Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Ασύγχρονη μηχανή - Ασκήσεις

Σταύρος Αθ. Παπαθανασίου
Καθ. ΕΜΠ

Άσκηση 1

Τριφασικός κινητήρας επαγωγής 10 HP, 380 V, 50 Hz, συνδέσεως αστέρα έχει τις παρακάτω παραμέτρους:

$$r_1 = r_2 = 0,4\ \Omega, \qquad \mathrm{X}_1 = \mathrm{X}_2 = 0,6\ \Omega, \qquad \mathrm{X}_m = 20\ \Omega$$

Όταν ο κινητήρας τροφοδοτείται με την ονομαστική του τάση να βρεθούν:

α) Η ολίσθηση στην οποία ο κινητήρας αποδίδει την ονομαστική του ισχύ. (Οι απώλειες περιστροφής αμελούνται.)

β) Ο βαθμός αποδόσεως του κινητήρα.

Λύση

α)

$$V_{th} = 220\left|\frac{j20}{0{,}4 + j20{,}6}\right| = 213{,}55\,V$$

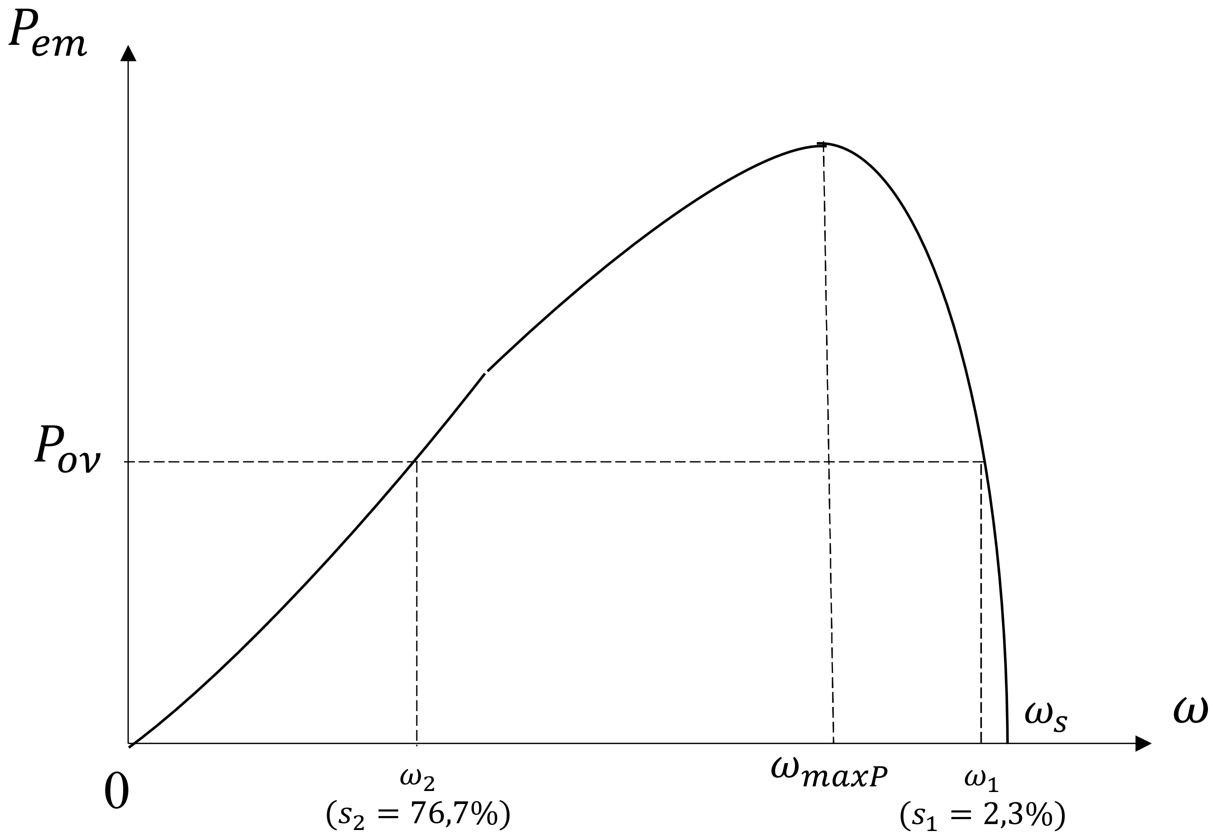
$$R_{th} + jX_{th} = \frac{j20(0{,}4 + j0{,}6)}{0{,}4 + j20{,}6} = 0{,}377 + j0{,}59\ \Omega$$

$$P_{\varepsilon\sigma} = \frac{3 \cdot 213{,}55^2 \frac{r_2}{s}(1 - s)}{\left(0{,}377 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (0{,}6 + 0{,}59)^2} = 7460\,W$$

Θέτοντας $z = \frac{r_2}{s}$, προκύπτει μετά από πράξεις:

$$(0{,}377 + z)^2 + 1{,}19^2 = 18{,}339 \cdot (z - 0{,}4) \Rightarrow$$
$$z^2 - 17{,}585z + 8{,}894 = 0$$

