



Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Κεφάλαιο 2: Τριφασικά Συστήματα

Μάθημα στις 13/10/2023

Παύλος Σ. Γεωργιλάκης

Καθ. ΕΜΠ



Επίλυση Μονοφασικών Κυκλωμάτων

1. Από πεδίο χρόνου \rightarrow σε πεδίο μιγαδικών αριθμών.
2. Κατασκευή μονοφασικού ισοδύναμου κυκλώματος στο πεδίο των μιγαδικών αριθμών. Όλα τα μεγέθη είναι φασικά: φασική τάση, φασικό ρεύμα, μονοφασική ισχύς.
3. Επίλυση μονοφασικού ισοδύναμου κυκλώματος στο πεδίο των μιγαδικών αριθμών.
4. Αναγωγή των αποτελεσμάτων στο πεδίο του χρόνου.



Επίλυση Συμμετρικών Τριφασικών Κυκλωμάτων

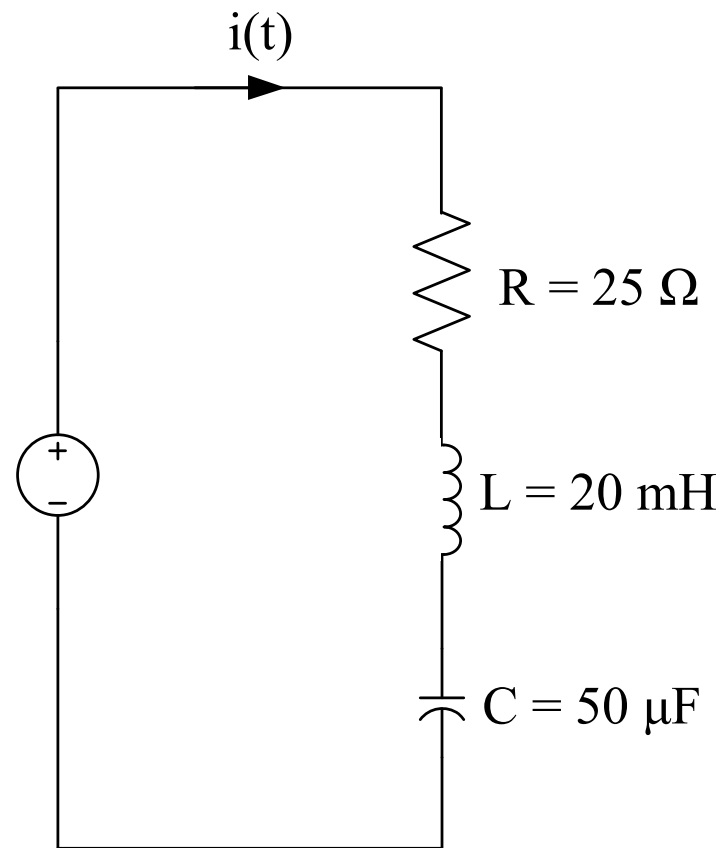
1. Από πεδίο χρόνου \rightarrow σε πεδίο μιγαδικών αριθμών.
2. Κατασκευή **ισοδύναμου** μονοφασικού **ισοδύναμου** κυκλώματος στο πεδίο των μιγαδικών αριθμών. Όλα τα μεγέθη είναι φασικά: φασική τάση, φασικό ρεύμα, μονοφασική ισχύς.
3. Επίλυση **ισοδύναμου** μονοφασικού **ισοδύναμου** κυκλώματος στο πεδίο των μιγαδικών αριθμών.
4. Αναγωγή των αποτελεσμάτων στο πεδίο του χρόνου **και στα ζητούμενα τριφασικά μεγέθη**.



