



**ΕΜΠ**

*Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)*

# **Ασκήσεις στην Ασύγχρονη μηχανή**

*Σταύρος Αθ. Παπαθανασίου*

*Καθ. ΕΜΠ*



## Άσκηση 1

Τριφασικός κινητήρας επαγωγής 10 HP, 380 V, 50 Hz, συνδέσεως αστέρα έχει τις παρακάτω παραμέτρους:

$$r_1 = r_2 = 0,4 \Omega, \quad X_1 = X_2 = 0,6 \Omega, \quad X_m = 20 \Omega$$

Όταν ο κινητήρας τροφοδοτείται με την ονομαστική του τάση να βρεθούν:

- α) Η ολίσθηση στην οποία ο κινητήρας αποδίδει την ονομαστική του ισχύ. (Οι απώλειες περιστροφής αμελούνται.)
- β) Ο βαθμός αποδόσεως του κινητήρα.



## Λύση

α)

$$V_{th} = 220 \left| \frac{j20}{0,4 + j20,6} \right| = 213,55 \text{ V}$$

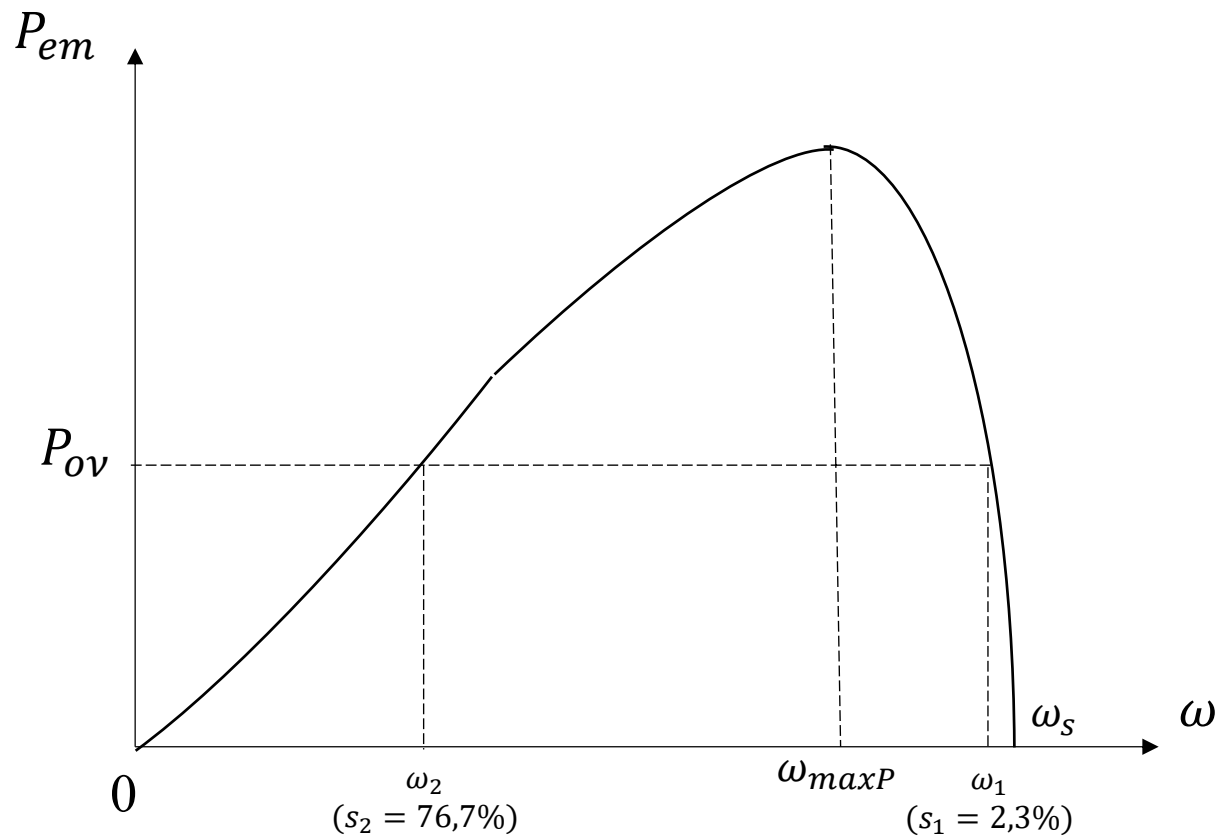
$$R_{th} + jX_{th} = \frac{j20(0,4 + j0,6)}{0,4 + j20,6} = 0,377 + j0,59 \ \Omega$$

