



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ: Μητρική Στατική - Πεπερασμένα Στοιχεία Για Ραβδωτούς Φορείς
ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Καθ. Ε. Σαπουντζάκης, Αναπλ.. Καθ. Σ. Τριανταφύλλου

Ακαδ. έτος 2024-25
6ο εξάμηνο

Διανομή: 19/03/25

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ			
ΑΤΟΜΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ	$i =$	$j =$	$k =$

Θέμα Ι

Εισαγωγή

Η γέφυρα [Chaotianmen](#) είναι μία σιδηροδρομική γέφυρα πάνω από [τον ποταμό Yangtze της πόλης Chongqing](#) στην Κίνα και εγκαινιάστηκε το 2009. Το συνολικό της μήκος είναι 1741m εκ των οποίων 932m αποτελούν το κύριο τμήμα της το οποίο συνδέεται με δύο προσβάσεις μήκους 314m προς βορρά και 495m προς νότο. Το κύριο τμήμα της γέφυρας αποτελείται από τρία ανοίγματα. Το μεσαίο έχει συνολικό μήκος 552m και αποτελείται από έναν τοξωτό δικτυωτό φορέα.

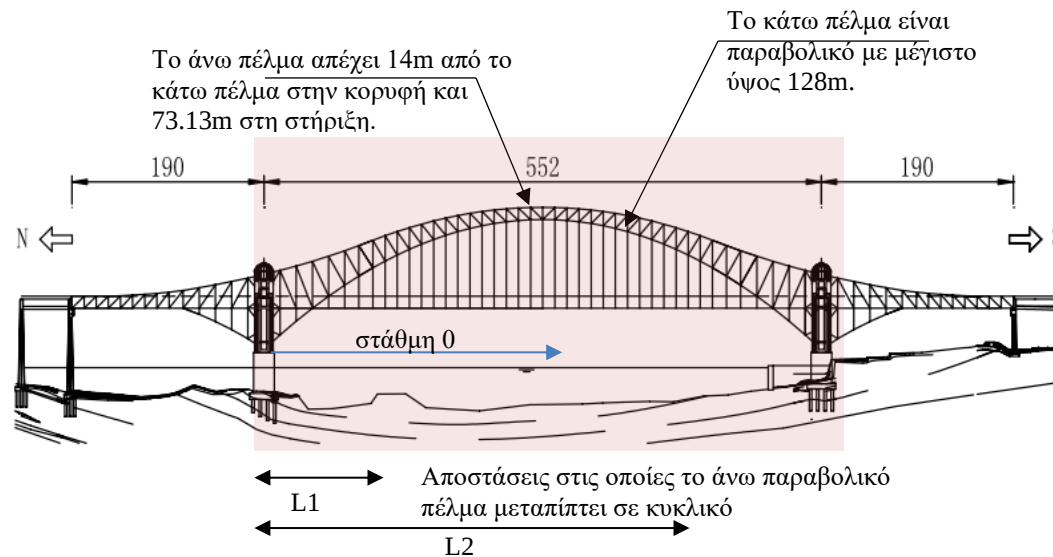
Η αποστολή

Είστε μέλος μια μελετητικής ομάδας που έχει αναλάβει την ανάλυση του μεσαίου τμήματος με στόχο τη έλεγχο επάρκειας των κυρίων μελών του δικτυώματος. Εκκινώντας την τμηματική ανάλυση του φορέα υπό διάφορα δυσμενή σενάρια, αναλύετε ένα από τα κύρια δικτυώματα του μεσαίου τμήματος χρησιμοποιώντας το διδιάστατο προσομοίωμα του Σχ. 1.

Η γεωμετρία

Το συνολικό άνοιγμα του φορέα είναι 552m. Το κύριο δικτύωμα αποτελείται από δύο πέλματα (άνω και κάτω). Το κάτω πέλμα είναι παραβολικό με μέγιστο ύψος (από τη στάθμη 0 του Σχ. 1) 128m. Το άνω πέλμα είναι παραβολικό και μεταπίπτει σε κυκλικό ακτίνας 700m πλησιάζοντας στα βάθρα έδρασης. Στο μέσο του ανοίγματος η απόσταση μεταξύ των δύο πελμάτων είναι 14m. Στους πυλώνες έδρασης η απόσταση είναι 73.13m. Για λόγους απλοποίησης μπορείτε να θεωρήσετε πως η συναρμογή του κυκλικού και του παραβολικού τμήματος γίνεται στις αποστάσεις $L1=110.4m$ και $L2=441.6m$. Τα ανοίγματα στα οποία συναρμολογούν οι εγκάρσιοι σύνδεσμοι έχουν μεταβλητό μήκος. Για τις ανάγκες της άσκησης μπορείτε να θεωρήσετε πως οι σύνδεσμοι χωρίζουν τα τόξα σε 40 τμήματα ίσου μήκους.





Σχ. 1 Το στατικό σύστημα του κυρίου τμήματος της γέφυρας. Σκιαγραφείται το τμήμα που καλείστε να αναλύσετε.

Οι παραδοχές

Για τις ανάγκες της ανάλυσης κάνετε τις παρακάτω παραδοχές.

