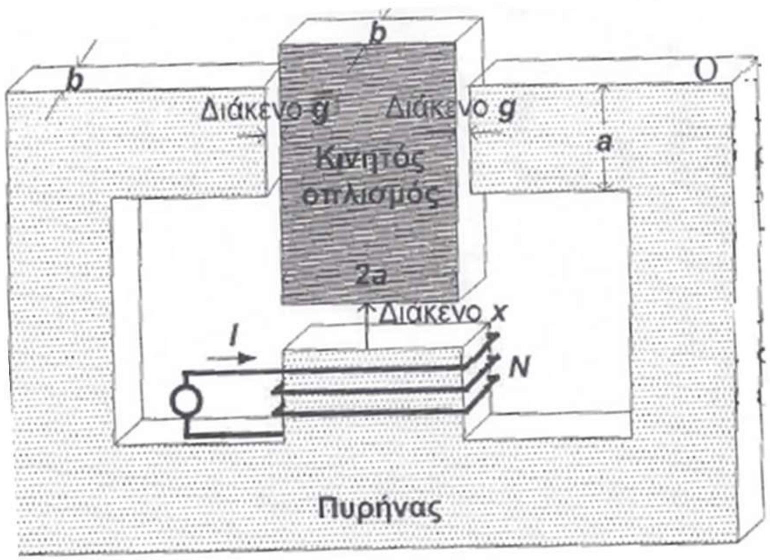
Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Ηλεκτρομηχανική Μετατροπή Ενέργειας

Ασκήσεις

Σταύρος Αθ. Παπαθανασίου
Καθ. ΕΜΠ

Άσκηση



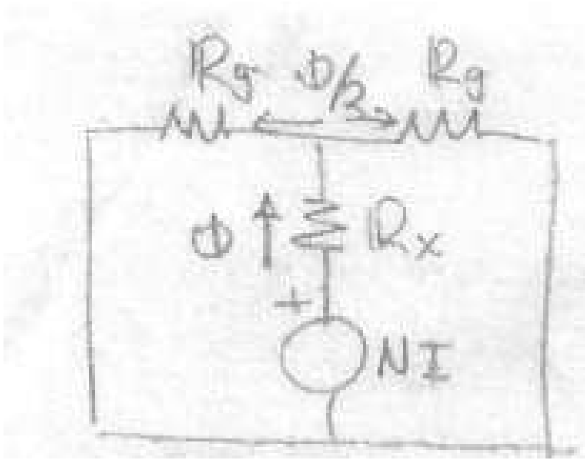
Ο πυρήνας και ο οπλισμός του ηλεκτρονόμου του σχήματος είναι κατασκευασμένοι από ιδανικά σιδηρομαγνητικά υλικά με γεωμετρικές διαστάσεις $a = b = 2\ cm$ και μήκος πλευρικών διακένων $g = 1\ mm$. Η κίνηση του οπλισμού πραγματοποιείται κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Το πηνίο της διάταξης διαθέτει $N = 500\ \varepsilon\lambda\iota\gamma\mu$. και τροφοδοτείται από πηγή ΣΡ με σταθερή ένταση $I = 1\ A$. Αγνοώντας τη θυσάνωση του πεδίου στα διάκενα, να υπολογιστούν τα ακόλουθα:

α) Η αυτεπαγωγή του πηνίου για μήκος $\mathrm{x} = 2mm$ του κύριου διακένου.

β) Το μέτρο και η φορά της δύναμης που ασκείται στον οπλισμό, για το μήκος του διακένου x του προηγούμενου ερωτήματος.

γ) Ο μέγιστος αριθμός ελιγμάτων του πηνίου, προκειμένου η μαγνητική επαγωγή στο εσωτερικό του πυρήνα και του οπλισμού να μην υπερβαίνει το 1 T, για οποιαδήποτε θέση του οπλισμού.

Λύση



α)

$$\mathcal{R}_g = \frac{g}{\mu_0 ab}, \mathcal{R}_x = \frac{x}{2\mu_0 ab}$$

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_x + \frac{1}{2}\mathcal{R}_g = \frac{x+g}{2\mu_0 ab}$$

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{2\mu_0 abN^2}{x+g} = 83{,}78\, mH$$

β)

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{dx} = -I^2 \frac{\mu_0 abN^2}{(x+g)^2} = -13{,}96\, N$$

