ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΦΥΣΙΚΗ Ι
ΑΚΑΔ. ΕΤΟΣ 2023-24

1η ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΩΝ – ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

[Οι παραπομπές αναφέρονται στο φυλλάδιο «Ανάλυση και παρουσίαση πειραματικών αποτελεσμάτων (Σφάλματα)».]

ΑΣΚΗΣΗ 1 (3 μονάδες)

α) [§ Γ.4.1.1]

	1	2	3
0,0029724	3×10^{-3}	$3{,}0 \times 10^{-3}$	$2{,}97 \times 10^{-3}$
6826,359	7×10^{3}	$6{,}8 \times 10^{3}$	$6{,}83 \times 10^{3}$
$2{,}27487 \times 10^{5}$	2×10^{5}	$2{,}3 \times 10^{5}$	$2{,}27 \times 10^{5}$
468790	5×10^{5}	$4{,}7 \times 10^{5}$	$4{,}69 \times 10^{5}$
$8{,}13827 \times 10^{-8}$	8×10^{-8}	$8{,}1 \times 10^{-8}$	$8{,}14 \times 10^{-8}$

β) [§ Γ.4.1.3]

$7623{,}67 \pm 4{,}36 \;\rightarrow\; 7624 \pm 4$

$0{,}03321 \pm 0{,}00287 \;\rightarrow\; 0{,}033 \pm 0{,}003$

$5{,}5308 \times 10^{5} \pm 1210 \;\rightarrow\; (55{,}31 \pm 0{,}12) \times 10^{4}$

$3{,}451 \times 10^{-5} \pm 3{,}68 \times 10^{-6} \;\rightarrow\; (35 \pm 4) \times 10^{-6}$

[Οι δυνάμεις του 10 που εμφανίζονται παραπάνω δεν αποτελούν τις μοναδικές αποδεκτές απαντήσεις. Ωστόσο, δεν ισχύει το ίδιο για τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων.]

γ) [§ Γ.4.1.4]

$1{,}4693 + 10{,}18 + 1{,}062 = 12{,}7113 \rightarrow 12{,}71$

$7146 - 12{,}8 = 7133{,}2 \rightarrow 7133$

$223{,}44 \times 15 = 3351{,}6 \rightarrow 34 \times 10^{2}$

$5{,}3/748 = 0{,}0070856 \rightarrow 0{,}0071$

ΑΣΚΗΣΗ 2 (2 μονάδες)

[§ Γ.3.1, Γ.3.5]

$$\overline{T} = \frac{\sum_{i=1}^{10} T_i}{10} = \frac{50{,}15}{10} = 5{,}015\ \mathrm{s}$$

$$\delta T = \sigma_{\overline{T}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}\left(T_i - \overline{T}\right)^2}{10\,(10-1)}} = \sqrt{\frac{0{,}0725}{90}} = 0{,}028 \text{ s}$$

Άρα: $T = 5{,}02 \pm 0{,}03$ s.

[Δεν ξεχνάμε τις μονάδες!]

[Γενική παρατήρηση: Δεν χρειάζεται να γράφουμε αναλυτικά τις πράξεις. Μάλιστα, στο μέτρο του δυνατού, φροντίζουμε να γίνονται μία κι έξω, ώστε να μην συσσωρεύονται σφάλματα από στρογγυλοποιήσεις.]

ΑΣΚΗΣΗ 3 (2 μονάδες)

[§ Γ.3.6]

Έχουμε $f = 2x^2y = 2 \times (2{,}50)^2 \times 3{,}00 = 37{,}5$.

