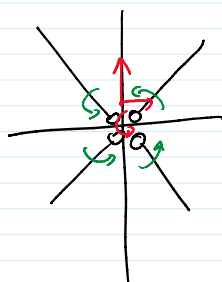
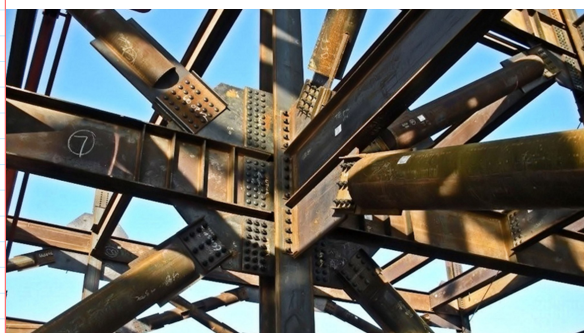
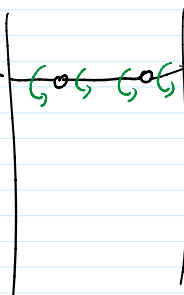
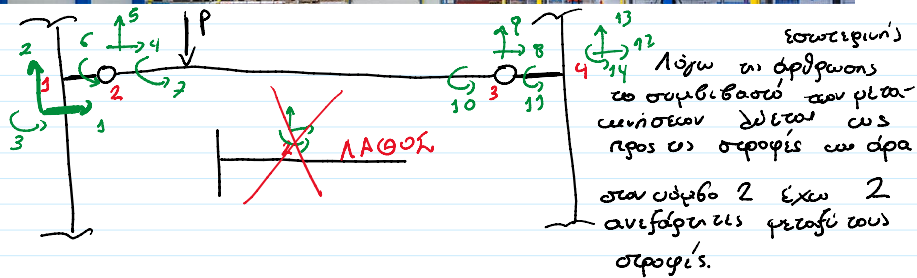
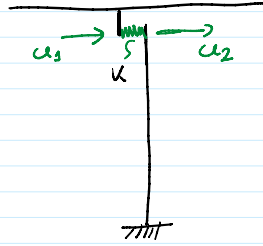


Μέθοδος συνδυασμένων κόμβων

Κυριακή, 4 Μαΐου 2025 5:33 μμ

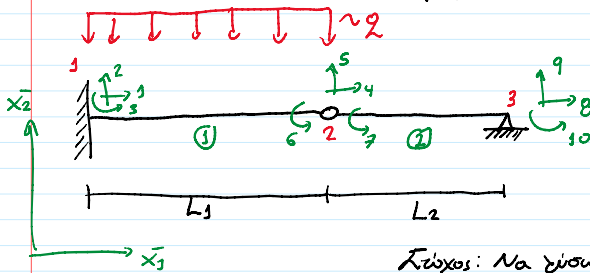




Θραύα άρα χρειαζόμαστε μέθοδο που να επιλύει τέτοιου είδους προβλήματα

1) Μέθοδος συνδυασμένων κόμβων ✓ σίγουρα ξεκινάμε από εδώ

2) Μέθοδος τροποποιημένων μητρών συμβαρότητας μελών



Στόχος: Να δώσω $\bar{E}P^3 - C\bar{U}^1 E\bar{D}^3$
 $(3 \times 1) \quad (3 \times 10) \quad (10 \times 1)$

1)

2)

3) Καθόλου μητρώα συμβαρότητας μελών

$\bar{K}^1$ (for $\delta=1, \#U=1$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^1 & \bar{k}_{23}^1 \\ 0 & \bar{k}_{32}^1 & \bar{k}_{33}^1 \end{bmatrix}$$

$\bar{K}^2$ (for $\delta=2, \#U=2$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^2 & \bar{k}_{23}^2 \\ 0 & \bar{k}_{32}^2 & \bar{k}_{33}^2 \end{bmatrix}$$

$\bar{K}^3$ (for $\delta=3, \#U=3$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^3 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^3 & \bar{k}_{23}^3 \\ 0 & \bar{k}_{32}^3 & \bar{k}_{33}^3 \end{bmatrix}$$

$\bar{K}^4$ (for $\delta=4, \#U=4$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^4 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^4 & \bar{k}_{23}^4 \\ 0 & \bar{k}_{32}^4 & \bar{k}_{33}^4 \end{bmatrix}$$