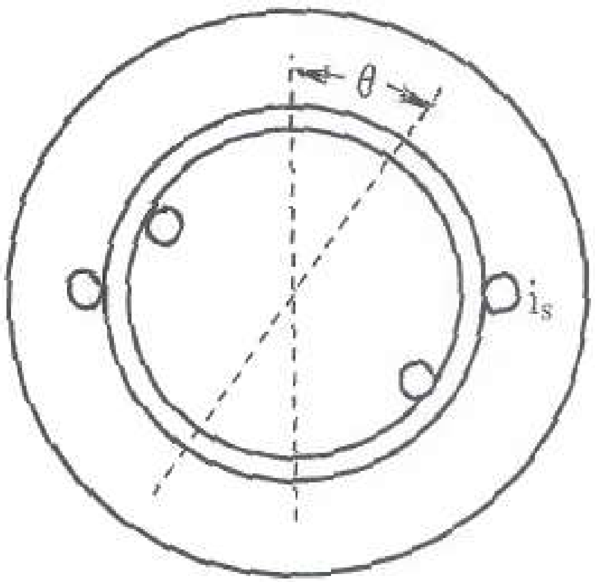
γ)

$$B_{o\pi\lambda} = \frac{\Phi}{2ab}$$

$$B_{max} = \frac{\Phi_{max}}{2ab} = \frac{NI}{2ab\mathcal{R}_{min}} = \frac{NI}{2ab \cdot \frac{g}{2\mu_0 ab}} = \frac{\mu_0 NI}{g}$$

$$N_{max} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{gB_{max}}{I} = 795\ \varepsilon\lambda\iota\gamma\mu.$$

Άσκηση



Η συσκευή ηλεκτρομηχανικής μετατροπής του σχήματος φέρει σταθερό μέρος (στάτη) και κινητό μέρος (δρομέα) κατασκευασμένα από σιδηρομαγνητικό υλικό του οποίου η διαπερατότητα μπορεί να θεωρηθεί άπειρη και χωρίζονται από σταθερό διάκενο. Η συσκευή περιλαμβάνει δύο συγκεντρωμένα τυλίγματα: ένα στον στάτη με αριθμό ελιγμάτων N_s = 1000 και ένα στο δρομέα με αριθμό ελιγμάτων N_r = 100. Η αλληλεπαγωγή των δύο τυλιγμάτων μεταβάλλεται κατά την περιστροφή του δρομέα ως εξής: $L_{sr}(\theta)=M\cos(\theta)$ με M = 10 mH. Ζητούνται:

α) Η τιμή της μαγνητικής αντίστασης μαγνητίσεως για $\theta = 0$.

β) Η πεπλεγμένη ροή του στάτη για $\theta = 0$, $i_r = 10$ A, $i_s = 0$.

γ) Η στιγμιαία τιμή της αναπτυσσόμενης ηλεκτρομαγνητικής ροπής συναρτήσει των i_r , i_s , θ.

δ) Εάν $i_r = I_r$, $i_s = I_r$ (συνεχή ρεύματα) να βρεθούν οι θέσεις ισορροπίας και να χαρακτηρισθεί η ευστάθειά τους.

Λύση

α)

$$R = \frac{N_s N_r}{M} = \frac{1000 \cdot 100}{M} = 10^7 \frac{A\varepsilon}{Wb}$$

β)

$$\lambda_s = L_{sr} I_r = 0{,}1\, Wb$$

γ)

$$T_\pi = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} = -M i_s i_r sin\theta$$

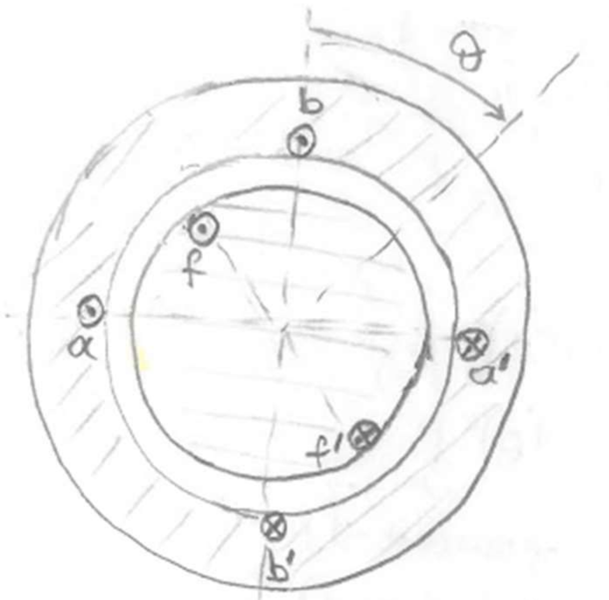
$$T = 0 \rightarrow \theta_1 = 0 \text{ και } \theta_2 = 0$$

δ)

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -M I_s I_r cos\theta \text{ για } \theta = 0, \frac{\partial T}{\partial \theta} = -M I_s I_r < 0 \text{ ευσταθής}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} = -M I_s I_r cos\theta \text{ για } \theta = \pi, \frac{\partial T}{\partial \theta} = M I_s I_r > 0 \text{ ασταθής}$$

