



*Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)*

## **Κεφάλαιο 10: Μελέτη Ροών Φορτίου**

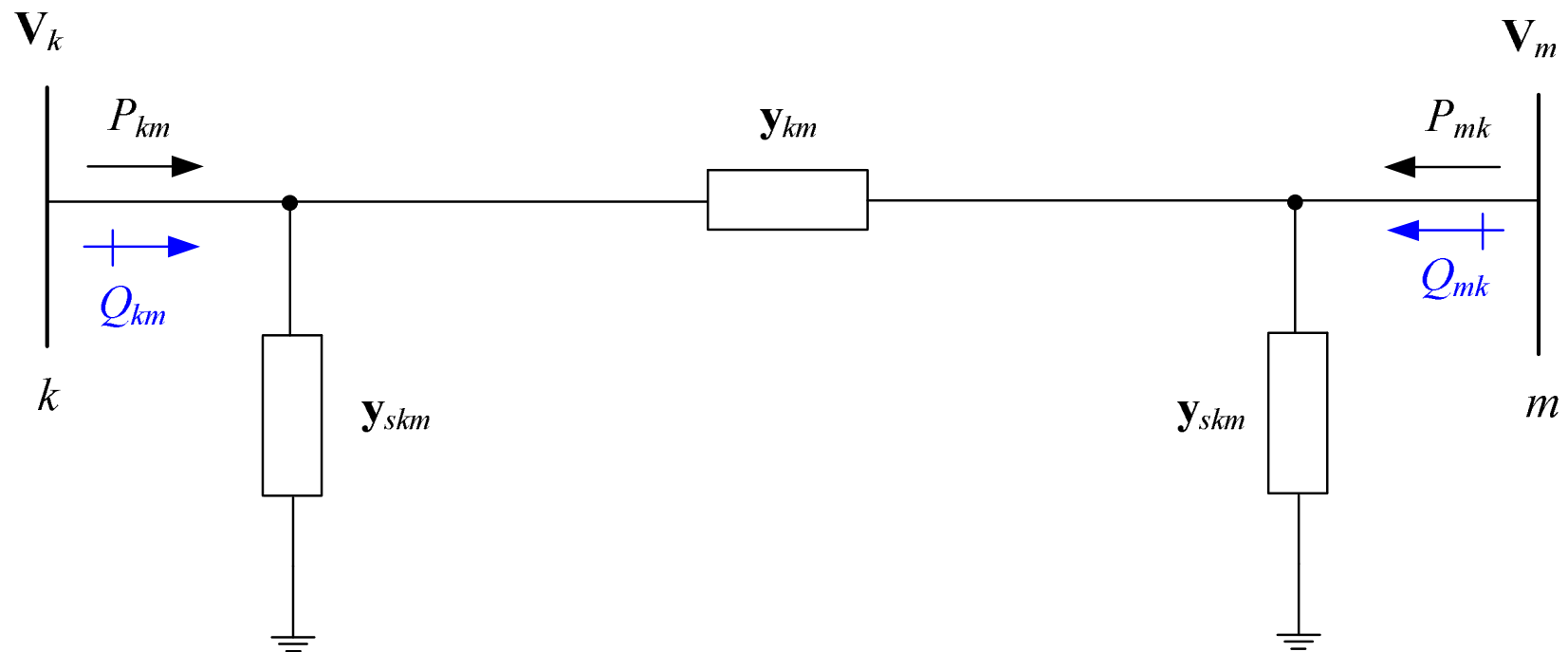
*Μάθημα στις 08/01/2024*

*Πάυλος Σ. Γεωργιλάκης*

*Καθ. ΕΜΠ*



# Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς



$$\mathbf{V}_k = V_k \angle \delta_k$$

$$\mathbf{y}_{km} = g_{km} + jb_{km}$$

$$\mathbf{y}_{skm} = g_{skm} + jb_{skm}$$

$$\mathbf{V}_m = V_m \angle \delta_m$$



# Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς

$$P_{km} = (g_{km} + g_{skm}) \cdot V_k^2 - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \cos(\delta_k - \delta_m) - V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \sin(\delta_k - \delta_m)$$

$$P_{mk} = (g_{km} + g_{skm}) \cdot V_m^2 - V_m \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \cos(\delta_m - \delta_k) - V_m \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \sin(\delta_m - \delta_k)$$