$\bar{K}^5$ (for $\delta=5, \#U=5$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^5 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^5 & \bar{k}_{23}^5 \\ 0 & \bar{k}_{32}^5 & \bar{k}_{33}^5 \end{bmatrix}$$

$\bar{K}^6$ (for $\delta=6, \#U=6$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^6 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^6 & \bar{k}_{23}^6 \\ 0 & \bar{k}_{32}^6 & \bar{k}_{33}^6 \end{bmatrix}$$

$\bar{K}^7$ (for $\delta=7, \#U=7$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^7 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^7 & \bar{k}_{23}^7 \\ 0 & \bar{k}_{32}^7 & \bar{k}_{33}^7 \end{bmatrix}$$

$\bar{K}^8$ (for $\delta=8, \#U=8$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^8 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^8 & \bar{k}_{23}^8 \\ 0 & \bar{k}_{32}^8 & \bar{k}_{33}^8 \end{bmatrix}$$

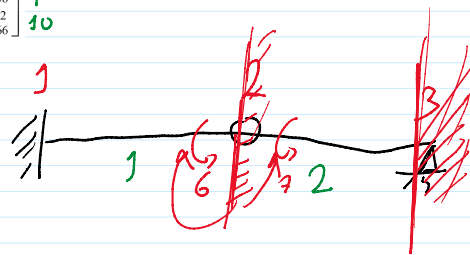
$\bar{K}^9$ (for $\delta=9, \#U=9$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^9 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^9 & \bar{k}_{23}^9 \\ 0 & \bar{k}_{32}^9 & \bar{k}_{33}^9 \end{bmatrix}$$

$\bar{K}^{10}$ (for $\delta=10, \#U=10$):

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^{10} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^{10} & \bar{k}_{23}^{10} \\ 0 & \bar{k}_{32}^{10} & \bar{k}_{33}^{10} \end{bmatrix}$$

4) Μητρώο συμβαρότητας κατασκευής



Κώδικας $\rightarrow$

6.6. $\rightarrow$ 1 2 3 | 4 5 6 7 8 9 10

$$C\bar{U}^1 = \begin{bmatrix} \bar{K}_{11}^1 & \bar{K}_{12}^1 & \bar{K}_{13}^1 & \bar{K}_{14}^1 & \bar{K}_{15}^1 & \bar{K}_{16}^1 & \bar{K}_{17}^1 & \bar{K}_{18}^1 & \bar{K}_{19}^1 & \bar{K}_{10}^1 \\ \bar{K}_{21}^1 & \bar{K}_{22}^1 & \bar{K}_{23}^1 & \bar{K}_{24}^1 & \bar{K}_{25}^1 & \bar{K}_{26}^1 & \bar{K}_{27}^1 & \bar{K}_{28}^1 & \bar{K}_{29}^1 & \bar{K}_{20}^1 \\ \bar{K}_{31}^1 & \bar{K}_{32}^1 & \bar{K}_{33}^1 & \bar{K}_{34}^1 & \bar{K}_{35}^1 & \bar{K}_{36}^1 & \bar{K}_{37}^1 & \bar{K}_{38}^1 & \bar{K}_{39}^1 & \bar{K}_{30}^1 \\ \bar{K}_{41}^1 & \bar{K}_{42}^1 & \bar{K}_{43}^1 & \bar{K}_{44}^1 & \bar{K}_{45}^1 & \bar{K}_{46}^1 & \bar{K}_{47}^1 & \bar{K}_{48}^1 & \bar{K}_{49}^1 & \bar{K}_{40}^1 \\ \bar{K}_{51}^1 & \bar{K}_{52}^1 & \bar{K}_{53}^1 & \bar{K}_{54}^1 & \bar{K}_{55}^1 & \bar{K}_{56}^1 & \bar{K}_{57}^1 & \bar{K}_{58}^1 & \bar{K}_{59}^1 & \bar{K}_{50}^1 \\ \bar{K}_{61}^1 & \bar{K}_{62}^1 & \bar{K}_{63}^1 & \bar{K}_{64}^1 & \bar{K}_{65}^1 & \bar{K}_{66}^1 & \bar{K}_{67}^1 & \bar{K}_{68}^1 & \bar{K}_{69}^1 & \bar{K}_{60}^1 \\ \bar{K}_{71}^1 & \bar{K}_{72}^1 & \bar{K}_{73}^1 & \bar{K}_{74}^1 & \bar{K}_{75}^1 & \bar{K}_{76}^1 & \bar{K}_{77}^1 & \bar{K}_{78}^1 & \bar{K}_{79}^1 & \bar{K}_{70}^1 \\ \bar{K}_{81}^1 & \bar{K}_{82}^1 & \bar{K}_{83}^1 & \bar{K}_{84}^1 & \bar{K}_{85}^1 & \bar{K}_{86}^1 & \bar{K}_{87}^1 & \bar{K}_{88}^1 & \bar{K}_{89}^1 & \bar{K}_{80}^1 \\ \bar{K}_{91}^1 & \bar{K}_{92}^1 & \bar{K}_{93}^1 & \bar{K}_{94}^1 & \bar{K}_{95}^1 & \bar{K}_{96}^1 & \bar{K}_{97}^1 & \bar{K}_{98}^1 & \bar{K}_{99}^1 & \bar{K}_{90}^1 \\ \bar{K}_{101}^1 & \bar{K}_{102}^1 & \bar{K}_{103}^1 & \bar{K}_{104}^1 & \bar{K}_{105}^1 & \bar{K}_{106}^1 & \bar{K}_{107}^1 & \bar{K}_{108}^1 & \bar{K}_{109}^1 & \bar{K}_{100}^1 \end{bmatrix}$$