Παράδειγμα 2.4: Εκφώνηση

Στο παρακάτω κύκλωμα, να υπολογιστεί το ρεύμα $i(t)$

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot 50 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot t + 30^\circ) \text{ V}$$





Παράδειγμα 2.4: Λύση

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 60 \Rightarrow f = 60 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 60 \Rightarrow \omega = 376,99 \text{ rad/s}$$

$$\mathbf{V} = 50 \angle 30^\circ \text{ V}$$

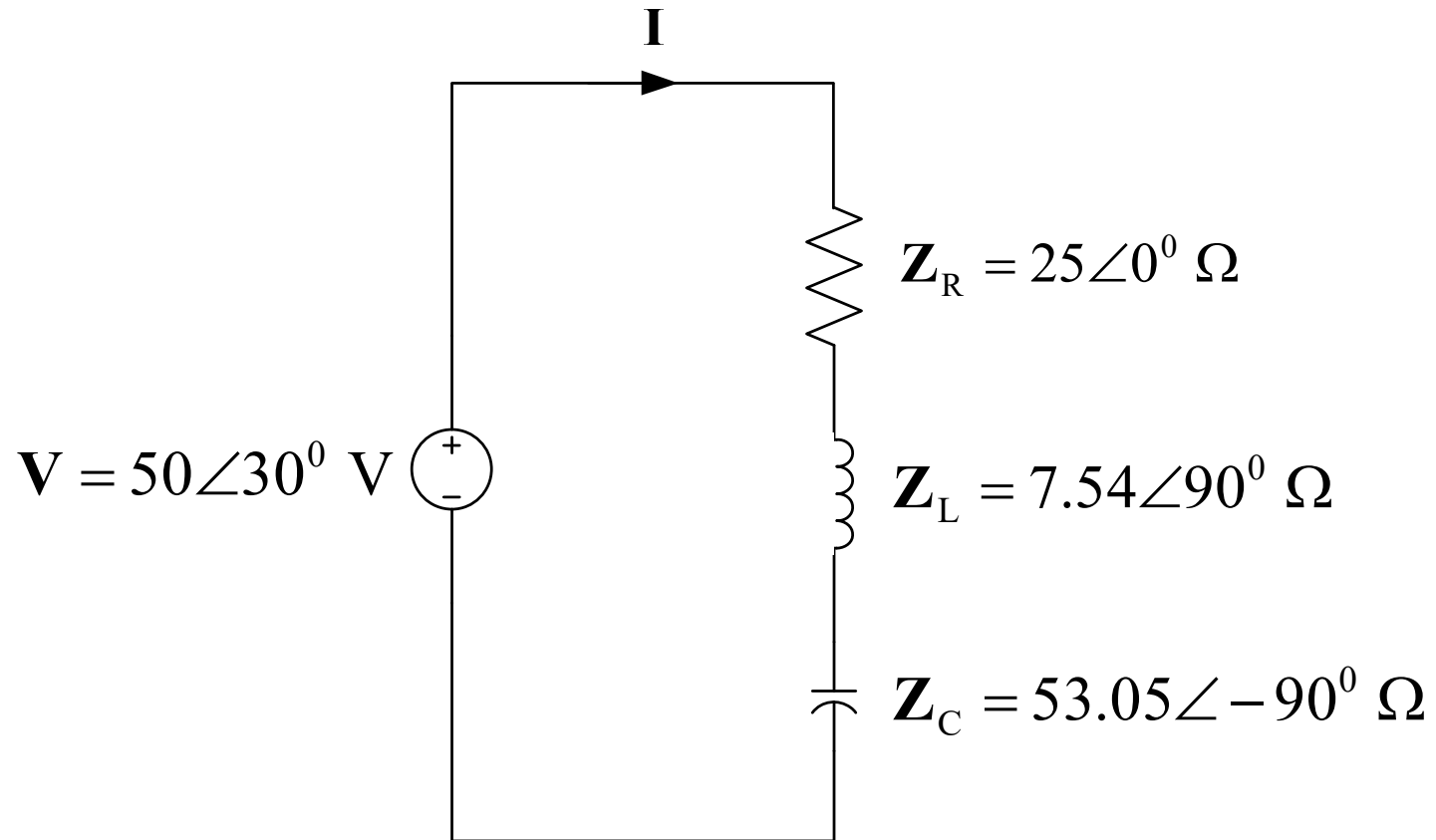
$$\mathbf{Z}_R = R \Rightarrow \mathbf{Z}_R = 25 \ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_L = j\omega \cdot L = j376,99 \cdot (20 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow \mathbf{Z}_L = j7,54 \ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_C = -j \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \frac{1}{376,99 \cdot (50 \cdot 10^{-6})} \Rightarrow \mathbf{Z}_C = -j53,05 \ \Omega$$