$$P_{Loss_{km}} = P_{km} + P_{mk}$$

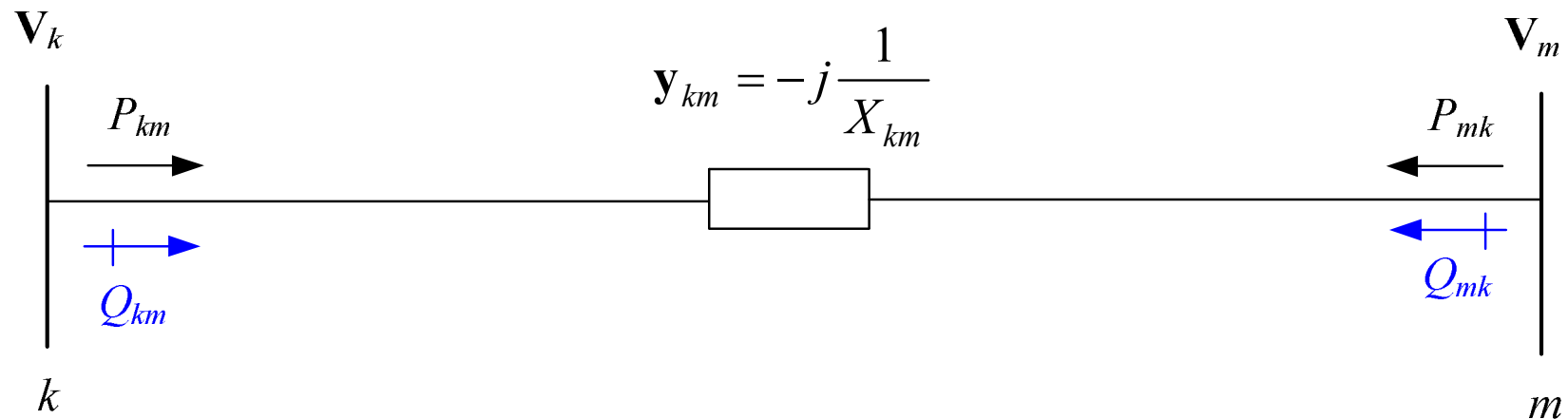
$$Q_{km} = -(b_{km} + b_{skm}) \cdot V_k^2 - V_k \cdot V_m \cdot g_{km} \cdot \sin(\delta_k - \delta_m) + V_k \cdot V_m \cdot b_{km} \cdot \cos(\delta_k - \delta_m)$$

$$Q_{mk} = -(b_{km} + b_{skm}) \cdot V_m^2 - V_m \cdot V_k \cdot g_{km} \cdot \sin(\delta_m - \delta_k) + V_m \cdot V_k \cdot b_{km} \cdot \cos(\delta_m - \delta_k)$$

$$Q_{Loss_{km}} = Q_{km} + Q_{mk}$$



# Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς **Χωρίς Απώλειες (R=0)**



$$\mathbf{y}_{km} = \frac{1}{\mathbf{z}_{km}} = \frac{1}{R_{km} + jX_{km}} = \frac{1}{jX_{km}} = -j \frac{1}{X_{km}} = g_{km} + jb_{km} \Rightarrow$$

$$g_{km} = 0 \quad , \quad b_{km} = \frac{-1}{X_{km}}$$

$$\mathbf{y}_{skm} = j \frac{BT_{km}}{2} = 0 = g_{skm} + jb_{skm} \Rightarrow$$

$$g_{skm} = 0 \quad , \quad b_{skm} = 0$$



# Υπολογισμός Ροών Ισχύος Γραμμής Μεταφοράς για Μοντέλο Γραμμής Μεταφοράς **Χωρίς Απώλειες** ( $R=0$ )

$$P_{km} = \frac{V_k \cdot V_m \cdot \sin(\delta_k - \delta_m)}{X_{km}}$$

$$P_{mk} = \frac{V_k \cdot V_m \cdot \sin(\delta_m - \delta_k)}{X_{km}}$$

$$P_{Loss_{km}} = P_{km} + P_{mk} = 0$$

$$Q_{km} = \frac{V_k^2}{X_{km}} - \frac{V_k \cdot V_m \cdot \cos(\delta_k - \delta_m)}{X_{km}}$$

$$Q_{mk} = \frac{V_m^2}{X_{km}} - \frac{V_k \cdot V_m \cdot \cos(\delta_m - \delta_k)}{X_{km}}$$

$$Q_{Loss_{km}} = Q_{km} + Q_{mk} \neq 0$$



## Τεχνικές Επίλυσης Προβλήματος Ροών Φορτίου

- Το πρόβλημα ροών φορτίου συνίσταται στη λύση ενός συστήματος  $n+m-1$  μη γραμμικών εξισώσεων.
- Το πρόβλημα ροών φορτίου επιλύεται με αριθμητικές μεθόδους, όπως:
  1. Μέθοδος Gauss
  2. Μέθοδος Gauss–Seidel
  3. Μέθοδος Newton–Raphson
  4. Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος ροών φορτίου



