

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή ΗΜΜΥ, Σχολή ΕΜΦΕ
Μαθηματική Λογική, ακαδ. έτος 2023-24
Επιμέλεια ασκήσεων: Γ. Κολέτσος
1η σειρά γραπτών ασκήσεων
(προτασιακός λογισμός)

Άσκηση 1.

Ας θεωρήσουμε ότι συμβολίζουμε τις εξής προτάσεις της φυσικής γλώσσας με προτασιακές μεταβλητές:

Α σημαίνει “Η Λένα είναι ευτυχισμένη”.

Β σημαίνει “Η Λένα ζωγραφίζει έναν πίνακα”.

Γ σημαίνει “Ο Κώστας είναι ευτυχισμένος”.

Δώστε την τυπική μορφή των παρακάτω προτάσεων:

1. Εάν η Λένα είναι ευτυχισμένη και ζωγραφίζει ένα πίνακα ο Κώστας δεν είναι ευτυχισμένος.
2. Εάν η Λένα είναι ευτυχισμένη τότε αυτή ζωγραφίζει ένα πίνακα.
3. Η Λένα είναι ευτυχισμένη μόνο εάν ζωγραφίζει έναν πίνακα.
4. Ικανή συνθήκη για είναι η Λένα ευτυχισμένη είναι να ζωγραφίζει έναν πίνακα.

Άσκηση 2.

Αποδείξτε ότι η παρακάτω έκφραση είναι προτασιακός τύπος με παρουσίαση του δέντρου κατασκευής του.

$$((A \vee B) \rightarrow ((\neg A) \rightarrow (B \wedge C)))$$

Άσκηση 3.

Το μήκος της έκφρασης $\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n$ (όπου σ_i σύμβολο του αλφαβήτου) είναι n . Αποδείξτε ότι δεν είναι δυνατόν να έχουμε προτασιακούς τύπους με μήκος 2, 3 ή 6 και ότι κάθε άλλο μήκος είναι σωστό.

Άσκηση 4.

Αν U, V και W είναι (μη κενές) εκφράσεις της γλώσσας, αποδείξτε ότι το πολύ μία από τις εκφράσεις UV και VW είναι προτασιακός τύπος. [UV είναι η παράθεση των συμβολοσειρών U και V .]

Υπόδειξη: Αποδείξτε ότι κάθε γνήσιο τελικό τμήμα προτασιακού τύπου έχει περισσότερες δεξιές από αριστερές παρενθέσεις.