$$[U] = \left[\begin{array}{cc|c} [K_{us}] & [A] & \\ \hline [0]_{(4 \times 2)} & [0]_{(4 \times 4)} & \\ \hline [0]_{(3 \times 3)} & [B]_{(3 \times 4)} & [U_{uu}^2]_{(3 \times 3)} \end{array} \right] \begin{array}{c} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \begin{array}{c} \#2 \\ \\ \\ \#3 \\ \end{array}$$

Θα προχωρήσω αναγνώρισα το $[A]$ στοιχείο της στοιχείο

$$[A] = \begin{bmatrix} \bar{u}_{44}^1 + \bar{u}_{22}^2 & \bar{u}_{55}^1 + \bar{u}_{22}^2 & & \\ 0 & \bar{u}_{65}^1 & \bar{u}_{66}^1 & \\ 0 & \bar{u}_{32}^2 & 0 & \bar{u}_{93}^2 \end{bmatrix} \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array}$$

$$[K^1] = \begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^1 & 0 & 0 & \bar{k}_{14}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^1 & \bar{k}_{23}^1 & 0 & \bar{k}_{25}^1 & \bar{k}_{26}^1 \\ 0 & \bar{k}_{32}^1 & \bar{k}_{33}^1 & 0 & \bar{k}_{35}^1 & \bar{k}_{36}^1 \\ \bar{k}_{41}^1 & 0 & 0 & \bar{k}_{44}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{52}^1 & \bar{k}_{53}^1 & 0 & \bar{k}_{55}^1 & \bar{k}_{56}^1 \\ 0 & \bar{k}_{62}^1 & \bar{k}_{63}^1 & 0 & \bar{k}_{65}^1 & \bar{k}_{66}^1 \end{bmatrix} \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array}$$

ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΚΥΡΟΦΕΙΣ

$$[K^2] = \begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^2 & 0 & 0 & \bar{k}_{14}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{22}^2 & \bar{k}_{23}^2 & 0 & \bar{k}_{25}^2 & \bar{k}_{26}^2 \\ 0 & \bar{k}_{32}^2 & \bar{k}_{33}^2 & 0 & \bar{k}_{35}^2 & \bar{k}_{36}^2 \\ \bar{k}_{41}^2 & 0 & 0 & \bar{k}_{44}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{k}_{52}^2 & \bar{k}_{53}^2 & 0 & \bar{k}_{55}^2 & \bar{k}_{56}^2 \\ 0 & \bar{k}_{62}^2 & \bar{k}_{63}^2 & 0 & \bar{k}_{65}^2 & \bar{k}_{66}^2 \end{bmatrix} \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array}$$