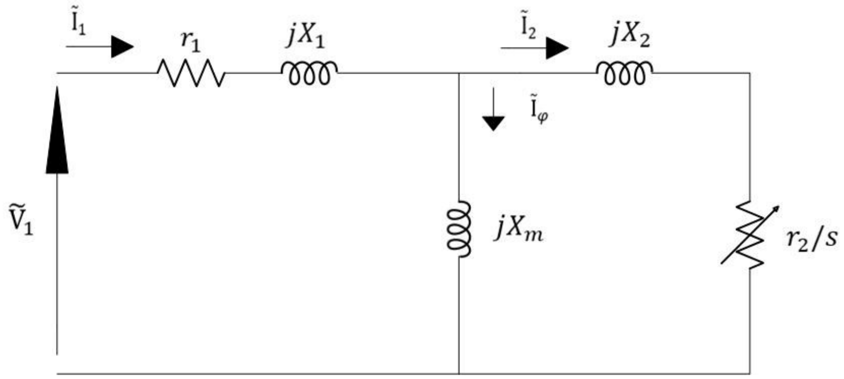
Οι λύσεις του τριωνύμου αντιστοιχούν σε $s = 0{,}023$ ή $s = 0{,}767$.



Από αυτές η πρώτη είναι η ολίσθηση κανονικής λειτουργίας και η δεύτερη αντιστοιχεί στην περιοχή επιταχύνσεως. Άρα ο κινητήρας αποδίδει την ονομαστική του ισχύ σε ολίσθηση 2,3%.

β)

Από το προηγούμενο ερώτημα γνωρίζουμε την αντίσταση $\frac{r_2}{s} = 17{,}064\ \Omega$, καθώς και την αποδιδόμενη ισχύ 7460 W. Για να βρούμε το βαθμό απόδοσης αρκεί να υπολογίσουμε την ισχύ εισόδου από το ισοδύναμο κύκλωμα.



$$Z_{o\lambda} = \left(\frac{r_2}{s} + jX_2\right) /\!/ \, jX_m + r_1 + jX_1$$

$$Z_{o\lambda} = \frac{\left(\frac{r_2}{s} + jX_2\right) jX_m}{\frac{r_2}{s} + j(X_2 + X_m)} + r_1 + jX_1 = \frac{(17{,}064 + j0{,}6)j20}{17{,}064 + j20{,}6} + 0{,}4 + j0{,}6 \Rightarrow$$

$$Z_{o\lambda} = 9{,}939 + j9{,}084\ \Omega = 13{,}465\angle 42{,}43°\ \Omega$$

$$\tilde{\mathrm{I}}_1 = \frac{220\angle 0°}{\mathrm{Z}_{\mathrm{o}\lambda}} = \frac{220\angle 0°}{13{,}465\angle 42{,}43°} = 16{,}339\angle -42{,}43°\ \mathrm{A}$$

$$P_1 = 3V_1 I_1 cos\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 16{,}339 \cdot \cos 42{,}43\,° = 7960\ W$$

και άρα ο βαθμός απόδοσης είναι

$$\eta = \mathrm{B.A.} = \frac{7460}{7960} = 0{,}937$$

Άσκηση 2

Εξαπολικός κινητήρας επαγωγής συνδέσεως τριγώνου με τυλιγμένο δρομέα έχει τα ακόλουθα στοιχεία ισοδυνάμου κυκλώματος (ανηγμένα στο στάτη ανά φάση)

$$\boldsymbol{r_1 = r_2 = 0,5\ \Omega}, \qquad \mathbf{X_1 = X_2 = 2\ \Omega}, \qquad \mathbf{X_m = 18\ \Omega}$$

Ο κινητήρας συνδέεται σε συμμετρικό τριφασικό δίκτυο 800 V, 50 Hz και χρησιμοποιείται για την κίνηση φορτίου 30 HP με 950 στροφές ανά λεπτό.

α) Πόση αντίσταση πρέπει να προστεθεί στο τύλιγμα του δρομέα;

β) Ποιο το ρεύμα γραμμής και ο συντελεστής ισχύος του κινητήρα στην παραπάνω κατάσταση λειτουργίας;

Οι απώλειες περιστροφής θεωρούνται σταθερές και ίσες με 800 W.

Λύση

α)

$$P_{\varepsilon\sigma} = 30 \cdot 746 + 800 = 23180\ W$$
$$n_1 = 120 \cdot \frac{50}{6} = 1000\ \Sigma\mathrm{A}\Lambda$$
$$s = \frac{1000 - 950}{1000} = 0{,}05$$
$$V_1 = 800\ V$$
$$V_{th} = V_1 \left| \frac{j18}{0{,}5 + j20} \right| = 719{,}77\ V$$
$$R_{th} + jX_{th} = \frac{j18(0{,}5 + j2)}{0{,}5 + j20} = 0{,}405 + j1{,}81\ \Omega$$

$$P_{\varepsilon\sigma} = T_{\varepsilon\sigma} \cdot \omega_m = \frac{\omega_m}{\omega_s} \frac{3\, V_{th}^2 \frac{r_2{}'}{s}}{\left(R_{th} + \frac{r_2{}'}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2)^2} = \frac{3 \cdot 719{,}77^2 \frac{r_2{}'}{s}(1-s)}{\left(0{,}405 + \frac{r_2{}'}{s}\right)^2 + (1{,}81 + 2)^2} = 23180\, W$$

