89}
k_{97}	k_{98}	k_{99}

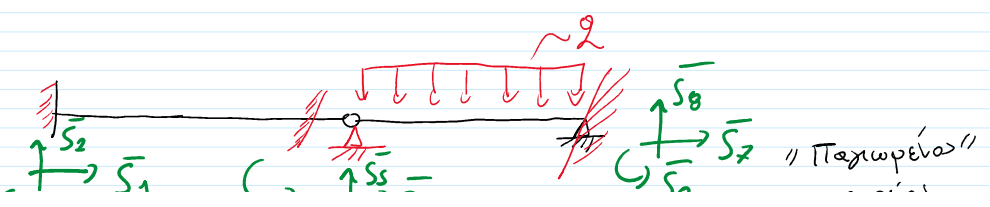
$\{F\} = [K] \{D\}$

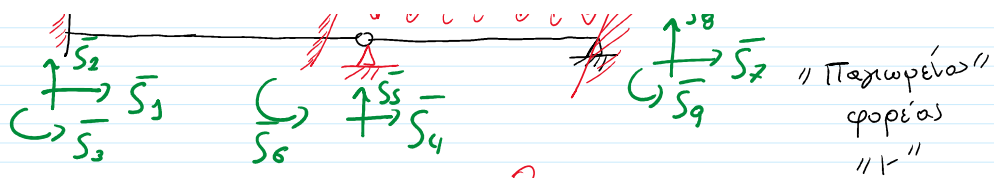
Ο "σταύ" ο 6 ανήκει μόνο στο μέλος 1
οι 7, 8, 9 στον κόμβο 3 σύμφωνα με τον 2)

Δράσεις Παξιών και Δυνάμεις Δράσεων συνδυασμού φορέα



Κοιτάζω τον παχωμένο φορέα





"Παχυνμένος" φορέας "1"

Κόμβος 1

$$\{ \bar{S}^{(1)} \} = \{ \bar{S}_1 \ \bar{S}_2 \ \bar{S}_3 \}^T = \{ A \}^T S$$

γιατί το μέλος 1 δεν έχει ενδιαφέρουσα φόρτιση

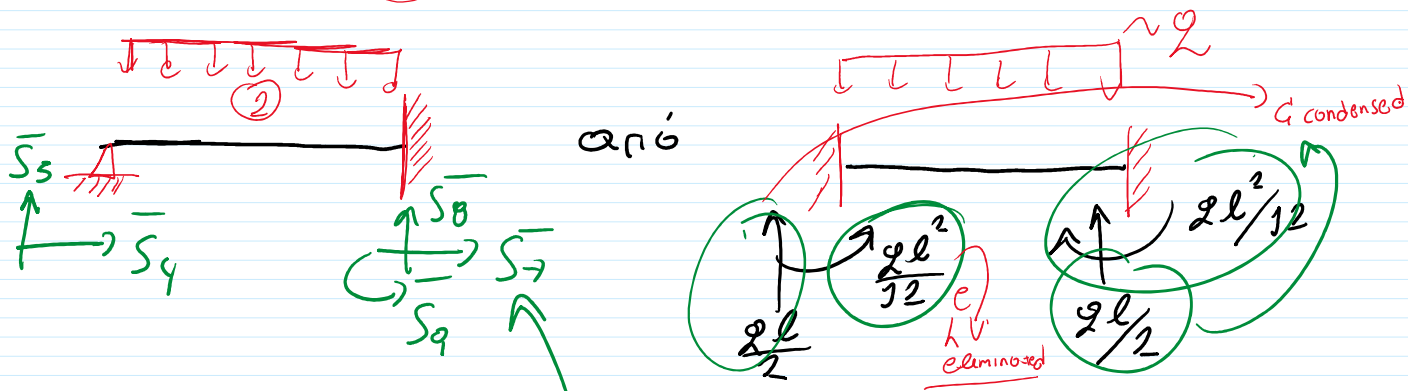
Κόμβος 2

$$\{ \bar{S}^{(2)} \} = \{ \bar{S}_4 \ \bar{S}_5 \ \bar{S}_6 \}^T$$

γιατί αυτός είναι ο σωματίδιο 1 που δεν έχει ενδιαφέρουσα φόρτιση.