Σύμφωνα με τον τύπο διάδοσης των σφαλμάτων [Εξ. (Γ.17)]:

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\delta y\right)^2} = \sqrt{(4xy\delta x)^2 + (2x^2\delta y)^2} =$$

$$\sqrt{(4 \times 2{,}50 \times 3{,}00 \times 0{,}025)^2 + [2 \times (2{,}50)^2 \times 0{,}02]^2} \approx 0{,}79$$

[Δεδομένου ότι για τη μεταβλητή x δίνεται το σχετικό σφάλμα, βάσει του παραδείγματος της σελ. 18 του εισαγωγικού φυλλαδίου, μπορούμε να γράψουμε απευθείας:

$$\delta f = f\sqrt{\left(2\frac{\delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\delta y}{y}\right)^2} = 37{,}5\sqrt{(2 \times 0{,}01)^2 + \left(\frac{0{,}02}{3{,}00}\right)^2} \approx 0{,}79.]$$

Σε κάθε περίπτωση, $f = 37{,}5 \pm 0{,}8$.

ΑΣΚΗΣΗ 4 (4 μονάδες)

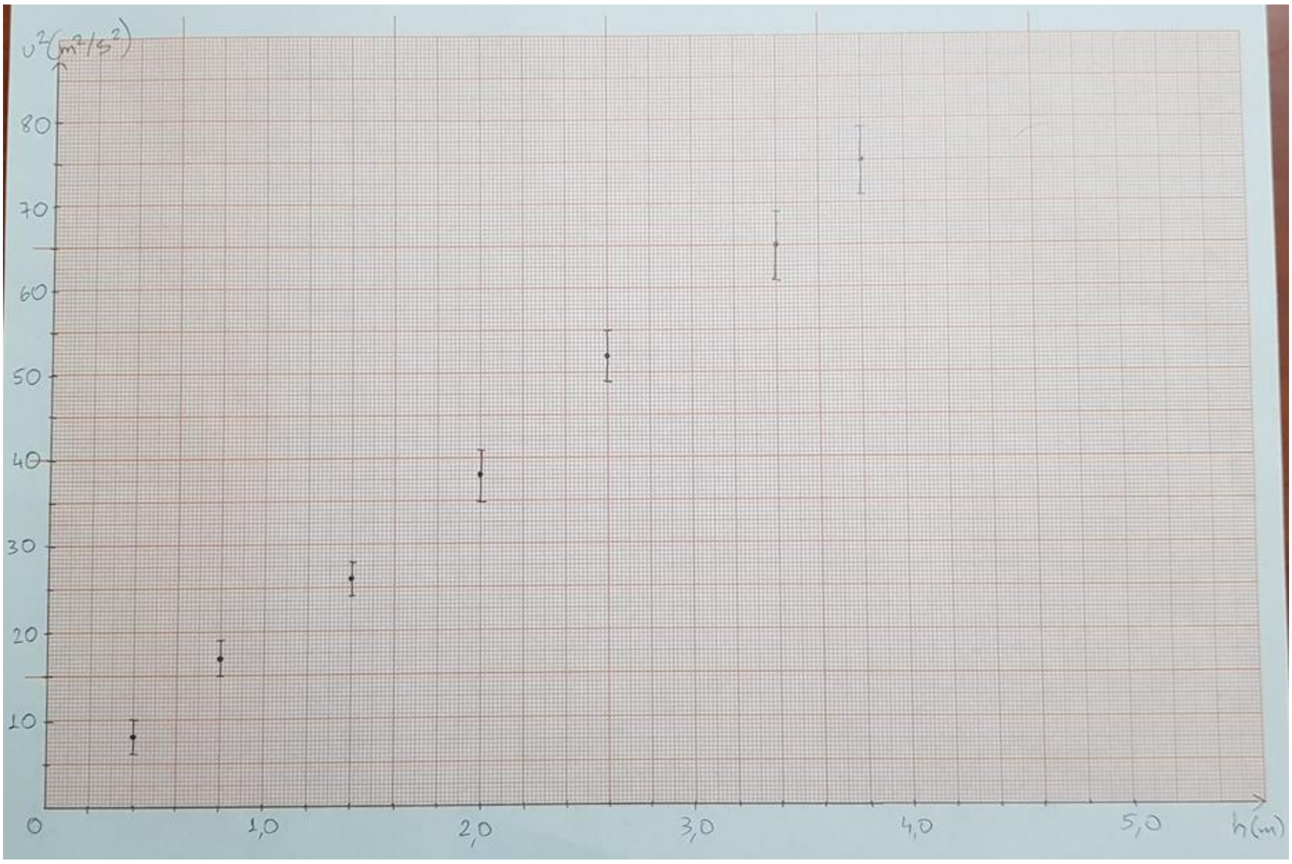
h (m)	0,4	0,8	1,4	2,0	2,6	3,4	3,8
υ^2 (m^2/s^2)	8 ± 2	17 ± 2	26 ± 2	38 ± 3	52 ± 3	65 ± 4	75 ± 4