Θέτοντας $z = \frac{r_2{}'}{s}$, όπου $r_2{}'$ η συνολική αντίσταση δρομέα, προκύπτει:

$$(0{,}405 + z)^2 + 3{,}81^2 = 67{,}05z \cdot 0{,}95 \Rightarrow$$

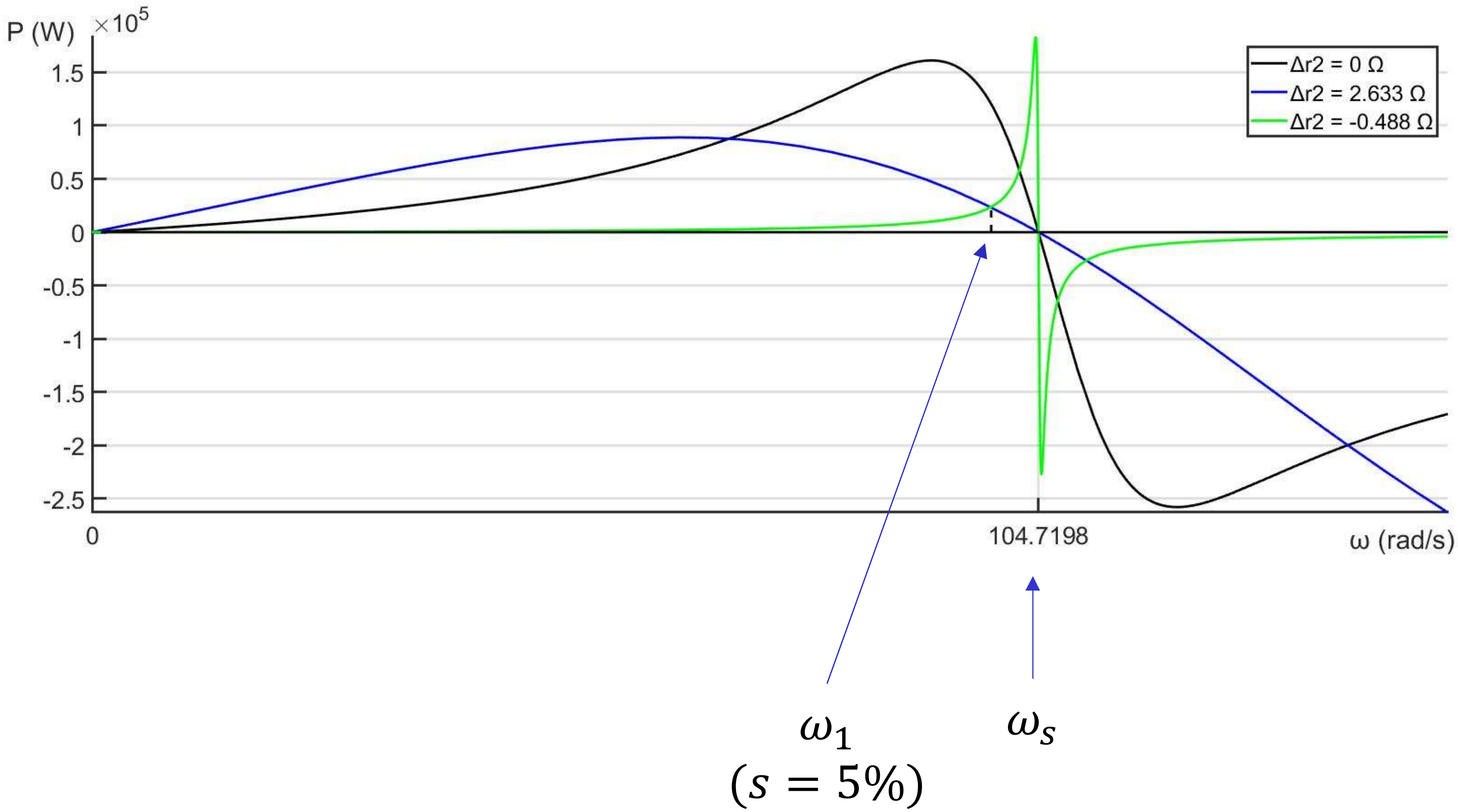
$$z^2 - 62{,}887z + 14{,}68 = 0$$

Οι λύσεις του τριωνύμου: $z = 0{,}234\, \Omega$ ή $z = 62,653\, \Omega$.