Παράδειγμα 2.4: Λύση





Παράδειγμα 2.4: Λύση

$$\mathbf{Z}_{o\lambda} = \mathbf{Z}_R + \mathbf{Z}_L + \mathbf{Z}_C = 25 + j7,54 - j53,05 \Rightarrow \mathbf{Z}_{o\lambda} = (25 - j45,51) \ \Omega$$

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}_{o\lambda}} = \frac{50 \angle 30^\circ \text{ V}}{(25 - j45,51) \ \Omega} \Rightarrow \mathbf{I} = 0,96 \angle 91,22^\circ \text{ A}$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot 0,96 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot t + 91,22^\circ) \text{ A}$$



Παράδειγμα 2.5: Εκφώνηση

Το τριφασικό φορτίο ενός εργοστασίου έχει ισχύ 250 kW και συντελεστή ισχύος 0,7 επαγωγικό και τροφοδοτείται από τριφασική γραμμή 2200 V, 50 Hz. Σύμφωνα με το συμβόλαιο ηλεκτρικής ενέργειας, επιβάλλεται χρηματική επιβάρυνση εάν ο συντελεστής ισχύος είναι χαμηλότερος από 0,85. Να καθοριστεί το μέγεθος των απαιτούμενων πυκνωτών για εξάλειψη της χρηματικής επιβάρυνσης, για σύνδεση αυτών κατά αστέρα και κατά τρίγωνο.

ΛΥΣΗ

$$C_{\varphi} = \frac{P_{\varphi} \cdot (\tan \varphi_{old} - \tan \varphi_{new})}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot V_{\varphi}^2} \quad (2.84)$$



Ερώτημα 1: Συνδεσμολογία Αστέρα (Y)

$$V_{\varphi} = \frac{V_{\pi}}{\sqrt{3}} = \frac{2200}{\sqrt{3}} \Rightarrow V_{\varphi} = 1270,17 \text{ V}$$

$$C_{\varphi,Y} = \frac{\frac{250\,000}{3} \cdot [\tan(\cos^{-1}(0,7)) - \tan(\cos^{-1}(0,85))]}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1270,17^2} \Rightarrow$$

$$C_{\varphi,Y} = 6,5842 \cdot 10^{-5} \text{ F} \Rightarrow \boxed{C_{\varphi,Y} = 65,842 \mu\text{F}}$$

$$S_{\varphi,Y} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot V_{\varphi}^2 \cdot C_{\varphi,Y} \Rightarrow \boxed{S_{\varphi,Y} = 33,372 \text{ kVA}}$$



Ερώτημα 2: Συνδεσμολογία Τριγώνου (Δ)

$$V_{\varphi} = V_{\pi} \Rightarrow V_{\varphi} = 2200 \text{ V}$$

$$C_{\varphi,\Delta} = \frac{\frac{250\,000}{3} \cdot [\tan(\cos^{-1}(0,7)) - \tan(\cos^{-1}(0,85))]}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2200^2} \Rightarrow$$

$$C_{\varphi,\Delta} = 2,1947 \cdot 10^{-5} \text{ F} \Rightarrow \boxed{C_{\varphi,\Delta} = \frac{C_{\varphi,Y}}{3} = 21,947 \mu\text{F}}$$

$$S_{\varphi,\Delta} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot V_{\varphi}^2 \cdot C_{\varphi,\Delta} \Rightarrow \boxed{S_{\varphi,\Delta} = S_{\varphi,Y} = 33,372 \text{ kVA}}$$