$$P_{\varepsilon\sigma} = \frac{3 \cdot 213,55^2 \frac{r_2}{s} (1 - s)}{\left(0,377 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (0,6 + 0,59)^2} = 7460 \text{ W}$$

Θέτοντας  $z = \frac{r_2}{s}$ , προκύπτει μετά από πράξεις:

$$(0,377 + z)^2 + 1,19^2 = 18,339 \cdot (z - 0,4) \Rightarrow$$
$$z^2 - 17,585z + 8,894 = 0$$

Οι λύσεις του τριωνύμου αντιστοιχούν σε  $s = 0,023$  ή  $s = 0,767$ .

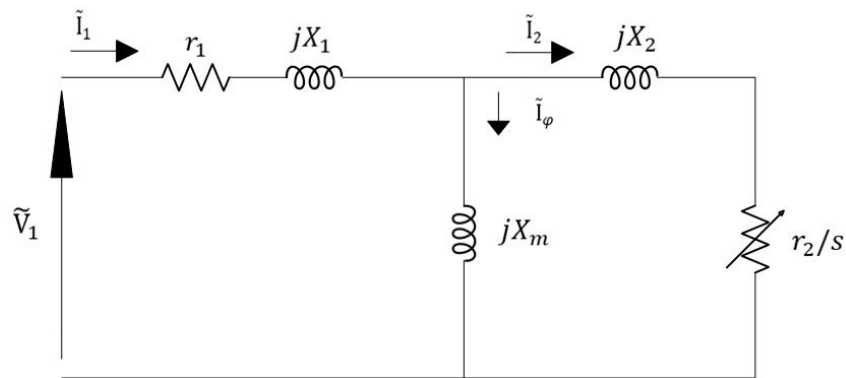


Από αυτές η πρώτη είναι η ολίσθηση κανονικής λειτουργίας και η δεύτερη αντιστοιχεί στην περιοχή επιταχύνσεως. Άρα ο κινητήρας αποδίδει την ονομαστική του ισχύ σε ολίσθηση 2,3%.



β)

Από το προηγούμενο ερώτημα γνωρίζουμε την αντίσταση  $\frac{r_2}{s} = 17,064 \Omega$ , καθώς και την αποδιδόμενη ισχύ 7460 W. Για να βρούμε το βαθμό απόδοσης αρκεί να υπολογίσουμε την ισχύ εισόδου από το ισοδύναμο κύκλωμα.



$$Z_{o\lambda} = \left( \frac{r_2}{s} + jX_2 \right) // jX_m + r_1 + jX_1$$

$$Z_{o\lambda} = \frac{\left( \frac{r_2}{s} + jX_2 \right) jX_m}{\frac{r_2}{s} + j(X_2 + X_m)} + r_1 + jX_1 = \frac{(17,064 + j0,6)j20}{17,064 + j20,6} + 0,4 + j0,6 \Rightarrow$$



$$Z_{o\lambda} = 9,939 + j9,084 \Omega = 13,465 \angle 42,43^\circ \Omega$$

$$\tilde{I}_1 = \frac{220 \angle 0^\circ}{Z_{o\lambda}} = \frac{220 \angle 0^\circ}{13,465 \angle 42,43^\circ} = 16,339 \angle -42,43^\circ \text{ A}$$

$$P_1 = 3V_1 I_1 \cos\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 16,339 \cdot \cos 42,43^\circ = 7960 \text{ W}$$