# Τεχνικές Επίλυσης Προβλήματος Ροών Φορτίου

## Μέθοδος Gauss–Seidel

$$\mathbf{V}_k^{(i+1)} = \frac{1}{\mathbf{Y}_{kk}} \cdot \left\{ \frac{P_k - jQ_k^{(i)}}{[\mathbf{V}_k^{(i)}]^*} - \sum_{m \in A_1(k)} \mathbf{Y}_{km} \cdot \mathbf{V}_m^{(i+1)} - \sum_{m \in A_2(k)} \mathbf{Y}_{km} \cdot \mathbf{V}_m^{(i)} \right\} \quad (10.16)$$

- $A_1(k)$  είναι το υποσύνολο των ζυγών που συνδέονται με τον ζυγό  $k$ , για τους οποίους η τάση έχει ήδη υπολογιστεί στην ανακύκλωση  $i + 1$ .
- $A_2(k)$  είναι το υποσύνολο των ζυγών που συνδέονται με τον ζυγό  $k$ , για τους οποίους η τάση έχει υπολογιστεί στην ανακύκλωση  $i$ .



## Παράδειγμα 10.1: Εκφώνηση

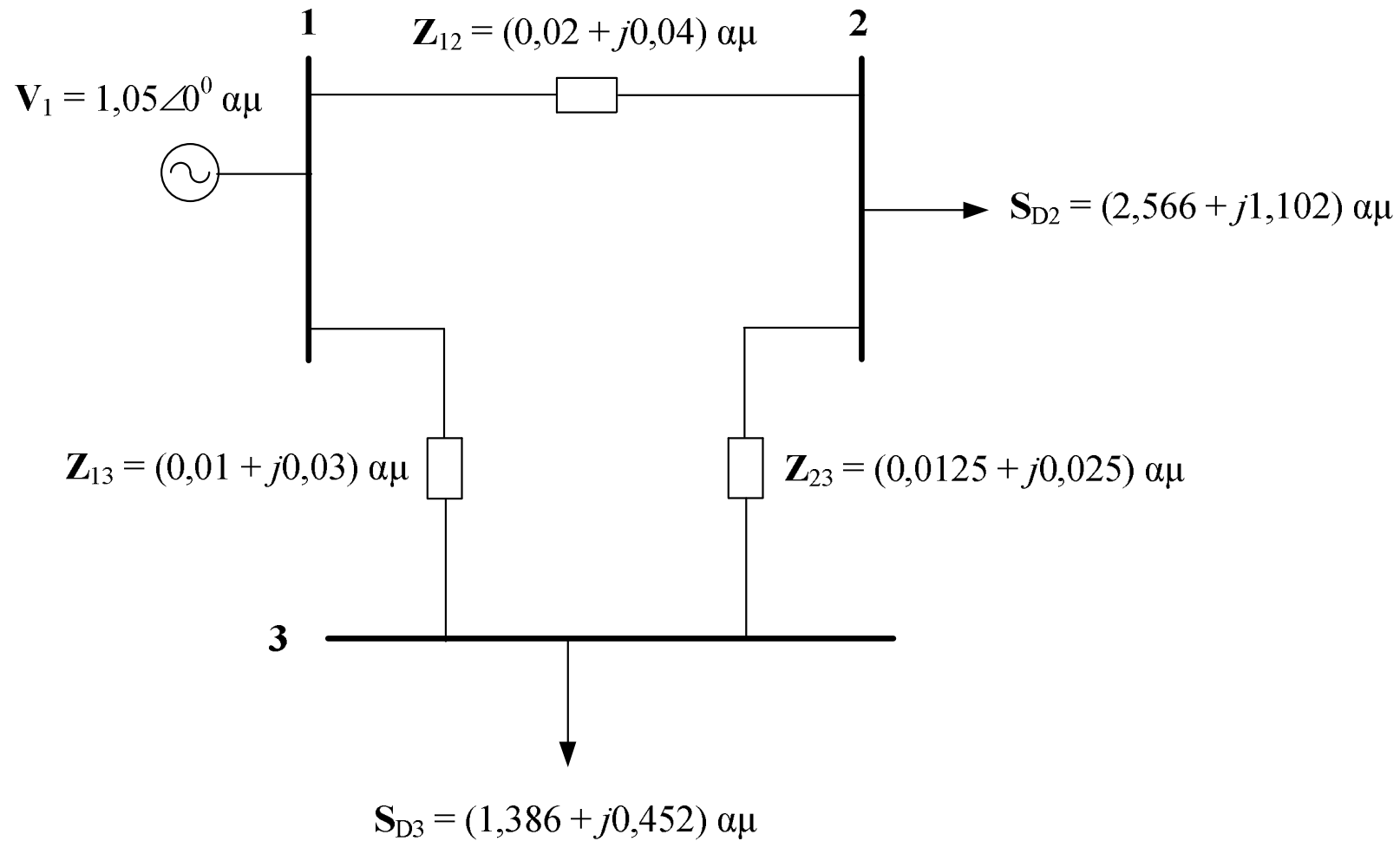
Στο τριφασικό ΣΗΕ του Σχήματος (της επόμενης διαφάνειας), η βάση ισχύος είναι 100 MVA. Ζητούνται:

1. Τα  $V_2$ ,  $V_3$  με τη μέθοδο Gauss–Seidel με ακρίβεια τεσσάρων (4) δεκαδικών ψηφίων.
2. Η πραγματική και η άεργη ισχύς του ζυγού αναφοράς.
3. Οι ροές ισχύος στις γραμμές μεταφοράς και οι απώλειες ισχύος των γραμμών μεταφοράς. Να κατασκευαστεί το διάγραμμα των ροών ισχύος.





## Παράδειγμα 10.1: Εκφώνηση





## Ερώτημα 1: Λύση

$$\mathbf{y}_{12} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{12}} = \frac{1}{0,02 + j0,04} \Rightarrow \mathbf{y}_{12} = (10 - j20) \text{ αμ}$$

$$\mathbf{y}_{13} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{13}} = \frac{1}{0,01 + j0,03} \Rightarrow \mathbf{y}_{13} = (10 - j30) \text{ αμ}$$

$$\mathbf{y}_{23} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{23}} = \frac{1}{0,0125 + j0,025} \Rightarrow \mathbf{y}_{23} = (16 - j32) \text{ αμ}$$

$$[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \mathbf{Y}_{12} & \mathbf{Y}_{13} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} & \mathbf{Y}_{23} \\ \mathbf{Y}_{31} & \mathbf{Y}_{32} & \mathbf{Y}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{13} & -\mathbf{y}_{12} & -\mathbf{y}_{13} \\ -\mathbf{y}_{12} & \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{23} & -\mathbf{y}_{23} \\ -\mathbf{y}_{13} & -\mathbf{y}_{23} & \mathbf{y}_{13} + \mathbf{y}_{23} \end{bmatrix} \Rightarrow$$



## Ερώτημα 1: Λύση

$$[\mathbf{Y}] = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix} \text{ αμ}$$

$$P_2 = P_{G2} - P_{D2} = 0 - 2,566 \Rightarrow P_2 = -2,566 \text{ αμ}$$

$$Q_2 = Q_{G2} - Q_{D2} = 0 - 1,102 \Rightarrow Q_2 = -1,102 \text{ αμ}$$

$$P_3 = P_{G3} - P_{D3} = 0 - 1,386 \Rightarrow P_3 = -1,386 \text{ αμ}$$

$$Q_3 = Q_{G3} - Q_{D3} = 0 - 0,452 \Rightarrow Q_3 = -0,452 \text{ αμ}$$

Αρχικές τιμές Gauss–Seidel:  $\mathbf{V}_3^{(0)} = 1 \angle 0^\circ \text{ αμ}$   $\mathbf{V}_2^{(0)} = 1 \angle 0^\circ \text{ αμ}$



## Ερώτημα 1: Λύση

Πρώτη ανακύκλωση Gauss–Seidel:

$$\mathbf{V}_2^{(1)} = \frac{1}{\mathbf{Y}_{22}} \cdot \left\{ \frac{P_2 - jQ_2}{[\mathbf{V}_2^{(0)}]^*} - \mathbf{Y}_{21} \cdot \mathbf{V}_1 - \mathbf{Y}_{23} \cdot \mathbf{V}_3^{(0)} \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_2^{(1)} = \frac{1}{26 - j52} \cdot \left\{ \frac{-2,566 + j1,102}{[1 \angle 0^\circ]^*} + (10 - j20) \cdot (1,05 \angle 0^\circ) + (16 - j32) \cdot (1 \angle 0^\circ) \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_2^{(1)} = (0,9825 - j0,0310) \text{ αμ}$$