Κεφάλαιο 3

Μαγνητικά Πεδία και Κυκλώματα



Εισαγωγή

- Το μαγνητικό πεδίο οφείλεται αποκλειστικά στην κίνηση των ηλεκτρικών φορτίων
- Το **μόνιμο μαγνητικό πεδίο** (ή μαγνητοστατικό πεδίο) είναι μία ειδική περίπτωση ηλεκτρομαγνητικού πεδίου όπου τα ηλεκτρικά ρεύματα παραμένουν σταθερά ή μεταβάλλονται με χαμηλή συχνότητα



Βασικά Μεγέθη του Μαγνητικού Πεδίου

1. Μαγνητική επαγωγή ή πυκνότητα μαγνητικής ροής, B . Μονάδα μέτρησης το T στο διεθνές σύστημα.

2. Μαγνητική ροή, φ . Μονάδα μέτρησης το Wb στο διεθνές σύστημα.

$$\varphi = \int_S B \cdot n \cdot dS \quad (3.1)$$

3. Ένταση μαγνητικού πεδίου, H . Μονάδα μέτρησης το A/m στο διεθνές σύστημα.

$$B = \mu \cdot H = \mu(H) \cdot H \quad (3.2)$$

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad (3.3)$$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \quad (3.4)$$



Εξισώσεις Maxwell (1 / 3)

1. **Νόμος του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο:** $\nabla \cdot \varepsilon \cdot E = \rho$ (3.5)

2. **Νόμος του Ampere:** $\nabla \times H = J + \frac{\partial \varepsilon \cdot E}{\partial t}$ (3.6)

3. **Νόμος του Faraday:** $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ (3.7)

4. **Νόμος του Gauss για το μαγνητικό πεδίο:** $\nabla \cdot B = 0$ (3.8)

Οι εξισώσεις του Maxwell **συνδέουν** τα μεγέθη (H, B) του **μαγνητικού** πεδίου με τα μεγέθη (E, J) του **ηλεκτρικού** πεδίου



Εξισώσεις Maxwell (2 / 3)

- E (σε V/m): ένταση του ηλεκτρικού πεδίου
- J (σε A/m): πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος
- ρ : πυκνότητα ελεύθερου ηλεκτρονίου
- ϵ : διηλεκτρική σταθερά του υλικού



Εξισώσεις Maxwell (3 / 3)

- Η αλληλεπίδραση του χρονικά μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου H και του χρονικά μεταβαλλόμενου ηλεκτρικού πεδίου E προκαλεί την εμφάνιση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων που μεταδίδονται με την ταχύτητα του φωτός
- Στις εφαρμογές του μαθήματος τα ηλεκτρικά και μαγνητικά μεγέθη μεταβάλλονται με πολύ αργούς ρυθμούς σε σχέση με την ταχύτητα του φωτός
- Στο μόνιμο μαγνητικό πεδίο:
 - Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα μεταδίδονται πρακτικώς ακαριαία
 - Το ηλεκτρικό πεδίο δεν εμπλέκεται με το μαγνητικό πεδίο



Μόνιμο Μαγνητικό Πεδίο

Εξισώσεις Maxwell (1 / 3)

1. Νόμος του Ampere ή Νόμος του Διαρρέυματος:

$$\oint_C H \cdot dl = I \quad (3.9)$$

Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της έντασης του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος μίας κλειστής διαδρομής C ισούται με το ρεύμα I που διαρρέει την επιφάνεια S που ορίζει η C .



Μόνιμο Μαγνητικό Πεδίο

Εξισώσεις Maxwell (2 / 3)

2. Νόμος του Gauss για το μαγνητικό πεδίο:

$$\varphi_{tot} = \oint_S B \cdot n \cdot dS = 0 \quad (3.10)$$

Η μαγνητική ροή που εισέρχεται σε μία κλειστή επιφάνεια είναι ίση με μηδέν ή, με άλλα λόγια, η μαγνητική ροή που εισέρχεται σε μία επιφάνεια είναι ίση με τη μαγνητική ροή που εξέρχεται από την επιφάνεια.