και άρα ο βαθμός απόδοσης είναι

$$\eta = \text{B. A.} = \frac{7460}{7960} = 0,937$$



## Άσκηση 2

Εξαπολικός κινητήρας επαγωγής συνδέσεως τριγώνου με τυλιγμένο δρομέα έχει τα ακόλουθα στοιχεία ισοδυναμίου κυκλώματος (ανηγμένα στο στάτη ανά φάση)

$$r_1 = r_2 = 0,5 \Omega, \quad X_1 = X_2 = 2 \Omega, \quad X_m = 18 \Omega$$

Ο κινητήρας συνδέεται σε συμμετρικό τριφασικό δίκτυο 800 V, 50 Hz και χρησιμοποιείται για την κίνηση φορτίου 30 HP με 950 στροφές ανά λεπτό.

- α) Πόση αντίσταση πρέπει να προστεθεί στο τύλιγμα του δρομέα;
- β) Ποιο το ρεύμα γραμμής και ο συντελεστής ισχύος του κινητήρα στην παραπάνω κατάσταση λειτουργίας;

Οι απώλειες περιστροφής θεωρούνται σταθερές και ίσες με 800 W.



## Λύση

α)

$$P_{\varepsilon\sigma} = 30 \cdot 746 + 800 = 23180 \text{ W}$$

$$n_1 = 120 \cdot \frac{50}{6} = 1000 \text{ ΣΑΛ}$$

$$s = \frac{1000 - 950}{1000} = 0,05$$

$$V_1 = 800 \text{ V}$$

$$V_{th} = V_1 \left| \frac{j18}{0,5 + j20} \right| = 719,77 \text{ V}$$

$$R_{th} + jX_{th} = \frac{j18(0,5 + j2)}{0,5 + j20} = 0,405 + j1,81 \Omega$$





$$P_{\varepsilon\sigma} = T_{\varepsilon\sigma} \cdot \omega_m = \frac{\omega_m}{\omega_s} \frac{3 V_{th}^2 \frac{r_2'}{s}}{\left(R_{th} + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2)^2} = \frac{3 \cdot 719,77^2 \frac{r_2'}{s} (1-s)}{\left(0,405 + \frac{r_2'}{s}\right)^2 + (1,81 + 2)^2} = 23180 \text{ W}$$

Θέτοντας  $z = \frac{r_2'}{s}$ , όπου  $r_2'$  η συνολική αντίσταση δρομέα, προκύπτει:

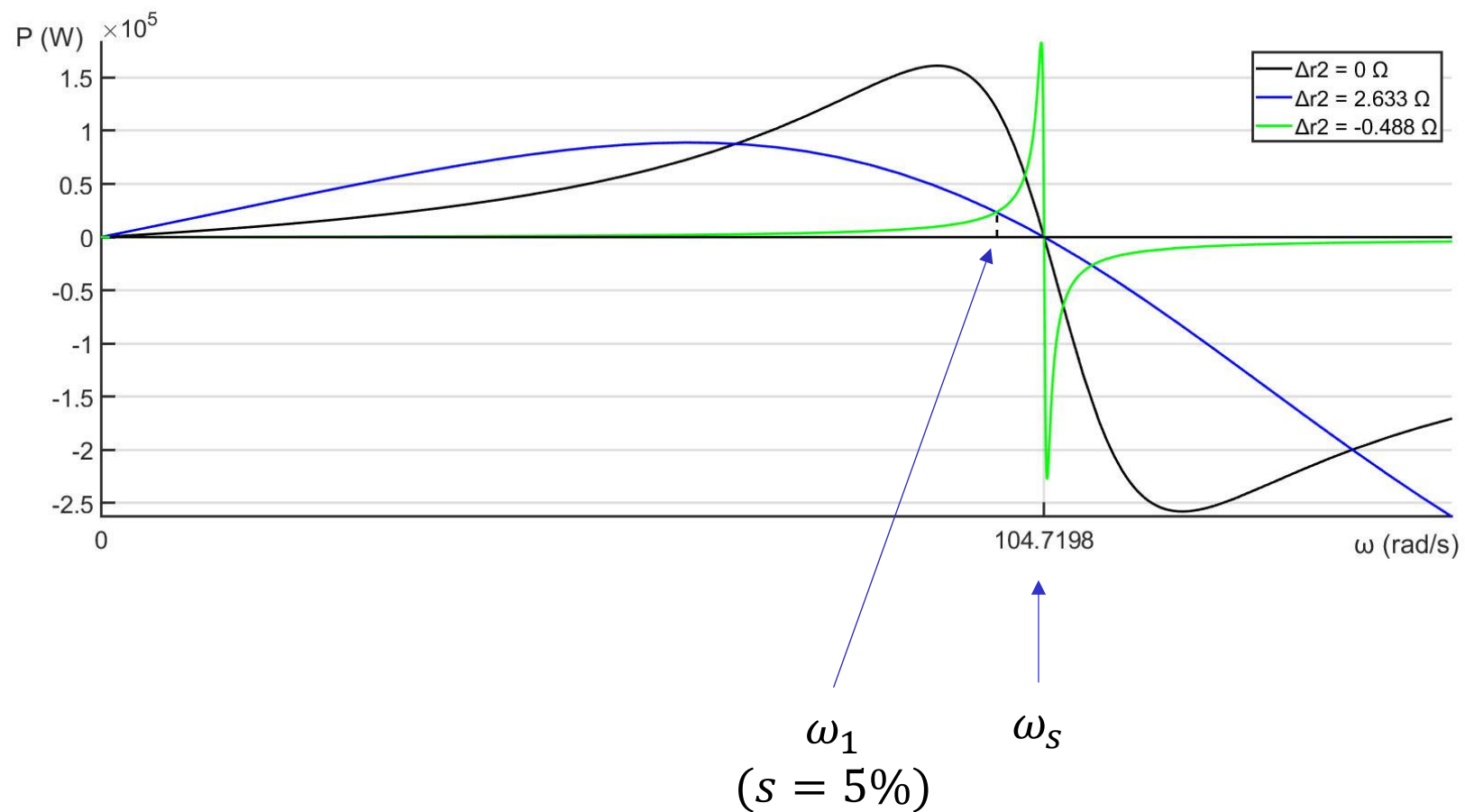
$$(0,405 + z)^2 + 3,81^2 = 67,05z \cdot 0,95 \Rightarrow$$
$$z^2 - 62,887z + 14,68 = 0$$

Οι λύσεις του τριωνύμου:  $z = 0,234 \Omega$  ή  $z = 62,653 \Omega$ .