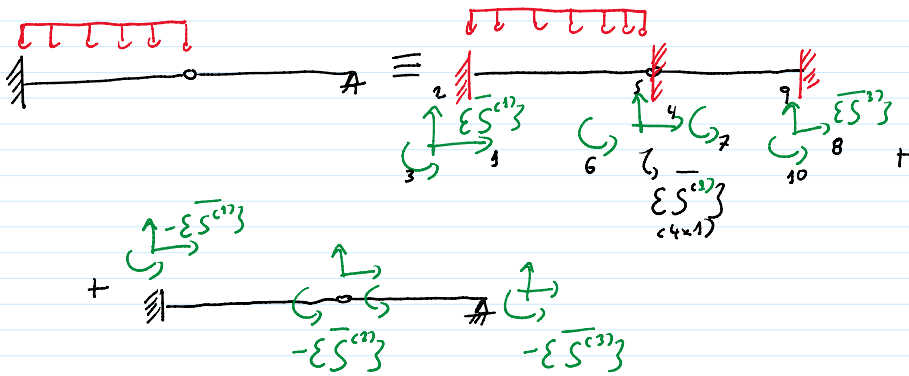
$$[B] = \begin{bmatrix} \bar{u}_{41}^2 & 0 & 0 & \\ 0 & \bar{u}_{52}^2 & 0 & \bar{u}_{53}^2 \\ 0 & \bar{u}_{62}^2 & 0 & \bar{u}_{63}^2 \end{bmatrix} \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array}$$

Γιατί ο 6 ανήκει μόνο στο μέλος 1 και άρα ο κόμβος πέρας του μέλους 2 (8,9,10) δεν θα καταλάβει τίποτα.

$$\bar{P}_3 = \bar{C}_K \bar{E}_D$$

Τώρα πρέπει να προσδιορίσω το διάνυσμα $\bar{P}_3$

Βρίνω ενδιαφέρουσα φόρμαση $\rightarrow$ δράσεις ταγίων



$$\bar{S}^{(1)} = \{ \bar{S}_1 \bar{S}_2 \bar{S}_3 \}$$

$$\bar{S}^{(2)} = \{ \bar{S}_4 \bar{S}_5 \bar{S}_6 \bar{S}_7 \}^T$$

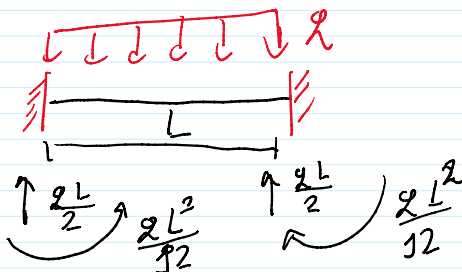
$$\bar{S}^{(3)} = \{ \bar{S}_8 \bar{S}_9 \bar{S}_{10} \}$$

Παρατήρηση: Ο κόμβος 3 συνίσταται στο μέλος 2. Το μέλος 2 δεν έχει ενδιαφέρουσα φόρμαση και άρα οι δράσεις ταγίων στον κόμβο 3 θα είναι $= \emptyset$

Μου μένουν τα $\bar{S}^{(1)}$, $\bar{S}^{(2)}$

Ξεκινάω με το μέλος 1

$$\begin{Bmatrix} \bar{S}^{(1)} \\ \bar{S}^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{A}_r^{(1)} \\ \bar{A}_r^{(2)} \end{Bmatrix}$$



Πραγματική φόρμα

$$\bar{A}_r = \begin{Bmatrix} 0 & \frac{2L}{2} & \frac{2L^2}{12} & 0 & \frac{2L}{2} & -\frac{2L^2}{12} \end{Bmatrix}^T$$

Εξίσωση Μενταλίου στατικής

Άρα

$$\bar{S}^{(1)} = \bar{A}_r^{(1)} = \begin{Bmatrix} 0 & 2L/2 & 2L^2/12 \end{Bmatrix}^T$$

$$\{\bar{S}^{(1)}\} = \{\bar{A}_r^{(1)}\} = \left\{ 0 \quad 2L/2 \quad \frac{2L^2}{12} \right\}^T$$

$$\{\bar{S}^{(2)}\} = \left\{ \begin{array}{c} \bar{S}_4 \quad \bar{S}_5 \quad \bar{S}_6 \quad \bar{S}_7 \end{array} \right\}^T = \left\{ 0 \quad \frac{2L}{2} \quad -\frac{2L^2}{12} \quad \bar{S}_7 \right\}^T$$

$$\{\bar{A}_r^{(1)}\}$$

$\rightarrow = 0$ γιατί το μέλος 2 δεν έχει επιδιόρθωση φόρτιση, ο 7 ανήκει μόνο στο μέλος 2 και άρα η ροπή παρίωση $\bar{S}_7 = 0$.