Κόμβος 3

$$\{ \bar{S}^{(3)} \} = \{ \bar{S}_7 \ \bar{S}_8 \ \bar{S}_9 \}^T$$



Θέλω να υπολογίσω τα πράσινα από τις αντίστοιχες δράσεις της αμερίκωνας δυνάμεις

Από τη σχέση της στατικής συμπεριφοράς έχω:

$$E P_c Z = E P_{cc} Z - C K_{cc} [C K_{cc}]^{-1} E P_{cc} Z$$

όπου σε αυτή μας περίπτωση

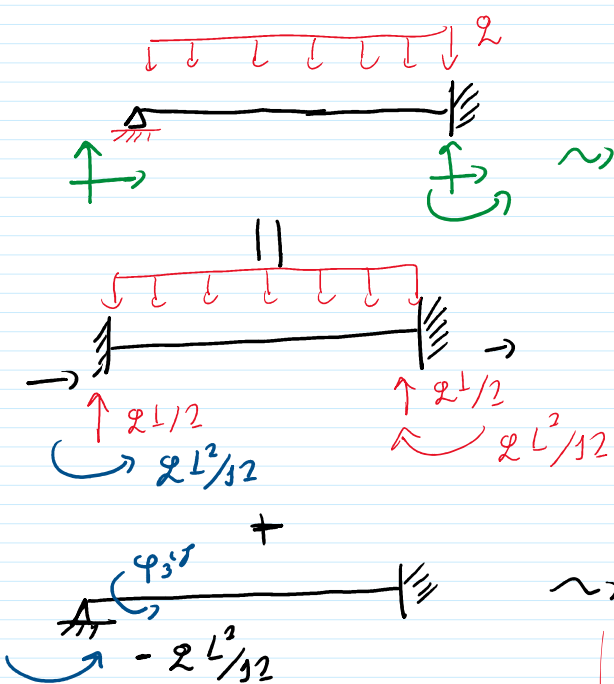
$$E P_{cc} Z = \{ 0 \quad 2L/2 \mid 0 \quad 2L/2 - \frac{2L^2}{12} \}^T$$

$$E P_{cc} Z = 2L^2/12$$

Τέλος να προκύπτει:

$$E P_c Z = \{ 0 \quad \frac{3 \cdot 2L}{8} \mid 0 \quad \frac{5 \cdot 2L}{8} - \frac{2L^2}{8} \}^T$$

Το φυσικό νόημα



(5x1) E P_c Z αυτή φορά.

$$E P_{cc} Z = \{ 0 \quad \frac{2L}{2} \mid 0 \quad \frac{2L}{2} - \frac{2L^2}{12} \}^T$$