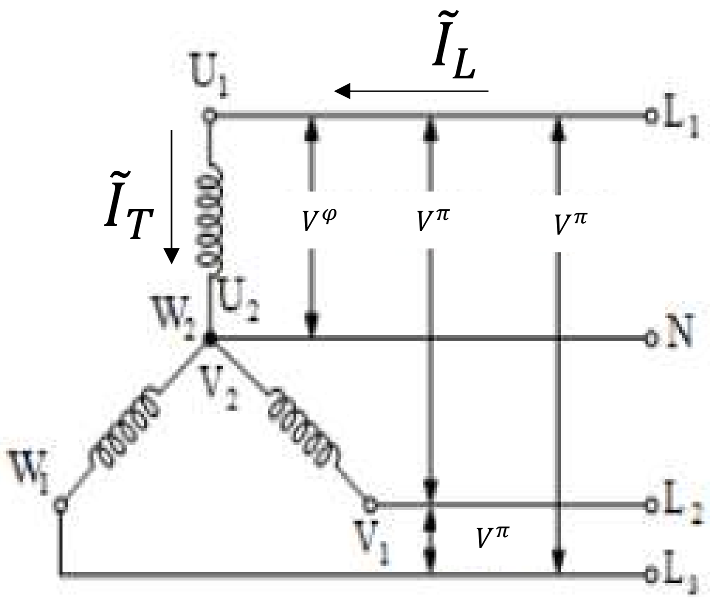
$$r_2{}' = 0{,}012\, \Omega \text{ ή } r_2{}' = 3{,}133\, \Omega.$$

Επομένως πρέπει να προσθέσουμε εξωτερική αντίσταση

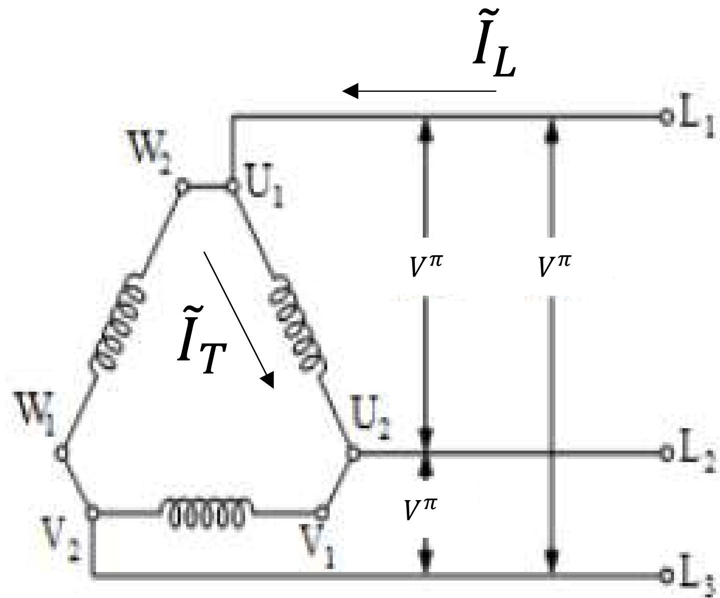
$$\Delta \mathrm{r}_2 = 3{,}133 - 0{,}5 = 2{,}633\, \Omega$$


P (W)
×10^5
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
-2.5
0
104.7198
ω (rad/s)
Δr2 = 0 Ω
Δr2 = 2.633 Ω
Δr2 = -0.488 Ω
ω_1
$(s = 5\%)$
ω_s

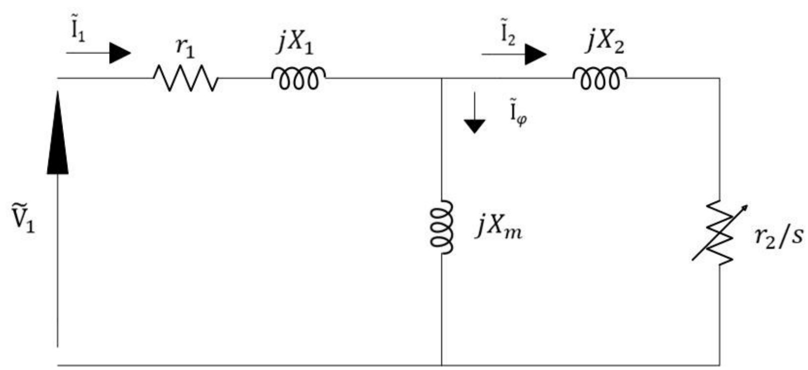
β)



$\tilde{I}_L$
$\tilde{I}_T$
U1
L1
U2
W2
N
V2
W1
V1
L2
L3
V^{φ}
V^{π}
V^{π}
V^{π}



$\tilde{I}_L$
$\tilde{I}_T$
W2
U1
L1
W1
U2
L2
V2
V1
L3
V^{π}
V^{π}
V^{π}



$\tilde{I}_1$
r_1
jX_1
$\tilde{I}_2$
jX_2
$\tilde{I}_\varphi$
$\tilde{V}_1$
jX_m
r_2/s

Είναι

$$\tilde{I}_1 = \frac{\tilde{V}_1}{r_1 + jX_1 + \dfrac{jX_m(jX_2 + r_2/s)}{jX_m + jX_2 + r_2/s}} = \frac{800\angle\, 0°}{0{,}5 + j2 + \dfrac{j18(j2 + 0{,}5/0{,}05)}{j18 + j2 + 0{,}5/0{,}05}} = \frac{800\angle\, 0°}{9{,}914\angle\, 45{,}25°}$$

$$\rightarrow \tilde{I}_1 = 80{,}696\angle\, -45{,}25°\ A$$

$$\Sigma.\mathrm{I}. = cos\varphi = \cos 45{,}25° = 0{,}704\ \varepsilon\pi\alpha\gamma.$$