Επομένως τώρα μπορώ να περάσω στον ισοδύναμο φορέα και να ορίσω το διάνυσμα δράσεων του ισοδύναμου φορέα

$$\{\bar{P}_0\} = \{\bar{P}\} - \{\bar{S}\}$$

$\uparrow$ προπεσούς - επιυθέρεις

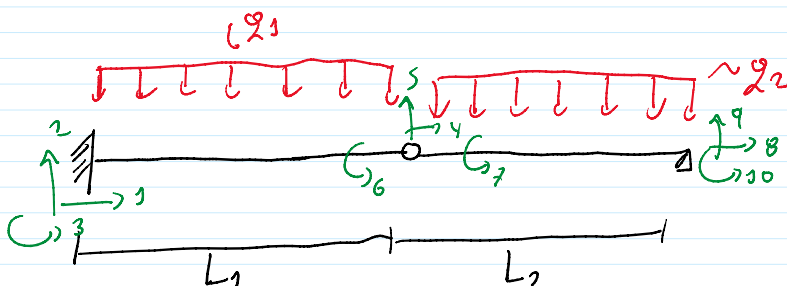
$\uparrow$ δράσεις παρίωσης

$$\{\bar{P}_0\} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_1 - \bar{S}_1 (C=0) \\ \bar{R}_2 - \bar{S}_2 (C=-2L/2) \\ \bar{R}_3 - \bar{S}_3 (C=-2L^2/12) \\ \hline 0 - \bar{S}_4 (C=0) \\ 0 - \bar{S}_5 (C=2L/2) \\ 0 - \bar{S}_6 (C=2L^2/12) \\ 0 - \bar{S}_7 (C=0) \\ \hline \bar{R}_8 = 0 \\ \bar{R}_9 = 0 \\ 0 = 0 \end{array} \right.$$

#1

#2

Τι θα αλλάξει στο διάνυσμα δράσεων παρίωσης αν



Μέθοδος 1:

$$\{\bar{A}_r\}^1 = \left\{ \underset{\text{1}}{0} \quad \underset{\text{2}}{\frac{q_1 L_1}{2}} \quad \underset{\text{3}}{\frac{q_1 L_1^2}{12}} \quad \bigg| \quad \underset{\text{4}}{0} \quad \underset{\text{5}}{\frac{q_1 L_1}{2}} \quad \underset{\text{6}}{-\frac{q_1 L_1^2}{12}} \right\}^T$$

#1 #2

Μέθοδος 2 αντιστοίχιση

$$\{\bar{A}_r\}^2 = \left\{ \underset{\text{4}}{0} \quad \underset{\text{5}}{\frac{q_2 L_2}{2}} \quad \underset{\text{7}}{\frac{q_2 L_2^2}{12}} \quad \bigg| \quad \underset{\text{8}}{0} \quad \underset{\text{9}}{\frac{q_2 L_2}{2}} \quad \underset{\text{10}}{-\frac{q_2 L_2^2}{12}} \right\}^T$$

Από αντιστοίχιση

$$\{\bar{S}^{c12}\} = \{\bar{A}_r^{1j}\}$$

$$\{\bar{S}^{c12}\} = \left\{ \underset{\text{4}}{0} \quad \boxed{\frac{q_1 L_1}{2} + \frac{q_2 L_2}{2}} \quad \underset{\text{5}}{-\frac{q_1 L_1^2}{12}} \quad \underset{\text{6}}{\frac{q_2 L_2^2}{12}} \right\}^T$$

$$\{\bar{S}^{c37}\} = \left\{ \underset{\text{4}}{0} \quad \frac{q_2 L_2}{2} \quad \underset{\text{7}}{-\frac{q_2 L_2^2}{12}} \right\}^T$$