

# Φυλλώδιο Ασκήσεων 1

1) Εξετάστε ως προς τη σύγκλιση τις παρακάτω αναδρομικά ορισμένες ακολουθίες:

(i)  $x_1 = 1$ ,  $x_{n+1} = \frac{3x_n + 2}{x_n + 1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ .      (ii)  $x_1 = 1$ ,  $x_{n+1} = \sqrt{2x_n}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

(iii)  $0 < x_1 < 2$ ,  $x_{n+1} = \frac{6 + 6x_n}{7 + x_n}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

2) Υπολογίστε τα όρια:

(i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2^n + 5^n}$       (ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3^n + n^2 + 5n}$       (iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{7n^2 - 5n + 3}$

(iv)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3^n + 1}{n^4 + 3^{n+1} + 7}$       (v)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 5^n}{8^n - 7^n}$

(vi)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$       (vii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(3n+1)}{n}$

(viii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n! + \frac{1}{2^n})}{\sqrt{n}}$       (ix)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(n) + \cos(n)}{n + \sqrt{n}}$

(x)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{6^n + \frac{1}{n!}}$       (xi)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{3 - \sin^2(n)}$

(xii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$       (xiii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n}$