Μόνιμο Μαγνητικό Πεδίο

Εξισώσεις Maxwell (3 / 3)

3. Νόμος του Faraday:

$$e = \frac{d\lambda}{dt} = N \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.11)$$

Η ΗΕΔ e που επάγεται σε ένα ηλεκτρικό τύλιγμα είναι ίση με το ρυθμό μεταβολής της πεπλεγμένης με το τύλιγμα μαγνητικής ροής.

λ : πεπλεγμένη ροή με τύλιγμα N ελιγμάτων



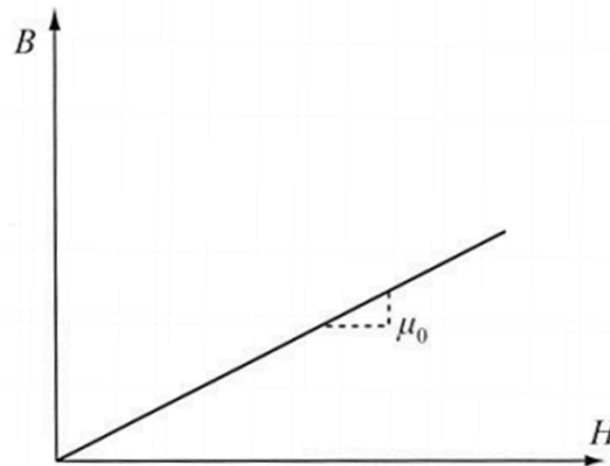
Μαγνητικά Υλικά

1. Μη μαγνητικά ή διαμαγνητικά υλικά
2. Μαγνητικά ή σιδηρομαγνητικά υλικά
 - a. Μαλακά σιδηρομαγνητικά υλικά
 - b. Σκληρά σιδηρομαγνητικά υλικά



Μη Μαγνητικά Υλικά

- Παραδείγματα: αέρας, νερό, ξύλο και τα περισσότερα μέταλλα εκτός από τα κράματα που περιέχουν σίδηρο
- Παρουσιάζουν σταθερή μαγνητική διαπερατότητα και πολύ μικρή τιμή μαγνητικής επαγωγής για λογικές εντάσεις μαγνητικού πεδίου



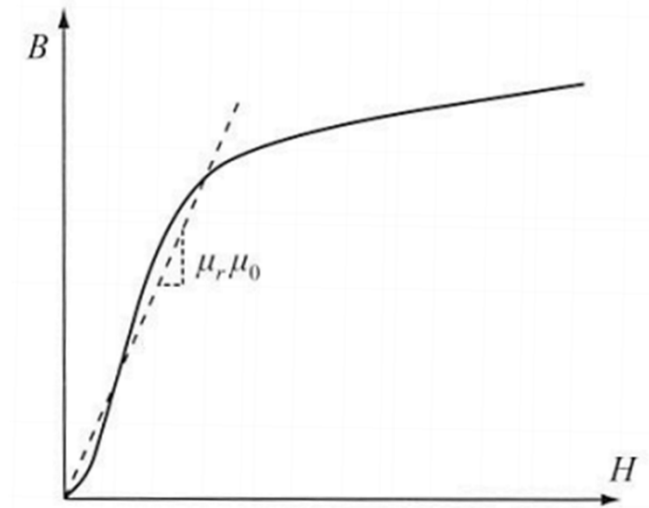


Σιδηρομαγνητικά Υλικά

- Έχουν πολύ μεγάλες τιμές μαγνητικής διαπερατότητας:

$$2\,000 < \mu_r < 80\,000 \quad (3.12)$$

- Η μαγνητική τους διαπερατότητα δεν είναι σταθερή, αλλά μεταβάλλεται με το H





Μαλακά Σιδηρομαγνητικά Υλικά

- Δεν έχουν μεγάλες τιμές παραμένοντος μαγνητισμού, δηλαδή όταν πάψουν να μαγνητίζονται ($H = 0$), χάνουν σε μεγάλο βαθμό τη μαγνητική τους ροή ($B \approx 0$)
- Η καμπύλη μαγνήτισης μπορεί να γραμμικοποιηθεί ικανοποιητικά, τουλάχιστον μέχρι κάποια τιμή της έντασης H του μαγνητικού πεδίου, οπότε στην περιοχή αυτή υποτίθεται ότι μ_r είναι περίπου σταθερή



Σκληρά Σιδηρομαγνητικά Υλικά

- Είναι μόνιμοι μαγνήτες. Ο παραμένων μαγνητισμός έχει πολύ μεγάλη τιμή
- Η καμπύλη μαγνήτισης δεν μπορεί να γραμμικοποιηθεί

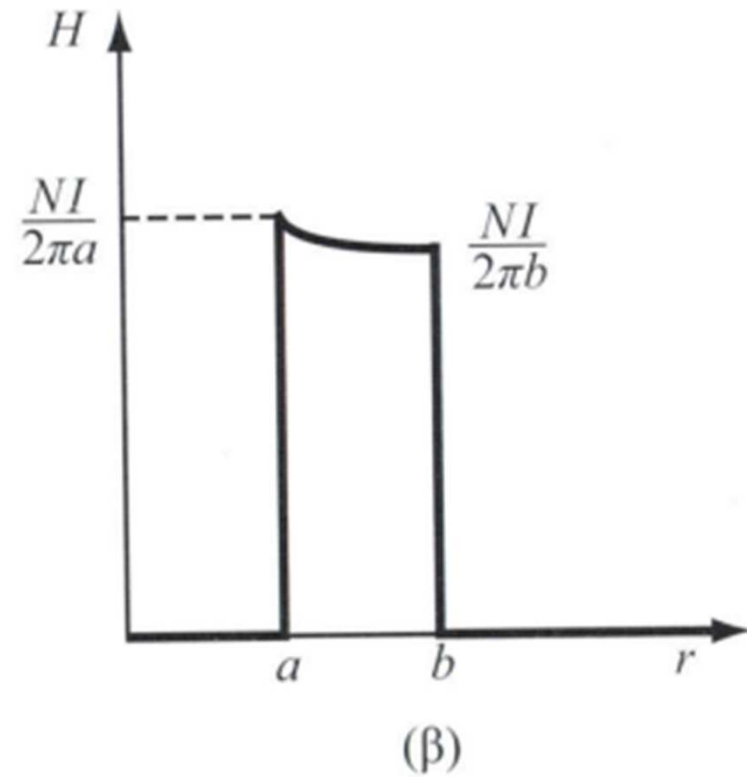
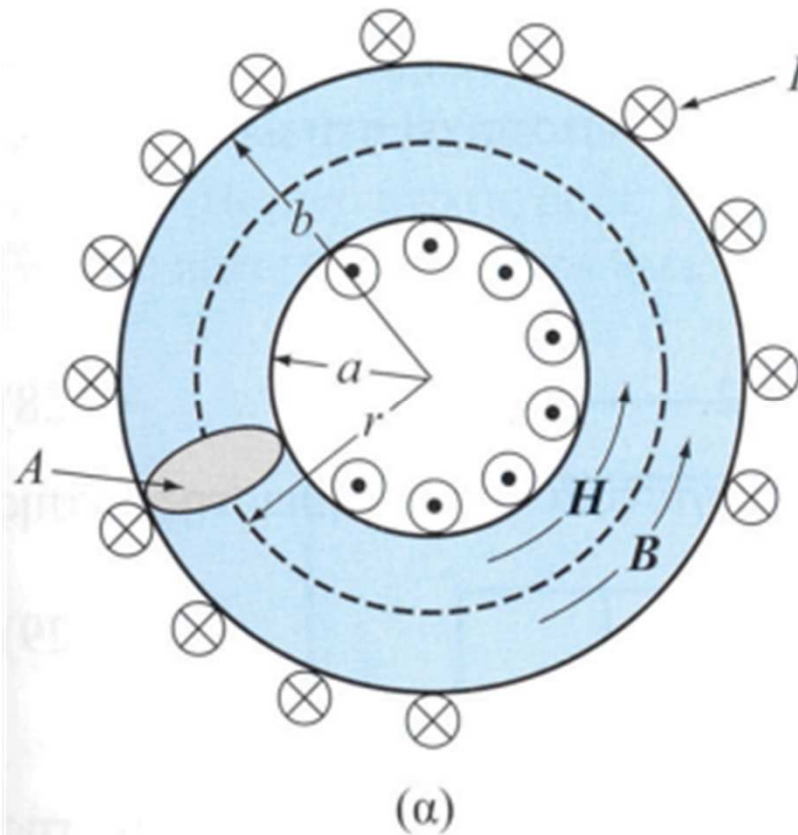