$$E D_c Z = - [C K_{cc}]^{-1} \cdot E P_{cc} Z$$

$$\varphi_3^T = - [K_{cc}]^{-1} \frac{2L^2}{12}$$

$$E R Z = - [K_{ce}] [C K_{cc}]^{-1} E P_{cc} Z$$

$$\{ \bar{P} \} = - [K_{ce}] [K_{ee}]^{-1} \{ P_e \}$$

--- Το φυσικό νόημα - τιμές --- πίσω στην επιδεύση ---

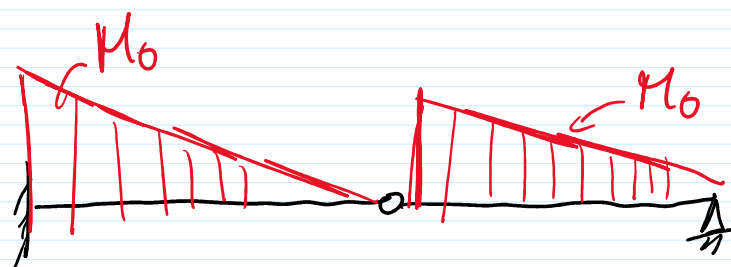
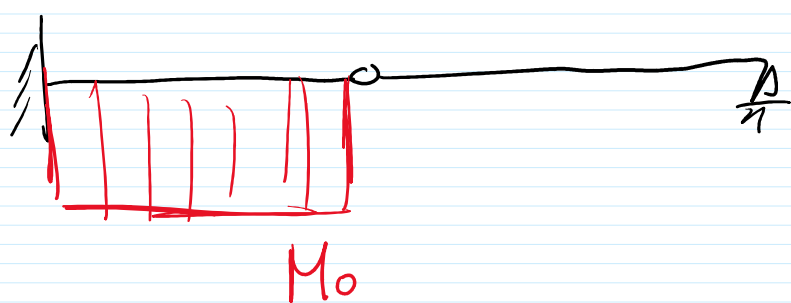
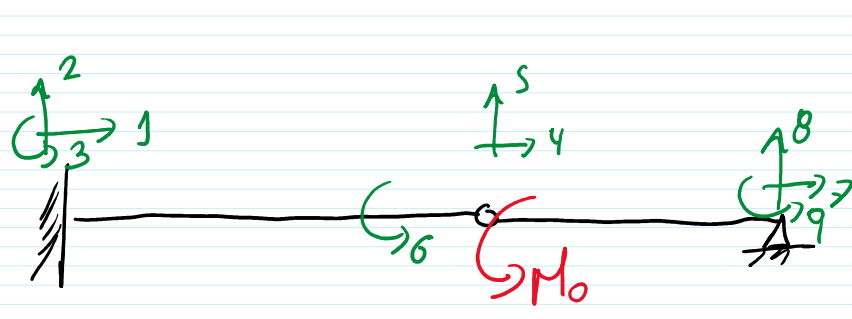
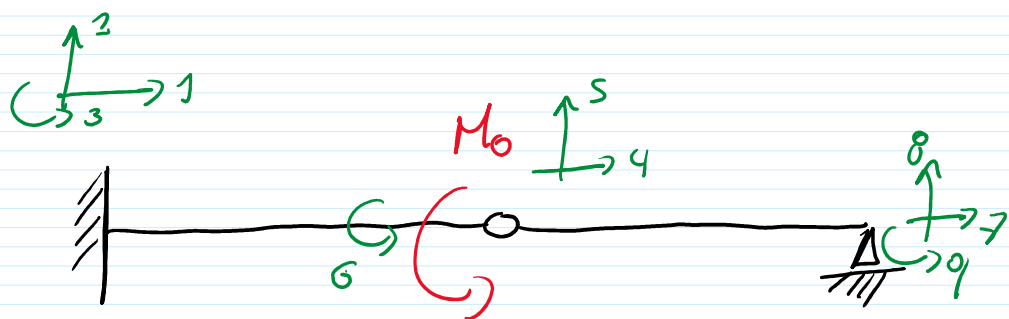
Άρα τελευτά το διάνυσμα δράσεων παγίωσης θα είναι

$$\{ \bar{S} \} = \left\{ \begin{array}{ccc|ccc|cc} \text{\#1} & & & \text{\#2} & & & \text{\#3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{3\ell^2}{8} & 0 & 0 & \frac{5\ell^2}{8} & -\frac{2\ell^2}{8} \end{array} \right\}^T$$

$\bar{S}_1 \quad \bar{S}_2 \quad \bar{S}_3 \quad \bar{S}_4 \quad \bar{S}_5 \quad \bar{S}_6 \quad \bar{S}_7 \quad \bar{S}_8 \quad \bar{S}_9$