Παράδειγμα: Η διφασική Μηχανή



$$L_{aa} = L_{bb} = L_s = \sigma\tau\alpha\theta.$$
$$L_{ff} = L_f = \sigma\tau\alpha\theta.$$
$$L_{af} = M cos\theta$$
$$L_{bf} = M sin\theta$$
$$L_{ab} = 0$$

αφού τα πεδία των φάσεων a, b είναι κάθετα μεταξύ τους.

r_s η αντίσταση τυλίγματος στάτη

α) $T = T(\theta)$;

β) $\theta = \sigma\tau\alpha\theta$. (δρομέας ακίνητος) $I_a = 5\ A, I_b = 5\ A, I_f = 10\ A$. Πώς θα κινηθεί ο δρομέας;

γ) $I_f = \sigma\tau\alpha\theta.\ i_a = \sqrt{2} I cos\omega t,\ i_b = \sqrt{2} I sin\omega t,\ \theta = \omega t - \delta$: η θέση του άξονα του πεδίου δρομέα ως προς άξονα φάσης α. Ποια η μέση ροπή $\bar{T}$?

δ) Για το (γ) ποιες οι $U_a(t), U_b(t)$;

Λύση

α)

$$T = \frac{1}{2} i_a^2 \frac{dL_{aa}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_b^2 \frac{dL_{bb}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_f^2 \frac{dL_{ff}}{d\theta} + i_a i_b \frac{dL_{ab}}{d\theta} + i_a i_f \frac{dL_{af}}{d\theta} + i_b i_f \frac{dL_{bf}}{d\theta} \rightarrow$$

$$T = i_a i_f \frac{dL_{af}}{d\theta} + i_b i_f \frac{dL_{bf}}{d\theta}$$

$$T = M i_f (i_b cos\theta - i_a sin\theta)$$

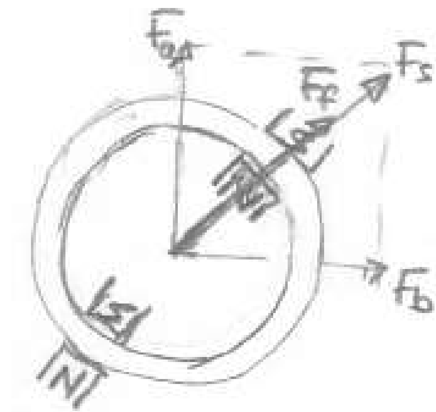
Γενική έκφραση στιγμιαίας ροπής.

β)

$$T = M I_f (I_b cos\theta - I_a sin\theta) = 50M(cos\theta - sin\theta)$$

$T \neq 0$ εκτός αν $cos\theta = sin\theta \Rightarrow \theta = 45°$ ή $\theta = 225°$. Θέσεις ισορροπίας.

$$\frac{dT}{d\theta} = -50M(sin\theta + cos\theta) \Rightarrow \begin{cases} \theta = 45°: \frac{dT}{d\theta} < 0 \quad \text{Ευσταθής} \\ \theta = 225°: \frac{dT}{d\theta} > 0 \quad \text{Ασταθής} \end{cases}$$



Άρα ευσταθής ισορροπία στις $45°$.

Εκεί τα πεδία στάτη-δρομέα ευθυγραμμίζονται.

Στις $225°$ ίδια διεύθυνση, αλλά αντίθετες φορές

γ)

$$T = \sqrt{2} M I I_f [sin\omega t \cdot \cos(\omega t - \delta) - cos\omega t \cdot \sin(\omega t - \delta)]$$

Άρα:

$$T = \sqrt{2} M I I_f sin\delta = \bar{T} \rightarrow T \sim F_s F_r sin\delta_{sr}$$

<u>Διαπιστώσεις</u>

- Σύγχρονη 2Φ μηχανή: Παράγει $\bar{T} \neq 0$ για $\omega_m = \omega_s$
- $T(t) = \bar{T} \rightarrow$ δεν υπάρχει πάλμωση: χαρακτηριστικό των πολυφασικών μηχανών
- **Κινητήρας** για $\delta > 0$ (πεδίο δρομέα έπεται του στάτη)
- **Γεννήτρια** για $\delta < 0$ (πεδίο δρομέα προηγείται του στάτη)
- $T_{max} = \sqrt{2} M I I_f$: ροπή αποσυγχρονισμού (μέγιστη ροπή)

δ)

$$u_a = r_a i_a + \frac{d\lambda_\alpha}{dt} = r_s i_a + \frac{d}{dt}\left(L_s i_a + L_{af} i_f\right)$$
$$u_b = r_b i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} = r_s i_b + \frac{d}{dt}\left(L_s i_b + L_{bf} i_f\right)$$