α) [§ Γ.4.2]

Η σχέση $\upsilon^2 = 2gh$ είναι της μορφής $y = \beta x$, όπου $x = h$, $y = \upsilon^2$ και $\beta = 2g$.
Απεικονίζουμε τα παραπάνω πειραματικά σημεία στη γραφική παράσταση $\upsilon^2 = f(h)$, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.
Διαπιστώνουμε ότι τα πειραματικά σημεία είναι συμβατά με μια ευθεία της μορφής $y = \beta x$, όπως αναμένεται από την παραπάνω σχέση.

[Σχεδιάζουμε μία γραφική παράσταση. Εδώ δίνονται τρία σχήματα απλά για λόγους κατανόησης.
Ορισμένες παρατηρήσεις αναφορικά με τους κανόνες για την καλύτερη παρουσίαση πειραματικών αποτελεσμάτων σε γραφική μορφή:

- Γραφική παράσταση $y\,(x)$ σημαίνει ότι η x είναι η ανεξάρτητη (άξονας x) και η y η εξαρτημένη μεταβλητή (άξονας y), δηλαδή εδώ $h \rightarrow$ άξονας x και $\upsilon^2 \rightarrow$ άξονας y.
- Φροντίζουμε η γραφική παράσταση να καταλαμβάνει όσο μεγαλύτερο τμήμα του χαρτιού μιλιμετρέ γίνεται. Σε διαφορετική περίπτωση ενδέχεται να μειώσουμε αδικαιολόγητα την ακρίβεια των μετρήσεων.
- Δεν ξεχνάμε να σημειώσουμε στους άξονες τα μεγέθη που αντιπροσωπεύουν και τις μονάδες τους.
- Στην κλίμακα του κάθε άξονα εφαρμόζουμε πάντα τον κανόνα «1, 2, 5».
- Απεικονίζουμε πολύ προσεκτικά και με ακρίβεια τα πειραματικά σημεία, καθώς και τα σφάλματά τους. Δεν σημειώνουμε στους άξονες τις αριθμητικές τιμές τους και δεν σχεδιάζουμε διάφορες διακεκομμένες γραμμές.]



Σχήμα 1

β) [§ Γ.5, Γ.7]

Όταν ζητείται η εφαρμογή της γραφικής μεθόδου, τότε σχεδιάζουμε με το χέρι την καλύτερη δυνατή ευθεία που διέρχεται ανάμεσα από τα πειραματικά σημεία, λαμβάνοντας υπόψη και τα σφάλματα που υπάρχουν, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.
[Μπορεί η τελειότητα να είναι επιθυμητή, όμως δεν ξεχνάμε ότι ταυτόχρονα είναι ανέφικτη.]

Για τον υπολογισμό της κλίσης, β, της ευθείας, πρέπει να επιλεγούν δύο **τυχαία** σημεία της που να απέχουν όσο το δυνατόν περισσότερο.

