

Φυλλίδιο Ασκήσεων # 3

1) Εξετάστε αν συγκλίνουν οι παρακάτω σειρές με υπολογιστείτε τα άθροισμα τους:

(α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n-1}}{7^{3n-2}}$. (β) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x-1)^{2n+1}}{(3x+5)^{2n-4}}$, $x \in \mathbb{R}$. (γ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-4n-3}$

(δ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$. (ε) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n-1)!}$. (στ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^{n-1}(n!)}$

2) Εξετάστε αν συγκλίνουν οι παρακάτω σειρές σε πραγματικό αριθμό, ή, σε $\pm \infty$.

(α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3-n^2+n+1}{5n^4-n-2}$. (β) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7n^5+n^4-n^2+13}{n^7+n^6+2n-2}$. (γ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n^2} + 1}{\sqrt[3]{n} + \sqrt{n^3} + 4}$

(δ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n} + 1}{\sqrt{n^3} + n + 1}$. (ε) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(1/n^2)}{\sqrt{2n+1}}$. (ζ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n!)}{n^3}$

(η) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(1/n^3)$. (θ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n^2) + 5^n}{6^n}$. (ι) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(3n+2)}{n^{3/2}}$

(κ) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3+n^2+n}{3^{n+1}}$. (λ) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{4^{n^2}}$. (μ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[n!]^4}{[(2n-1)!][3n+1)!]}$

(ν) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{(n+1)^n}$. (ο) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2^n}{(n!) + 4}$. (ξ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{[n!]^3}{2[n!]^3 + 1}$. (π) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^3}$

(ρ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)^n}{(n^2+1)^{2n}}$. (σ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!) e^{n^2}}{[(2n)!] 3^{n^2-1}}$. (τ) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n} - 1)^{n^2}$

(υ) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+7}$. (φ) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n^2+4}}$. (χ) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n\pi + \frac{\pi}{2}) \frac{1}{n}$

(ψ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(n^2+1)2^n}$, $x \in \mathbb{R}$. (ω) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{3^n}$, $x \in \mathbb{R}$.