Άρα

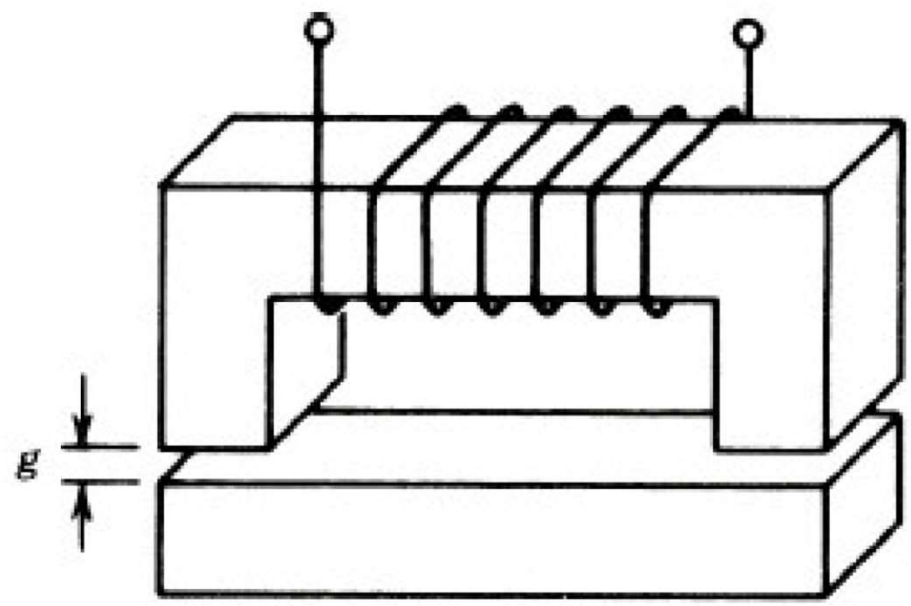
$$u_a = \sqrt{2} r_s I cos\omega t - \sqrt{2}\omega L I sin\omega t - \omega M I_f \sin(\omega t - \delta)$$
$$u_b = \sqrt{2} r_s I sin\omega t + \sqrt{2}\omega L I cos\omega t + \omega M I_f \cos(\omega t - \delta)$$

όροι $R \cdot I$
ωμική πτώση τάσης

όροι $L\frac{di}{dt}$
τάσεις Μ/Σ

όροι $i\frac{dL}{dt}$
τάσεις ταχύτητας

Εφαρμογή: Ο ηλεκτρομαγνήτης του σχήματος έχει μήκος διακένων g=5mm διατομή πυρήνα 6X6cm2 και η μαγνητική αντίσταση του σιδηρομαγνητικού υλικού μπορεί να αμεληθεί όπως και η θυσάνωση του πεδίου στα διάκενα. Το πηνίο έχει 300 σπείρες και διαρρέεται από ρεύμα 20 A. Να υπολογισθούν η μαγνητική επαγωγή στα διάκενα, η αυτεπαγωγή του πηνίου, η ενέργεια του μαγνητικού πεδίου και η ασκούμενη δύναμη στον οπλισμό.



Από τον νόμο του Ampere προκύπτει για το πεδίο των διακένων:

$$Ni = H_g l_g = \frac{B_g}{\mu_0} l_g$$

$$B_g = \frac{\mu_0 Ni}{2g}$$

$$= \frac{4\pi 10^{-7} \times 300 \times 20}{2 \times 5 \times 10^{-3}}$$

$$= 0.754\ \mathrm{T}$$

Η αυτεπαγωγή υπολογίζεται από τη μαγνητική αντίσταση ως εξής:

$$L = \frac{N^2}{R_g} = \frac{N^2 \mu_0 A_g}{l_g}$$

$$= \frac{300^2 \times 4\pi 10^{-7} \times 6 \times 6 \times 10^{-4}}{2 \times 5 \times 10^{-3}}$$

$$= 40.7 \times 10^{-3}\ \mathrm{H}$$

Η ενέργεια στα διάκενα είναι:

$$W = \frac{B_g}{2\mu_0} \times V_g$$

$$= \frac{0.754^2}{2 \times 4\pi 10^{-7}} \times 2 \times 6 \times 6 \times 5 \times 10^{-7}$$

$$= 8.1434 \text{ J}$$

Και η ασκούμενη δύναμη στον οπλισμό:

$$f_\pi = \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g$$

$$= \frac{0.754^2}{2 \times 4\pi 10^{-7}} \times 2 \times 6 \times 6 \times 10^{-4}$$

$$= 1628.7 \text{ N}$$