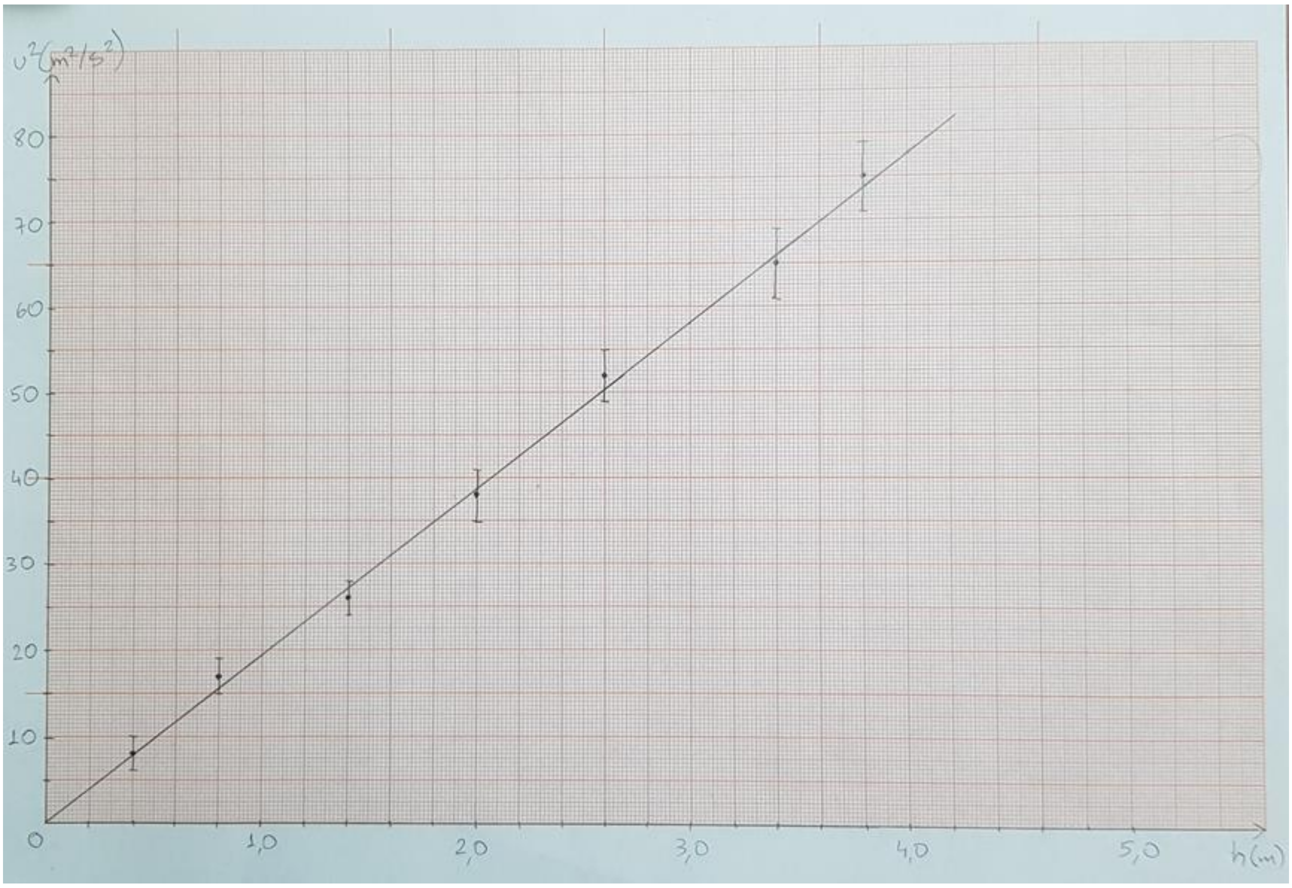
[**Προσοχή** στις παρατηρήσεις της σελ. 26:

- Αποφεύγεται η επιλογή πειραματικών σημείων, καθώς τότε το πιθανότερο είναι να οδηγηθούμε σε λανθασμένο αποτέλεσμα, δεδομένου ότι αυτά είτε απέχουν εμφανώς από την ευθεία που σχεδιάστηκε είτε μετά βίας βρίσκονται πάνω σε αυτή.
- Είναι λάθος να πούμε ότι $\beta = \tan\theta$.]