$$r_2' = 0,012 \Omega \text{ ή } r_2' = 3,133 \Omega.$$

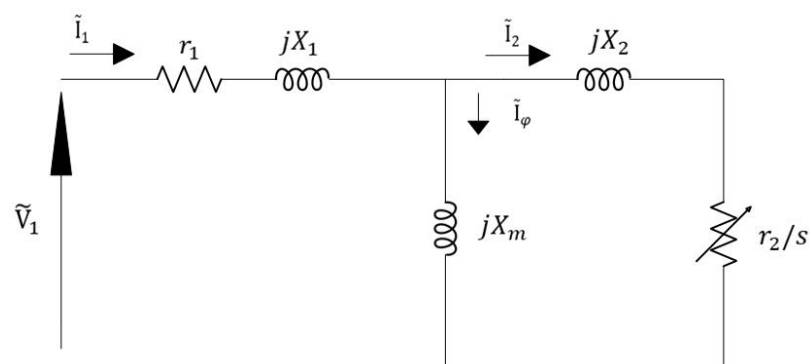
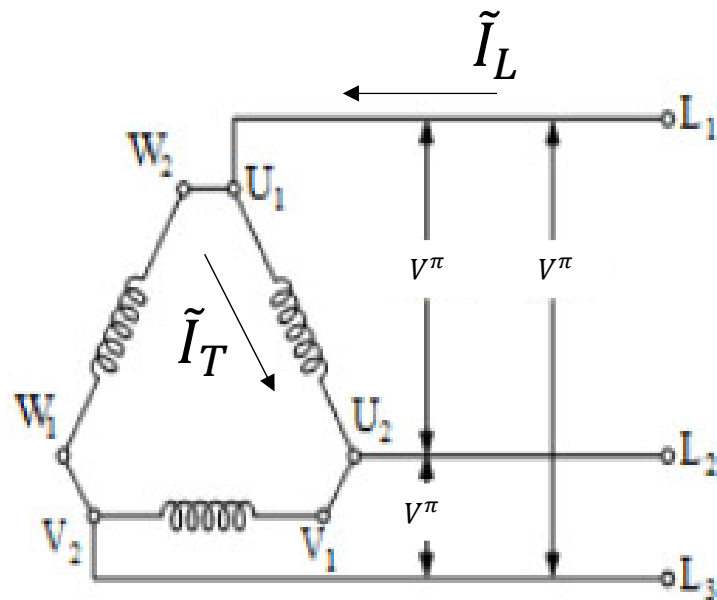
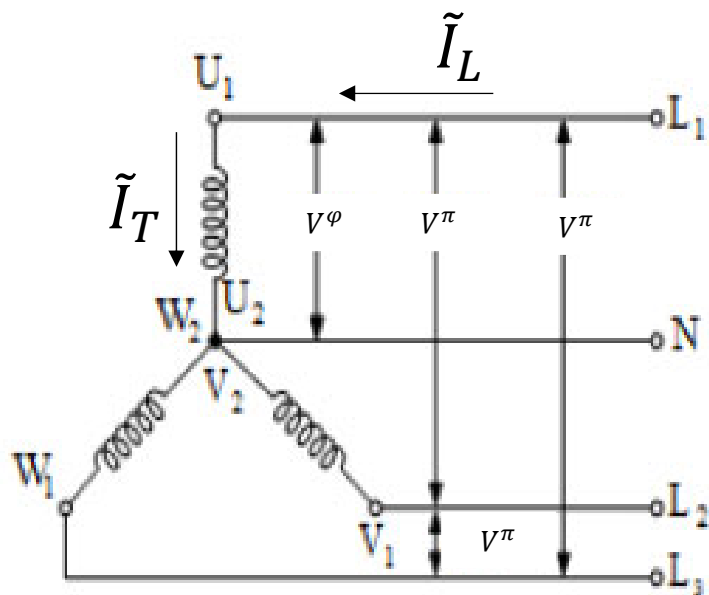
Επομένως πρέπει να προσθέσουμε εξωτερική αντίσταση

$$\Delta r_2 = 3,133 - 0,5 = 2,633 \Omega$$





β)





Είναι

$$\tilde{I}_1 = \frac{\tilde{V}_1}{r_1 + jX_1 + \frac{jX_m(jX_2 + r_2/s)}{jX_m + jX_2 + r_2/s}} = \frac{800 \angle 0^\circ}{0,5 + j2 + \frac{j18(j2 + 0,5/0,05)}{j18 + j2 + 0,5/0,05}} = \frac{800 \angle 0^\circ}{9,914 \angle 45,25^\circ}$$
$$\rightarrow \tilde{I}_1 = 80,696 \angle -45,25^\circ \text{ A}$$

$$\Sigma. \text{ I.} = \cos \varphi = \cos 45,25^\circ = 0,704 \text{ επαγ.}$$

Επειδή έχουμε συνδεσμολογία τριγώνου ισχύει ότι:

$$I_T = I_1$$

και το ρεύμα γραμμής θα είναι:

$$I_L = \sqrt{3} I_T = 139,77 \text{ A}$$



## Άσκηση 4

Τα στοιχεία του ισοδυνάμου ανά φάση κυκλώματος μιας ασύγχρονης τριφασικής εξαπολικής γεννήτριας 380 V, 50 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα είναι:

$$r_1 \sim 0 \Omega, \quad X_1 = 1 \Omega, \quad X_m = 12 \Omega, \quad r_2 = 0,1 \Omega, \quad X_2 = 1 \Omega$$

Η γεννήτρια λειτουργεί υπό ονομαστική τάση και συχνότητα ενώ εμφανίζει απώλειες περιστροφής 500 W. Ζητούνται:

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα όταν η γεννήτρια παράγει ισχύ 17 kW

β) Εάν το φορτίο μεταβληθεί και η ταχύτητα του δρομέα γίνει 1010 ΣΑΛ να υπολογιστούν η αναπτυσσόμενη ροπή και ο βαθμός απόδοσης της γεννήτριας



## Λύση

α)

$$V_{th} = \frac{X_m}{X_1 + X_m} \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} = 202,5 \text{ V}$$

$$R_{th} = 0$$

$$X_{th} = \frac{X_1 X_m}{X_1 + X_m} = 0,923 \Omega$$

$$P_{εξ} = P_{g1} = T_e \omega_s = \frac{3V_{th}^2 \frac{r_2}{s}}{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2)^2} = -17000 \text{ W}$$

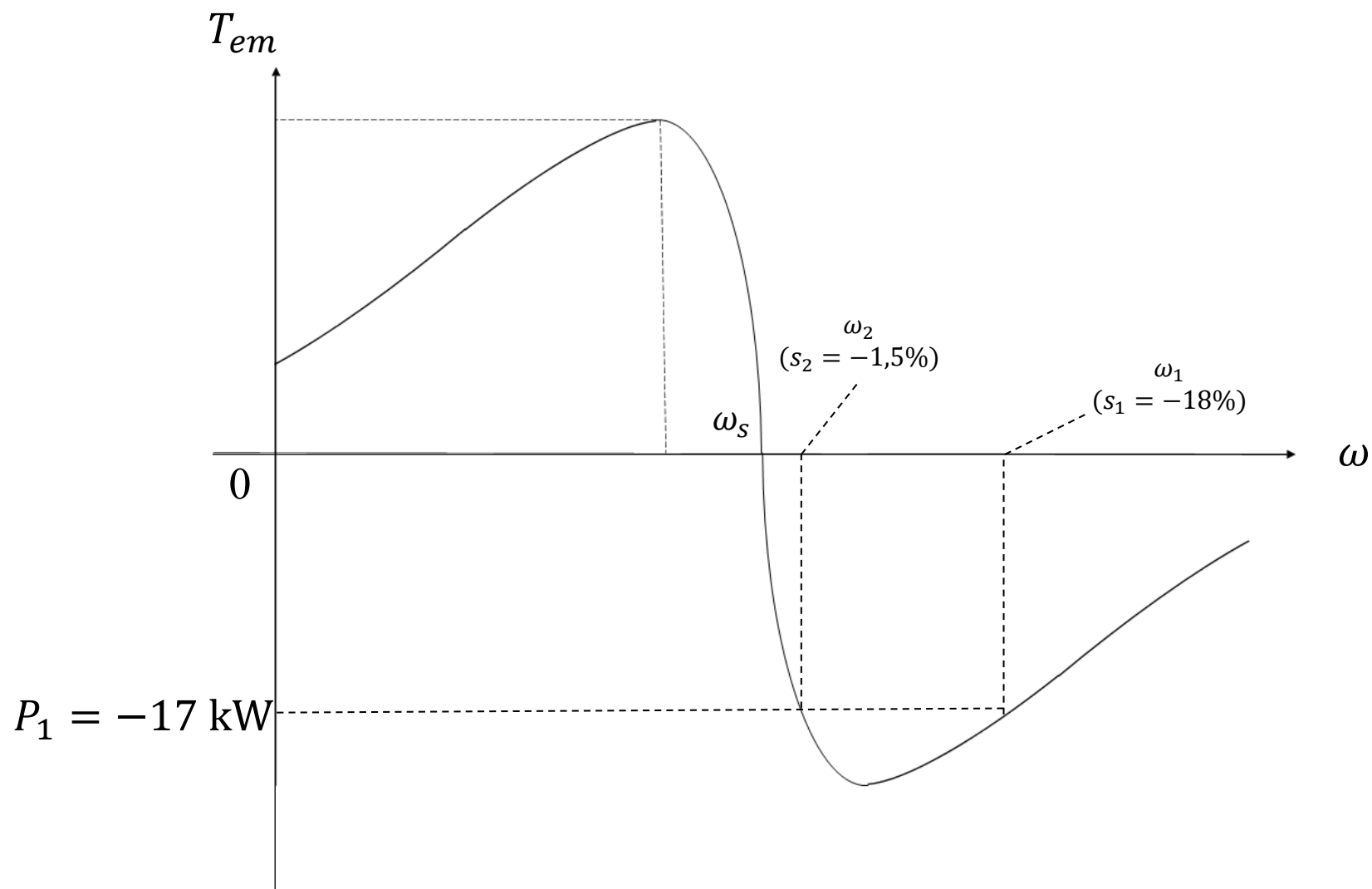
Έστω  $z = \frac{r_2}{s}$ , τότε μετά από πράξεις προκύπτει:

$$17000z^2 + 123038z + 62869,8 = 0 \Rightarrow$$

$$z_1 = -0,553 \rightarrow s_1 = -0,18$$

$$z_2 = -6,684 \rightarrow s_2 = -0,015$$

$$n = (1 - s_2)n_s = 1015 \text{ ΣΑΛ}$$





β)

$$\omega_s = \frac{100\pi}{6/2} = 104,72 \text{ rad/s}$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1000 - 1010}{1000} = -0,01$$

$$T_{em} = \frac{3}{\omega_s} \cdot \frac{V_{th}^2 \frac{r_2}{s}}{\left(R_{th} + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2)^2} = \frac{3}{104,72} \cdot \frac{202,5^2 \cdot (10)}{(10)^2 + (1,923)^2} = 114,6 \text{ Nm}$$

$$P_e = P_g = T_e \omega_s = 114,6 \cdot 104,72 = 12 \text{ kW}$$

$$P_{em} = T_e (1 - s) \omega_s = 114,6 \cdot 1,01 \cdot 104,72 = 12,121 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{12000}{12121 + 500} = 0,951$$

$$f_r = |s| f_e = 0,01 \cdot 50 = 0,5 \text{ Hz}$$





## Άσκηση 5

Τα στοιχεία του ισοδυνάμου κυκλώματος ανά φάση ενός ασύγχρονου τριφασικού διπολικού κινητήρα 380 V, 50 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα είναι:

$$r_1 \sim 0 \, \Omega, \quad X_1 = 0,1 \, \Omega, \quad X_m = 12 \, \Omega, \quad r_2 = 0,01 \, \Omega, \quad X_2 = 0,1 \, \Omega$$

Ο κινητήρας τροφοδοτείται με ονομαστική τάση και συχνότητα. Ζητούνται:

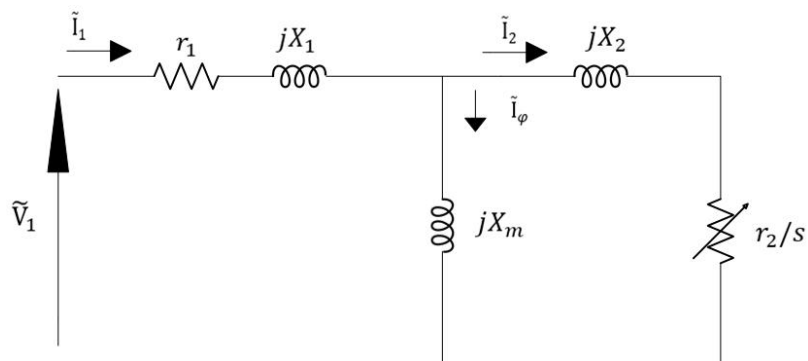
- α) Οι τιμές των ρευμάτων στάτη και δρομέα (ανηγμένο στο στάτη) κατά την εκκίνηση καθώς και η ροπή εκκίνησης
- β) Η τιμή χωρητικότητας τριών ίδιων πυκνωτών οι οποίοι συνδεόμενοι σε τρίγωνο παράλληλα στους ακροδέκτες του κινητήρα επιτυγχάνουν συνολικό συντελεστή ισχύος κατά την εκκίνηση ίσο με 0.9 επαγ. ή μοναδιαίο.
- γ) Πώς θα μεταβληθεί το ρεύμα γραμμής κατά την εκκίνηση και η ροπή εκκίνησης εάν ο κινητήρας συνδεθεί σε τρίγωνο (οι παράμετροι του ισοδυνάμου κυκλώματος μπορούν να θεωρηθούν αμετάβλητες)
- δ) Η συχνότητα των ρευμάτων του δρομέα κατά την εκκίνηση