Τώρα μπορεί να περάσω στον ισοδύναμο φορέα ως να ορίσω το διάνυσμα δράσεων ισοδύναμου φορέα:

$$\{ \bar{P}_0 \} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_1 - 0 \\ \bar{R}_2 - 0 \\ \bar{R}_3 - 0 \\ \hline 0 - 0 \\ -P - 3\ell^2/8 \\ \hline 0 - 0 \\ \bar{R}_7 - 0 \\ \bar{R}_8 - 5\ell^2/8 \\ \hline 0 - (-\frac{2\ell^2}{8}) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{\#1} \\ \\ \\ \text{\#2} \\ \\ \text{\#3} \end{array}$$



$$\{ \bar{P} \} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_1 \\ \bar{R}_2 \\ \bar{R}_3 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ Mo \\ \hline \bar{R}_7 \\ \bar{R}_8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \hline 4 \\ 5 \\ 6 \\ \hline 7 \\ 8 \end{array} \begin{array}{l} \text{\#1} \\ \\ \\ \text{\#2} \\ \\ \text{\#3} \end{array}$$

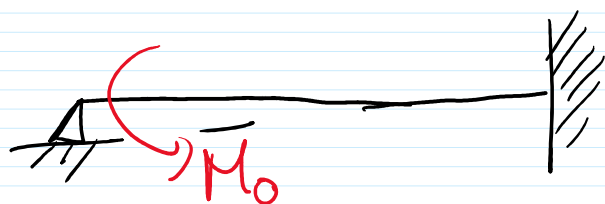
$$\{ \bar{P} \} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_1 \\ \bar{R}_2 \\ \bar{R}_3 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline \bar{R}_7 \\ \bar{R}_8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ \hline 4 \\ 5 \\ 6 \\ \hline 7 \\ 8 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{14}{R_9} \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \Bigg| \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \#3$$

$$\begin{pmatrix} \frac{14}{R_9} & -58 & 7 \\ 0 & -58 & 8 \\ 0 & -59 & 9 \end{pmatrix}$$

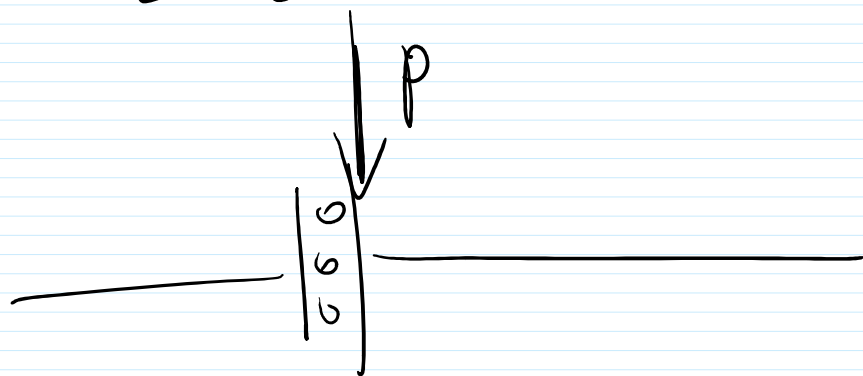
→ Εδώ η ροπή ασκείται στη διεύθυνση θ.ε που έχει συμπληρωθεί ενώ το φέδος 2 έχει τροποποιηθεί. Άρα πρέπει η ροπή M_0 να είναι ευδιάμεση φόρτιση στα φέδος 2.

$$\varepsilon_{Pc3} = \varepsilon_{Pcc3} - [K_{ce}] [K_{ec}]^{-1} \varepsilon_{Pee3}$$



$$\varepsilon_{Pcc3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\varepsilon_{Pee3} = \varepsilon_{M_03}$$



Τα ε_{Pc3} αντιστοιχούν στα αντίστοιχα δράσεις περίσσειας λόγω της M_0 .

