Φυλλάδιο Ασκήσεων 2

Κάνοντας χρήση μόνο των βασικών ορίων, του $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$, και του θεωρ. Sandwitch, υπολογίστε τα παρακάτω όρια:

1) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{3n}\right)^n$.

2) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

6) $\lim_{n\to\infty}\left(2+\frac{1}{n}\right)^n$

3) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n$.

4) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2n^2}\right)^n$.

5) $\lim_{n\to\infty}\left(n+\frac{1}{n}\right)^{1/n}$

7) $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[n]{2}+\frac{1}{n}\right)^{1/n}$.

8) $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n!}\right)^n$. Υπόδ: Διώνυμο Newton

9) Αν $\lim_{n\to\infty} x_n = +\infty$, τότε $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{x_n}\right)^{x_n} = e$.

Υπόδ: $[x_n] \le x_n < [x_n]+1, \quad \forall n\in\mathbb{N}$.

($[\lambda]$ = ακέραιο μέρος του λ, $\forall \lambda\in\mathbb{R}$)

10) $\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{n^n}$