## Λύση

α)

$$\tilde{I}_1 = \frac{\tilde{V}_1}{jX_1 + \frac{jX_m(jX_2 + r_2)}{jX_m + jX_2 + r_2}} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ}{j0,1 + \frac{j12(j0,1 + 0,01)}{j12 + j0,1 + 0,01}} = 1103,1 \angle -87,17^\circ \text{ A}$$



$$jX_{th} = \frac{jX_m \cdot jX_1}{jX_m + jX_1} = j0,099 \Omega$$

$$V_{th} = V_1 \left| \frac{jX_m}{jX_m + jX_1} \right| = 218,18 \text{ V}$$

$$I_2 = \left| \frac{V_{th}}{r_2 + j(X_{th} + X_2)} \right| = \left| \frac{218,18}{0,01 + j12,1} \right| = 1095 \text{ A}$$

$$T_{εκκ} = \frac{1}{\omega_s} 3I_2^2 r_2 = 114,5 \text{ Nm}$$

$$(P_g = 3I_2^2 r_2, \omega_s = 100\pi = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}})$$

Εναλλακτικά, με διαίρεση ρεύματος:

$$\tilde{I}_2 = \tilde{I}_1 \frac{jX_m}{r_2 + j(X_m + X_2)}$$



β)

$$Q_{\varepsilon\kappa\kappa} = 3V_1 I_{\varepsilon\kappa\kappa} \sin\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 1103,1 \cdot \sin(87,17^\circ) = 727,16 \text{ kVAr}$$

Για  $\cos\varphi_{\varepsilon\kappa\kappa} = 1$ :

$$Q_C = Q_{\varepsilon\kappa\kappa} = \frac{3V_{\pi}^2}{Z_C} = 3V_{\pi}^2 \omega C \Rightarrow C = \frac{727,16 \cdot 10^3}{3 \cdot 380^2 \cdot 314} = 5,32 \text{ mF}$$

Για  $\cos\varphi_{\varepsilon\kappa\kappa} = 0,9$  επαγ  $\Rightarrow \tan\varphi_{\varepsilon\kappa\kappa} = 0,484$ 

$$P_{\varepsilon\kappa\kappa} = \frac{Q_{\varepsilon\kappa\kappa}}{\tan\varphi} = \frac{727,17}{\tan(\cos^{-1} 87,17^\circ)} = 35,95 \text{ kW}$$

$$Q'_{\varepsilon\kappa\kappa} = \tan\varphi_{\varepsilon\kappa\kappa} \cdot P_{\varepsilon\kappa\kappa} = 17,41 \text{ kVAr}$$

$$Q_{\varepsilon\kappa\kappa} - Q'_C = Q'_{\varepsilon\kappa\kappa} \Rightarrow Q'_C = 727,16 - 17,41 = 709,75 \text{ kVAr}$$

$$C' = \frac{709,75 \cdot 10^3}{3 \cdot 380^2 \cdot 314} = 5,22 \text{ mF}$$



γ)

$$I_{\epsilon\kappa\kappa}^{\Delta} = 3I_{\epsilon\kappa\kappa}^{\Upsilon} \text{ και } T_{\epsilon\kappa\kappa}^{\Delta} = 3T_{\epsilon\kappa\kappa}^{\Upsilon}$$

Υπολογισμός ίδιος αλλά χρησιμοποιούμε πολική τάση στο ανά φάση  
ισοδύναμο κύκλωμα και λαμβάνουμε υπόψη ότι

$$I_{\gamma\rho} = \sqrt{3}I_{\tau\nu\lambda}$$

δ)

$$f_r = sf_e = 1 \cdot 50 = 50 \text{ Hz}$$