Επειδή έχουμε συνδεσμολογία τριγώνου ισχύει ότι:

$$I_T = I_1$$

και το ρεύμα γραμμής θα είναι:

$$I_L = \sqrt{3} I_T = 139{,}77A$$

Άσκηση 3

Κινητήρας επαγωγής 380 V, 50 Hz, βραχυκυκλωμένου δρομέα έχει τις παρακάτω παραμέτρους ανά φάση (ανηγμένες στο στάτη):

$$\boldsymbol{R_1 = 1\ \Omega}, \qquad \mathbf{X_1 = 4\ \Omega}, \qquad \boldsymbol{r_2 = 0,8\ \Omega}, \qquad \mathbf{X_2 = 3,5\ \Omega}$$

όπου στις τιμές R_1 και X_1 έχει συμπεριληφθεί η επίδραση της αντίστασης μαγνητίσεως X_{φ}.

α) Αν κατά την κανονική λειτουργία η εσωτερική ροπή είναι ίση με τη ροπή εκκινήσεως, να υπολογιστεί η ολίσθηση κανονικής λειτουργίας.

β) Να υπολογιστεί η ολίσθηση στην οποία η ροπή γίνεται μέγιστη.

Λύση

α)

$$R_1 = R_{th} \text{ και } X_1 = X_{th}$$

Ισχύει ότι:

$$T_{εκκ} = T_{em} \Rightarrow$$

$$\frac{3}{\omega_s}\frac{V_{th}^2 r_2}{(R_{th}+r_2)^2+(X_{th}+X_2)^2} = \frac{3}{\omega_s}\frac{V_{th}^2 \frac{r_2}{s}}{\left(R_{th}+\frac{r_2}{s}\right)^2+(X_{th}+X_2)^2}$$

Μοναδικός άγνωστος η ζητούμενη ολίσθηση

Αντικαθιστώντας με $z = \frac{r_2}{s}$ και μετά από πράξεις λαμβάνουμε:

$$(1+z)^2 + 7{,}5^2 = \frac{1{,}8^2 + 7{,}5^2}{0{,}8} z$$

ή ισοδύναμα:

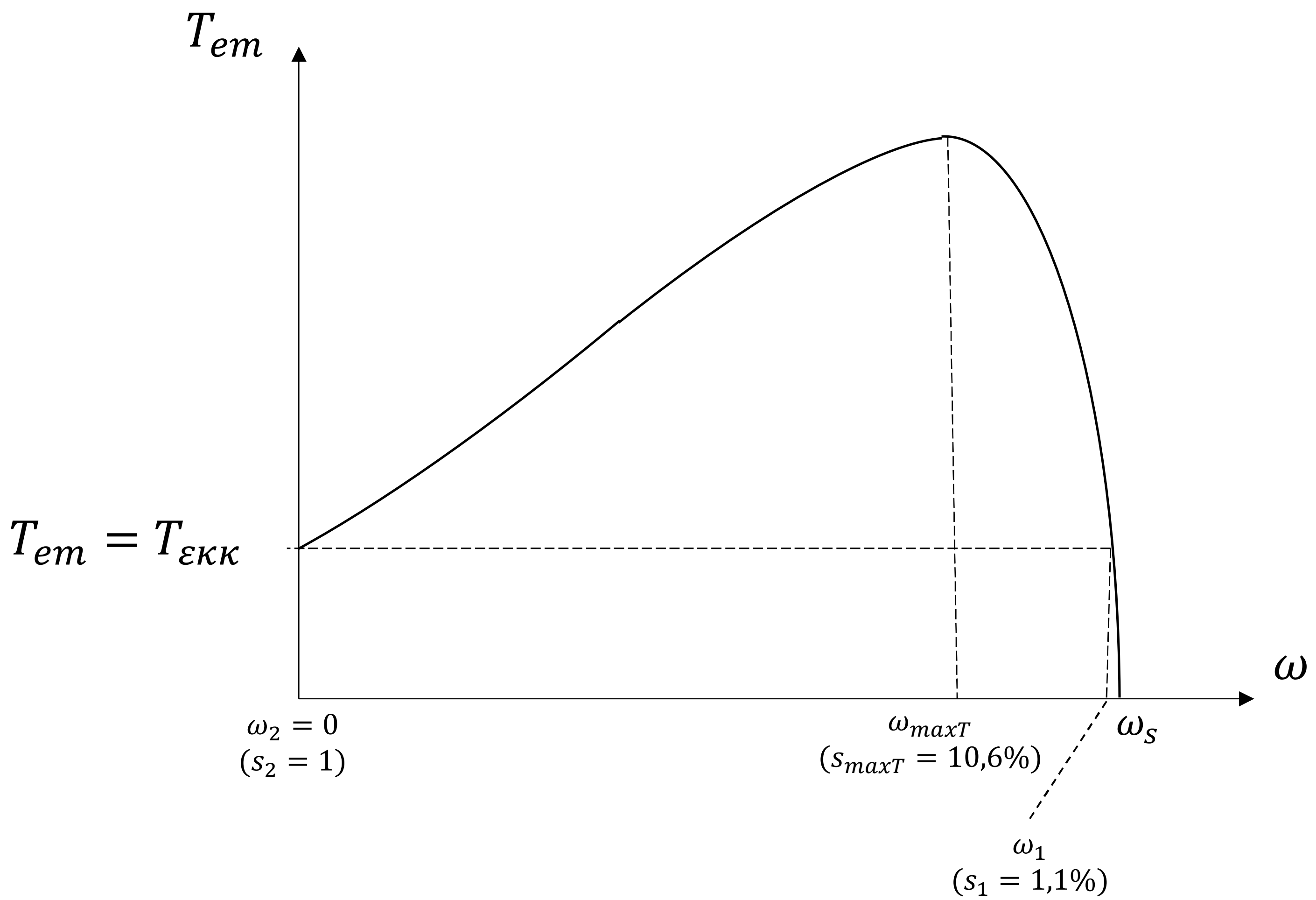
$$z^2 - 72{,}363z + 57{,}25 = 0$$

Η λύση $z = 71{,}563$ αντιστοιχεί σε ολίσθηση $s = 0{,}011$, ενώ η λύση $z = 0{,}8$ αντιστοιχεί σε ολίσθηση εκκινήσεως $s = 1$. Συνεπώς, η ολίσθηση κανονικής λειτουργίας είναι $s = 1{,}1\%$

β)

$$s_{maxT} = \frac{r_2}{\sqrt{R_{th}^2 + (X_{th} + X_2)^2}} = 0{,}106$$

Άρα η ροπή γίνεται μέγιστη για ολίσθηση 10,6%.


T_{em}
$T_{em} = T_{εκκ}$
ω
$\omega_2 = 0$
$(s_2 = 1)$
ω_{maxT}
$(s_{maxT} = 10{,}6\%)$
ω_s
ω_1
$(s_1 = 1{,}1\%)$

Άσκηση 4

Τα στοιχεία του ισοδυνάμου ανά φάση κυκλώματος μιας σύγχρονης τριφασικής εξαπολικής γεννήτριας 380 V, 50 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα είναι:

$$\boldsymbol{r_1 \sim 0\ \Omega}, \quad \mathbf{X_1 = 1\ \Omega}, \quad \mathbf{X_m = 12\ \Omega}, \quad \boldsymbol{r_2 = 0{,}1\ \Omega}, \quad \mathbf{X_2 = 1\ \Omega}$$

Η γεννήτρια τροφοδοτεί φορτίο υπό ονομαστική τάση και συχνότητα ενώ εμφανίζει απώλειες περιστροφής 500 W. Ζητούνται:

α) Να υπολογιστεί η ταχύτητα περιστροφής του δρομέα όταν η γεννήτρια παράγει ισχύ 17 kW

β) Εάν το φορτίο μεταβληθεί και η ταχύτητα του δρομέα γίνει 1010 ΣΑΛ να υπολογιστούν η αναπτυσσόμενη ροπή και ο βαθμός απόδοσης της γεννήτριας

Λύση

α)

$$V_{th} = \frac{X_m}{X_1 + X_m} \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} = 202{,}5\ V$$

$$R_{th} = 0$$

$$X_{th} = \frac{X_1 X_m}{X_1 + X_m} = 0{,}923\ \Omega$$

$$P_{\varepsilon\xi} = \mathrm{P_{g1}} = \mathrm{T_e \omega_s} = \frac{3V_{th}^2 \frac{r_2}{s}}{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2)^2} = -17000\ W$$