Μαγνητικά Κυκλώματα

- **Παράδειγμα:** Δακτυλιοειδής ηλεκτρονόμος
 - Από σιδηρομαγνητικό υλικό με σταθερή μαγνητική διαπερατότητα και διατομή A
 - Ομοιόμορφο σπείρωμα N ελιγμάτων
 - Συνεχές ρεύμα έντασης I στο τύλιγμα
 - Εσωτερική ακτίνα δακτυλίου: a
 - Εξωτερική ακτίνα δακτυλίου: b



Δακτυλιοειδής Ηλεκτρονόμος





Δακτυλιοειδής Ηλεκτρονόμος

- Νόμος του διαρρέυματος στο εσωτερικό του δακτυλίου:

$$\oint_C H \cdot dl = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot H = N \cdot I \Rightarrow \boxed{H = \frac{N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r}} \quad (3.13)$$

- Ορισμός μαγνητεγερτικής δύναμης F (σε Α-ε): $\boxed{F = N \cdot I} \quad (3.14)$

- Μαγνητική επαγωγή B :

$$B = \mu \cdot H = \mu \cdot \frac{N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu \cdot F}{2 \cdot \pi \cdot r}} \quad (3.15)$$

- Μέση ακτίνα: $\boxed{r_\mu = \frac{a + b}{2}} \quad (3.16)$



Δακτυλιοειδής Ηλεκτρονόμος

- Μέση τιμή της μαγνητικής επαγωγής:

$$B_{\mu} = \frac{\mu \cdot F}{2 \cdot \pi \cdot r_{\mu}} \quad (3.17)$$

- Μέσο μήκος του μαγνητικού κυκλώματος:

$$l_{\mu} = 2 \cdot \pi \cdot r_{\mu} \quad (3.18)$$

- Μαγνητική ροή: $\varphi = B_{\mu} \cdot A = \frac{\mu \cdot F \cdot A}{2 \cdot \pi \cdot r_{\mu}} \Rightarrow$

$$\varphi = F \cdot \frac{\mu \cdot A}{l_{\mu}} \quad (3.19)$$

- Ορισμός μαγνητικής αντίστασης (σε A-ε/Wb) μαγνητικού κυκλώματος:

$$R = \frac{F}{\varphi} = \frac{l_{\mu}}{\mu \cdot A} \quad (3.20)$$

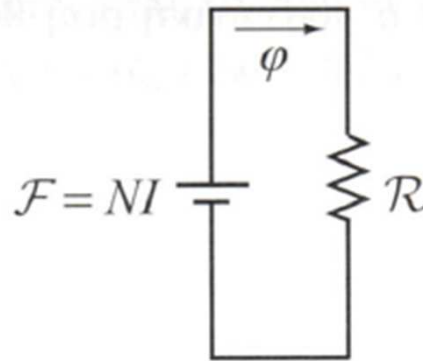


Αναλογία Ηλεκτρικών και Μαγνητικών Κυκλωμάτων

	ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΚΥΚΛΩΜΑ			ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΚΥΚΛΩΜΑ		
1	Ηλεκτρικό ρεύμα	I	A	Μαγνητική ροή	ϕ	Wb
2	Πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος	J	A/m	Πυκνότητα μαγνητικής ροής	B	T
3	Ένταση ηλεκτρικού πεδίου	E	V/m	Ένταση μαγνητικού πεδίου	H	$\frac{A - \epsilon}{m}$
4	Ηλεκτρεγερτική δύναμη	V	V	Μαγνετεγερτική δύναμη	F	$A - \epsilon$
5	Ηλεκτρική αντίσταση	R	Ω	Μαγνητική αντίσταση	R	$\frac{A - \epsilon}{Wb}$



Δακτυλιοειδής Ηλεκτρονόμος



$$\varphi = \frac{F}{R} = \frac{N \cdot I}{\frac{l_{\mu}}{\mu \cdot A}} \Rightarrow$$

$$\varphi = \frac{F \cdot \mu \cdot A}{l_{\mu}} = \frac{N \cdot I \cdot \mu \cdot A}{l_{\mu}} \quad (3.21)$$



Διάκενο Αέρα

- Μαγνητική αντίσταση διακένου:

$$R_g = \frac{l_g}{\mu_g \cdot A_g} = \frac{l_g}{\mu_o \cdot 1 \cdot A} \Rightarrow R_g = \frac{l_g}{\mu_o \cdot A} \quad (3.22)$$

- Μαγνητική αντίσταση σιδήρου:

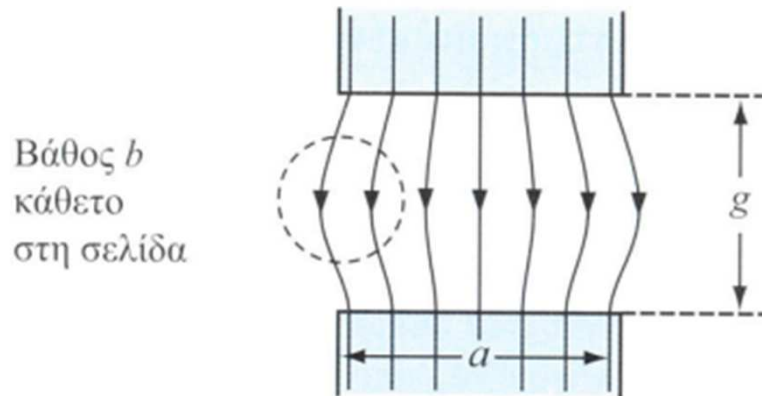
$$R_\sigma = \frac{l_\sigma}{\mu_\sigma \cdot A_\sigma} \Rightarrow R_\sigma = \frac{l_\sigma}{\mu_o \cdot \mu_r \cdot A} \quad (3.23)$$

- Προκύπτει ότι: $\frac{R_g}{R_\sigma} = \frac{\mu_r}{\frac{l_\sigma}{l_g}} \gg 1 \Rightarrow R_g \gg R_\sigma \quad (3.24)$

- Η (3.24) σημαίνει ότι το μαγνητικό πεδίο περιορίζεται ουσιαστικά στο διάκενο αέρα, το οποίο είναι γραμμικό, άρα αναλύεται εύκολα



Θυσάνωση Μαγνητικού Πεδίου στο Διάκενο Αέρα



$$A_g = (a + l_g) \cdot (b + l_g) \quad (3.25)$$

- Στο μαγνητικό υλικό, που έχει μικρότερη μαγνητική αντίσταση, η μαγνητική ροή παραμένει στο εσωτερικό
- Στο διάκενο, που έχει πολύ μεγαλύτερη μαγνητική αντίσταση, η μαγνητική ροή τείνει να καταλάβει μεγαλύτερο χώρο. Αυτό ονομάζεται θυσάνωση