1. Η γέφυρα είναι ένας συνεχής φορέας τριών ανοιγμάτων. Για τις ανάγκες του θέματος, τα ακραία τμήματα δεν εξετάζονται και το μεσαίο τμήμα θα θεωρηθεί πως δεσμεύεται αρθρωτά στο έδαφος (δες και παραδοχή 5).
2. Στο κάτω πέλμα του δικτυώματος ασκείται ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο $q=60\text{kN/m}$ στο οποίο συμπεριλαμβάνονται το βάρος του καταστρώματος, το βάρος της υπερδομής (κιγκλιδώματα, παραπέτο, διέλευση πεζών, συρμός).
3. Τα μέλη του δικτυώματος υπόκεινται σε ομοιόμορφη θερμοκρασιακή μεταβολή $\Delta T = T - T_0$.
4. Τα ίδια βάρη των μελών **δεν** αμελούνται.

5. Το δικτύωμα στηρίζεται στο άνω πέλμα του με ελατήριο κατά την οριζόντια διεύθυνση σταθεράς k_e .
6. Η έδραση του δικτυώματος στη βάση του είναι λοξή με κύρια διεύθυνση κατά την εφαπτόμενη στο τόξο στη θέση αυτή. Στην εγκάρσια σε αυτή διεύθυνση τοποθετείται ελατήρια σταθεράς επίσης k_e .

Δίδονται: $E = 2.1 \times 10^8 \text{ kN} / \text{m}^2$, μέλη άνω και κάτω πέλματος $A_t = 131500 + 0.5(k-1) \text{ mm}^2$, εγκάρσιοι σύνδεσμοι $A_s = 100000 \text{ mm}^2$ $T = 30 + 0.5(i-1)^\circ \text{C}$, $T_0 = 15 + 0.5(j-1)^\circ \text{C}$, $k_e = 5000 \text{ kN} / \text{m}$

A) Επίλυση

Να επιλυθεί το δικτύωμα με τη μέθοδο της άμεσης στιβαρότητας, ακολουθώντας τα εξής βήματα υπολογισμού:

- α. Υπολογισμός των μητρώων μετασχηματισμού των στοιχείων.
- β. Υπολογισμός των μητρώων στιβαρότητας των στοιχείων στο τοπικό σύστημα αξόνων.
- γ. Υπολογισμός των μητρώων στιβαρότητας των στοιχείων στο καθολικό σύστημα αξόνων.
- δ. Μόρφωση του ολικού μητρώου στιβαρότητας του φορέα και τροποποίηση του για τις ελατηριωτές δεσμεύσεις λαμβάνοντας υπόψη την κλίση τους.
- ε. Αναδιάταξη του μητρώου στιβαρότητας του φορέα.
- στ. Υπολογισμός των μετατοπίσεων των κόμβων.
- ζ. Υπολογισμός των εντατικών μεγεθών των ράβδων του φορέα.
- η. Υπολογισμός των αντιδράσεων του φορέα.

B) Ερωτήματα

[1]. Για τις δεδομένες παραμέτρους σχεδιασμού, να ελεγχθούν το πλέον θλιβόμενο και το πλέον εφελκυσμένο μέλος ως προς τη στατική τους επάρκεια.

[2]. Πώς μεταβάλλεται η αξονική ένταση των μελών του κάτω πέλματος του δικτυώματος στα ακόλουθα διακριτά σενάρια

- i. (Απλό) Η κλίση της έδρασης στο δεξί βάθρο μεταβάλλεται στο διάστημα $[0, \varphi]$ όπου φ η γωνία που έχετε υπολογίσει.
- ii. (Απαιτητικό) Το ύψος κάτω πέλματος μεταβάλλεται στο διάστημα $[88, 128]$.

[3]. Πώς μεταβάλλεται το μέγιστο βέλος του δικτυώματος για μεταβολή της τιμής της ελαστικής σταθεράς έδρασης στο διάστημα $[100, 100000]$ kN/m. Να θεωρήσετε κατάλληλο πλήθος διακριτών περιπτώσεων ώστε να στηρίζετε το επιχείρημά σας.

Υποβολή και Παραδοτέα

Η υποβολή θα πραγματοποιηθεί μέσω του helios. Παρακαλείστε όπως ανεβάσετε ένα συμπιεσμένο αρχείο (.zip, .rar, .tar, .gz) το οποίο θα περιλαμβάνει

- Τον κώδικα που ενδεχόμενα διατυπώσατε για την επίλυση του θέματος σε περιβάλλον Matlab/ Octave/ Python ή αντίστοιχο.
- Τις χειρόγραφες σημειώσεις σας σε περίπτωση που κάνατε την επίλυση στο χέρι.
- Μία 2-σέλιδη (το πολύ) έκθεση με τα διαγράμματα που αφορούν στα Ερωτήματα 1-2.

Τα διαγράμματα οφείλουν να είναι ευανάγνωστα και όμορφα, δηλαδή επαγγελματικά. Επομένως

1. Οι άξονες θα είναι χρώματος μαύρου και πάχους γραμμής το πολύ 1pt.
2. Οι τιμές των αξόνων θα είναι μεγέθους 14pt, χρώματος μαύρου και με tick-marks
3. Οι τίτλοι των αξόνων θα είναι μεγέθους 14pt, χρώματος μαύρου. Στους τίτλους θα αναφέρονται μονάδες.
4. Τα διαγράμματα θα είναι πάχους 2pt το πολύ. Σε περίπτωση που στο ίδιο διάγραμμα υπάρχουν περισσότερες της μίας γραμμές, αυτές θα είναι διαφορετικού τύπου.

