

ΣΑΤΜ
Πρόοδος Μαθηματικής Ανάλυσης
29/11/2024

Άσκηση 1. Έστω $f(x) = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $x \in \mathbb{R}$.

(α) **(2 μον)** Βρείτε το πολυώνυμο Taylor τάξης $n = 3$ της f με κέντρο το $a = 0$.

(β) **(1 μον)** Αν $0 < x < 1$ δείξτε ότι $0 < \sinh x < 2$.

(γ) **(2 μον)** Αν $0 < x < 1$ δείξτε ότι $x + \frac{x^3}{6} < \sinh x < x + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{12}$.

Άσκηση 2. (α) **(1 μον)** Βρείτε το $\tan \left(\arcsin \frac{3}{5} \right)$.

(β) **(1 μον)** Βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης $f(x) = \arccos x + \arcsin x$, για κάθε $x \in (-1, 1)$. Τι συμέρασμα βγάξετε για την συνάρτηση f ;

Άσκηση 3. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα

(α) **(1 μον)** $\int \frac{x}{x^2 + 6x + 25} dx$.

(β) **(2 μον)** $\int_1^2 \frac{5x^2 + 20x + 6}{x^3 + 2x^2 + x} dx$.

(γ) **(2 μον)** $\int_0^1 \sqrt{3 - 2x - x^2} dx$.

(Υπόδειξη: $3 - 2x - x^2 = 4 - (x + 1)^2$)