Δεδομένου ότι η ευθεία σχεδιάστηκε έτσι ώστε να διέρχεται από την αρχή των αξόνων (0, 0), αυτή μπορεί να είναι το ένα από τα δύο σημεία. Επιλέγεται και το σημείο Α (4,0, 77,5). Έτσι, έχουμε:

$$\beta = \frac{y_{\mathrm{A}} - 0}{x_{\mathrm{A}} - 0} = \frac{77{,}5}{4{,}0} = 19{,}4 \text{ m/s}^2$$

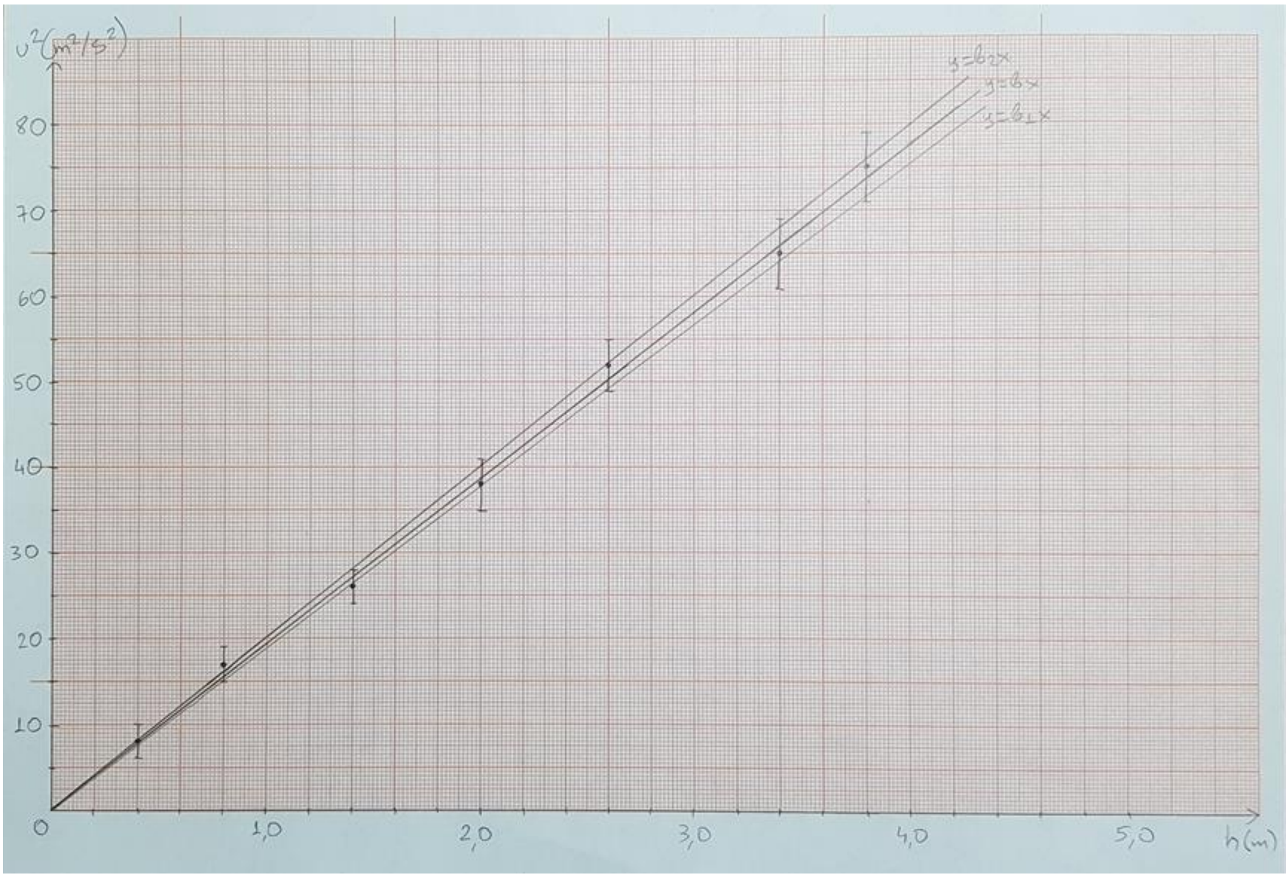
[**Προσοχή!** Δεν ξεχνάμε ότι η κλίση της ευθείας έχει μονάδες!]