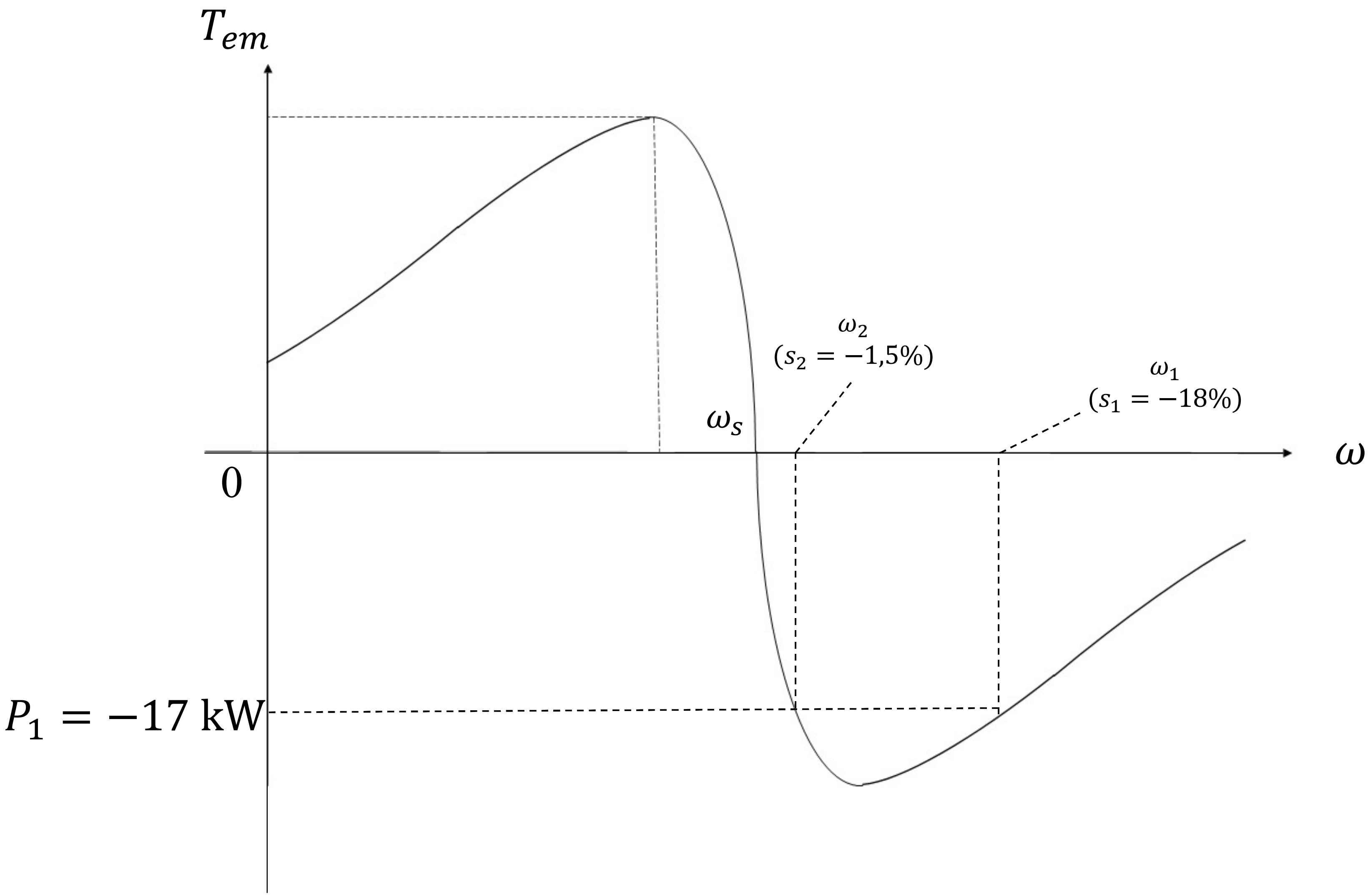
Έστω $z = \frac{r_2}{s}$, τότε μετά από πράξεις προκύπτει:

$$17000z^2 + 123038z + 62869{,}8 = 0 \Rightarrow$$

$$z_1 = -0{,}553 \rightarrow s_1 = -0{,}18$$

$$z_2 = -6{,}684 \rightarrow \boldsymbol{s_2 = -0,015}$$

$$n = (1 - s_2)n_s = 1015\ \Sigma\mathrm{A}\Lambda$$



T_{em}
0
ω_s
ω_2
$(s_2 = -1{,}5\%)$
ω_1
$(s_1 = -18\%)$
ω
$P_1 = -17$ kW

β)

$$\omega_s = \frac{100\pi}{6/2} = 104{,}72\, rad/s$$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} = \frac{1000 - 1010}{1000} = -0{,}01$$

$$T_{em} = \frac{3}{\omega_s} \cdot \frac{V_{th}^2 \frac{r_2}{s}}{\left(R_{th} + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (X_{th} + X_2)^2} = \frac{3}{104{,}72} \cdot \frac{202{,}5^2 \cdot (10)}{(10)^2 + (1{,}923)^2} = 114{,}6\, Nm$$

$$P_e = P_g = T_e \omega_s = 114{,}6 \cdot 104{,}72 = 12\, kW$$

$$P_{em} = T_e(1 - s)\omega_s = 114{,}6 \cdot 1{,}01 \cdot 104{,}72 = 12{,}121\, kW$$

$$\eta = \frac{12000}{12121 + 500} = 0{,}951$$

$$f_r = |s| f_e = 0{,}01 \cdot 50 = 0{,}5\, Hz$$

Άσκηση 5

Τα στοιχεία του ισοδυνάμου κυκλώματος ανά φάση ενός ασύγχρονου τριφασικού διπολικού κινητήρα 380 V, 50 Hz, συνδεσμολογίας αστέρα είναι:

$$\boldsymbol{r_1 \sim 0\ \Omega, \quad X_1 = 0,1\ \Omega, \quad X_m = 12\ \Omega, \quad r_2 = 0,01\ \Omega, \quad X_2 = 0,1\ \Omega}$$

Ο κινητήρας τροφοδοτείται με ονομαστική τάση και συχνότητα. Ζητούνται:

α) Οι τιμές των ρευμάτων στάτη και δρομέα (ανηγμένο στο στάτη) κατά την εκκίνηση καθώς και η ροπή εκκίνησης

β) Η τιμή χωρητικότητας τριών ίδιων πυκνωτών οι οποίοι συνδεόμενοι σε τρίγωνο παράλληλα στους ακροδέκτες του κινητήρα επιτυγχάνουν συνολικό συντελεστή ισχύος κατά την εκκίνηση ίσο με 0.9 επαγ. ή μοναδιαίο.