## Ερώτημα 1: Λύση

Πρώτη ανακύκλωση Gauss–Seidel:

$$\mathbf{V}_3^{(1)} = \frac{1}{\mathbf{Y}_{33}} \cdot \left\{ \frac{P_3 - jQ_3}{[\mathbf{V}_3^{(0)}]^*} - \mathbf{Y}_{31} \cdot \mathbf{V}_1 - \mathbf{Y}_{32} \cdot \mathbf{V}_2^{(1)} \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_3^{(1)} = \frac{1}{26 - j62} \cdot \left\{ \frac{-1,386 + j0,452}{[1 \angle 0^\circ]^*} + (10 - j30) \cdot (1,05 \angle 0^\circ) + (16 - j32) \cdot (0,9825 - j0,0310) \right\} \Rightarrow$$

$$\mathbf{V}_3^{(1)} = (1,0011 - j0,0353) \text{ αμ}$$



## Ερώτημα 1: Λύση

Ανακύκλωση	$V_2$ (αμ)	$V_3$ (αμ)
1	$0,9825 - j 0,0310$	$1,0011 - j 0,0353$
2	$0,9816 - j 0,0520$	$1,0008 - j 0,0459$
3	$0,9808 - j 0,0578$	$1,0004 - j 0,0488$
4	$0,9801 - j 0,0598$	$1,0002 - j 0,0497$
5	$0,9801 - j 0,0599$	$1,0001 - j 0,0499$
6	$0,9801 - j 0,0599$	$1,0000 - j 0,0500$
7	$0,9800 - j 0,0600$	$1,0000 - j 0,0500$



## Ερώτημα 1: Λύση

Τελική λύση:

$$\mathbf{V}_2 = (0,9800 - j0,0600) \text{ αμ} = 0,98183 \angle -3,5035^\circ \text{ αμ}$$

$$\mathbf{V}_3 = (1,0000 - j0,0500) \text{ αμ} = 1,00125 \angle -2,8624^\circ \text{ αμ}$$



## Ερώτημα 2: Λύση

Μιγαδική εξίσωση ροής φορτίου του ζυγού 1:

$$S_1 = Y_{11}^* \cdot V_1^2 + Y_{12}^* \cdot V_1 \cdot V_2^* + Y_{13}^* \cdot V_1 \cdot V_3^* \Rightarrow$$

$$S_1 = (20 + j50) \cdot 1,05^2 + (-10 - j20) \cdot 1,05 \cdot (0,98 + j0,06) + (-10 - j30) \cdot 1,05 \cdot (1,00 + j0,05) \Rightarrow$$

$$S_1 = (4,095 + j1,89) \text{ αμ} = 409,5 \text{ MW} + j189 \text{ MVAR}$$





## Ερώτημα 3: Λύση

Ροή ενεργού ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1-2:

$$P_{12} = (g_{12} + g_{s12}) \cdot V_1^2 - V_1 \cdot V_2 \cdot g_{12} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_2) - V_1 \cdot V_2 \cdot b_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2) \Rightarrow$$

$$P_{12} = (10 + 0) \cdot 1,05^2 - 1,05 \cdot 0,98183 \cdot 10 \cdot \cos(0^0 + 3,5035^0) - 1,05 \cdot 0,98183 \cdot (-20) \cdot \sin(0^0 + 3,5035^0) \Rightarrow$$

$$P_{12} = 1,995 \text{ αμ} = 199,5 \text{ MW}$$



## Ερώτημα 3: Λύση

Ροή αέργου ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$Q_{12} = -(b_{12} + b_{s12}) \cdot V_1^2 - V_1 \cdot V_2 \cdot g_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2) + V_1 \cdot V_2 \cdot b_{12} \cdot \cos(\delta_1 - \delta_2) \Rightarrow$$

$$Q_{12} = -(-20 + 0) \cdot 1,05^2 - 1,05 \cdot 0,98183 \cdot 10 \cdot \sin(0^\circ + 3,5035^\circ) + 1,05 \cdot 0,98183 \cdot (-20) \cdot \cos(0^\circ + 3,5035^\circ) \Rightarrow$$

$$Q_{12} = 0,84 \text{ αμ} = 84 \text{ MVAR}$$

Αντίστοιχα, υπολογίζεται ότι:

$$P_{21} = -191,0 \text{ MW}$$

$$Q_{21} = -67 \text{ MVAR}$$



## Ερώτημα 3: Λύση

Απώλειες ενεργού ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$P_{Loss_{12}} = P_{12} + P_{21} = 199,5 - 191 \Rightarrow \boxed{P_{Loss_{12}} = 8,5 \text{ MW}}$$

Απώλειες αέργου ισχύος στη γραμμή μεταφοράς 1–2:

$$Q_{Loss_{12}} = Q_{12} + Q_{21} = 84 - 67 \Rightarrow \boxed{Q_{Loss_{12}} = 17,0 \text{ MVAR}}$$



# Ερώτημα 3