Σχήμα 2

Στον σχεδιασμό της παραπάνω ευθείας $y = \beta x$ ασφαλώς υπεισέρχεται μια υποκειμενική κρίση. Κάλλιστα θα μπορούσε να σχεδιαστεί μια άλλη ευθεία με κλίση λίγο μεγαλύτερη ή λίγο μικρότερη από β, όμως όχι αυθαίρετα, αλλά σε συμφωνία με τα δεδομένα πειραματικά σημεία και τα σφάλματα που απεικονίζονται.
Έτσι, για τον υπολογισμό του σφάλματος της κλίσης, $\delta\beta$, σχεδιάζονται στην ίδια γραφική παράσταση αυτές οι δύο οριακές περιπτώσεις, δηλαδή οι ευθείες $y = \beta_1 x$ και $y = \beta_2 x$, όπου β_1 και β_2 η μικρότερη και μεγαλύτερη κλίση, αντίστοιχα, που μπορεί να έχει η «καλύτερη» ευθεία (Σχήμα 3).

[Η διαφορά με τη γενικότερη περίπτωση που αναφέρεται στη σελ. 30 του φυλλαδίου είναι ότι, όταν έχουμε ευθεία της μορφής $y = \beta x$, και οι τρείς ευθείες διέρχονται από την αρχή των αξόνων, καθώς δεν υπάρχει αβεβαιότητα ως προς αυτό το σημείο. Σε αντίθετη περίπτωση, θα προκύψει πολύ μεγαλύτερο σφάλμα, που μάλιστα ενδέχεται να μην είναι αποδεκτό.]



Σχήμα 3

Οι β_1 και β_2 υπολογίζονται με τον ίδιο τρόπο όπως και η β. Επιλέγονται τα σημεία A_1 (4,0, 75,5) και A_2 (4,0, 80,0), οπότε

$$\beta_1 = \frac{75{,}5}{4{,}0} = 18{,}9 \text{ m/s}^2$$

και

$$\beta_2 = \frac{80{,}0}{4{,}0} = 20{,}0 \text{ m/s}^2$$

Επομένως,

$$\delta\beta = \frac{1}{2}(\beta_2 - \beta_1) = 0{,}55 \text{ m/s}^2$$

Τελικά, η κλίση της ευθείας είναι:

$$\beta = 19{,}4 \pm 0{,}6 \text{ m/s}^2.$$

[Ζητήθηκε χαρτί μιλιμετρέ για τη γραφική παράσταση και εφαρμογή της γραφικής μεθόδου, συνεπώς γραφική παράσταση από κάποιο υπολογιστικό πρόγραμμα ή/και εφαρμογή της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων δεν γίνονται αποδεκτές.
Επίσης, δεν νοείται ο συνδυασμός των δύο μεθόδων, δηλαδή υπολογισμός της κλίσης με τη γραφική μέθοδο και υπολογισμός του σφάλματός της με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, ή αντίστροφα.]

γ) Ισχύει ότι

$$\beta = 2\,g \Rightarrow g = \frac{\beta}{2} \Rightarrow g = \frac{19{,}4}{2} = 9{,}7\ \mathrm{m/s^2}$$

και

$$\delta g = \left|\frac{\partial g}{\partial \beta}\delta\beta\right| = \left|\frac{\delta\beta}{2}\right| = 0{,}3\ \mathrm{m/s^2}$$

Επομένως,

$$g = 9{,}7 \pm 0{,}3\ \mathrm{m/s^2}.$$

δ) [§ Γ.8]

Υπολογίστηκε πειραματικά ότι η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας βρίσκεται μεταξύ 9,4 και 10,0 $\mathrm{m/s^2}$. Δεδομένου ότι η αποδεκτή τιμή (9,80 $\mathrm{m/s^2}$) βρίσκεται εντός του διαστήματος που υπολογίστηκε, πρόκειται για ένα επιτυχημένο πείραμα.

[Επιπρόσθετα, το σχετικό σφάλμα είναι περίπου 3 %, γεγονός που υποδεικνύει ένα αξιόπιστο πείραμα, απολύτως αποδεκτό στο πλαίσιο ενός εκπαιδευτικού εργαστηρίου.]