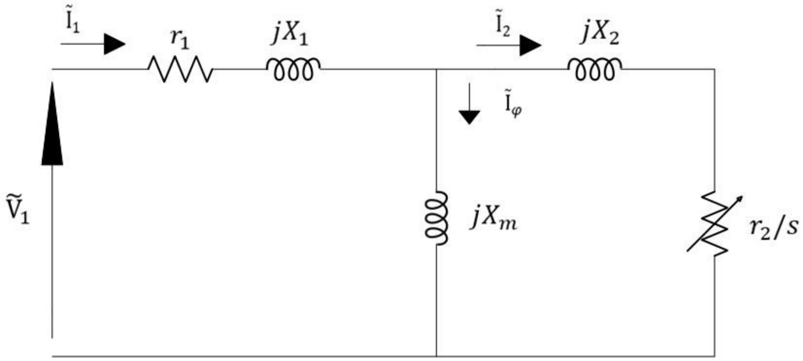
γ) Πώς θα μεταβληθεί το ρεύμα γραμμής κατά την εκκίνηση και η ροπή εκκίνησης εάν ο κινητήρας συνδεθεί σε τρίγωνο (οι παράμετροι του ισοδυνάμου κυκλώματος μπορούν να θεωρηθούν αμετάβλητες)

δ) Η συχνότητα των ρευμάτων του δρομέα κατά την εκκίνηση

Λύση

α)

$$\tilde{I}_1 = \frac{\tilde{V}_1}{jX_1 + \frac{jX_m(jX_2 + r_2)}{jX_m + jX_2 + r_2}} = \frac{\frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0°}{j0{,}1 + \frac{j12(j0{,}1 + 0{,}01)}{j12 + j0{,}1 + 0{,}01}} = 1103{,}1\angle -87{,}17°\ A$$



$$jX_{th} = \frac{jX_m \cdot jX_1}{jX_m + jX_1} = j0{,}099\ \Omega$$

$$V_{th} = V_1 \left|\frac{jX_m}{jX_m + jX_1}\right| = 218{,}18\ V$$

$$I_2 = \left|\frac{V_{th}}{r_2 + j(X_{th} + X_2)}\right| = \left|\frac{218{,}18}{0{,}01 + j12{,}1}\right| = 1095\ A$$

$$T_{\varepsilon\kappa\kappa} = \frac{1}{\omega_s} 3I_2^2 r_2 = 114{,}5\ Nm$$

$$(P_g = 3I_2^2 r_2, \omega_s = 100\pi = 314\frac{rad}{s})$$

Εναλλακτικά, με διαίρεση ρεύματος:

$$\tilde{I}_2 = \tilde{I}_1 \frac{jX_m}{r_2 + j(X_m + X_2)}$$

β)

$$Q_{\varepsilon\kappa\kappa} = 3V_1 I_{\varepsilon\kappa\kappa} sin\varphi = 3 \cdot 220 \cdot 1103{,}1 \cdot \sin(87{,}17°) = 727{,}16\ kVAr$$

Για $cos\varphi_{\varepsilon\kappa\kappa} = 1$:

$$Q_c = Q_{\varepsilon\kappa\kappa} = \frac{3V_\pi^2}{z_c} = 3V_\pi^2 \omega C \Rightarrow C = \frac{727{,}16 \cdot 10^3}{3 \cdot 380^2 \cdot 314} = 5{,}32\ mF$$

Για $cos\varphi_{\varepsilon\kappa\kappa} = 0{,}9\ \varepsilon\pi\alpha\gamma \Rightarrow tan\varphi_{\varepsilon\kappa\kappa} = 0{,}484$

$$P_{\varepsilon\kappa\kappa} = \frac{Q_{\varepsilon\kappa\kappa}}{tan\varphi} = \frac{727{,}17}{\tan(\cos^{-1} 87{,}17°)} = 35{,}95\ kW$$

$$Q'_{\varepsilon\kappa\kappa} = tan\varphi_{\varepsilon\kappa\kappa} \cdot P_{\varepsilon\kappa\kappa} = 17{,}41\ \mathrm{kVAr}$$

$$Q_{\varepsilon\kappa\kappa} - Q'_C = Q'_{\varepsilon\kappa\kappa} \Rightarrow Q'_C = 727{,}16 - 17{,}41 = 709{,}75\ kVAr$$

$$C' = \frac{709{,}75 \cdot 10^3}{3 \cdot 380^2 \cdot 314} = 5{,}22\ mF$$

γ)

$$I_{\varepsilon\kappa\kappa}^{\Delta} = 3I_{\varepsilon\kappa\kappa}^{Y} \text{ και } T_{\varepsilon\kappa\kappa}^{\Delta} = 3T_{\varepsilon\kappa\kappa}^{Y}$$

Υπολογισμός ίδιος αλλά χρησιμοποιούμε πολική τάση στο ανά φάση ισοδύναμο κύκλωμα και λαμβάνουμε υπόψη ότι

$$I_{\gamma\rho} = \sqrt{3} I_{\tau\upsilon\lambda}$$

δ)

$$f_r = sf_e = 1 \cdot 50 = 50\ Hz$$