Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Επαναληπτικό Μάθημα

Αριθμητικά Παραδείγματα

Μάθημα στις 18/11/2022

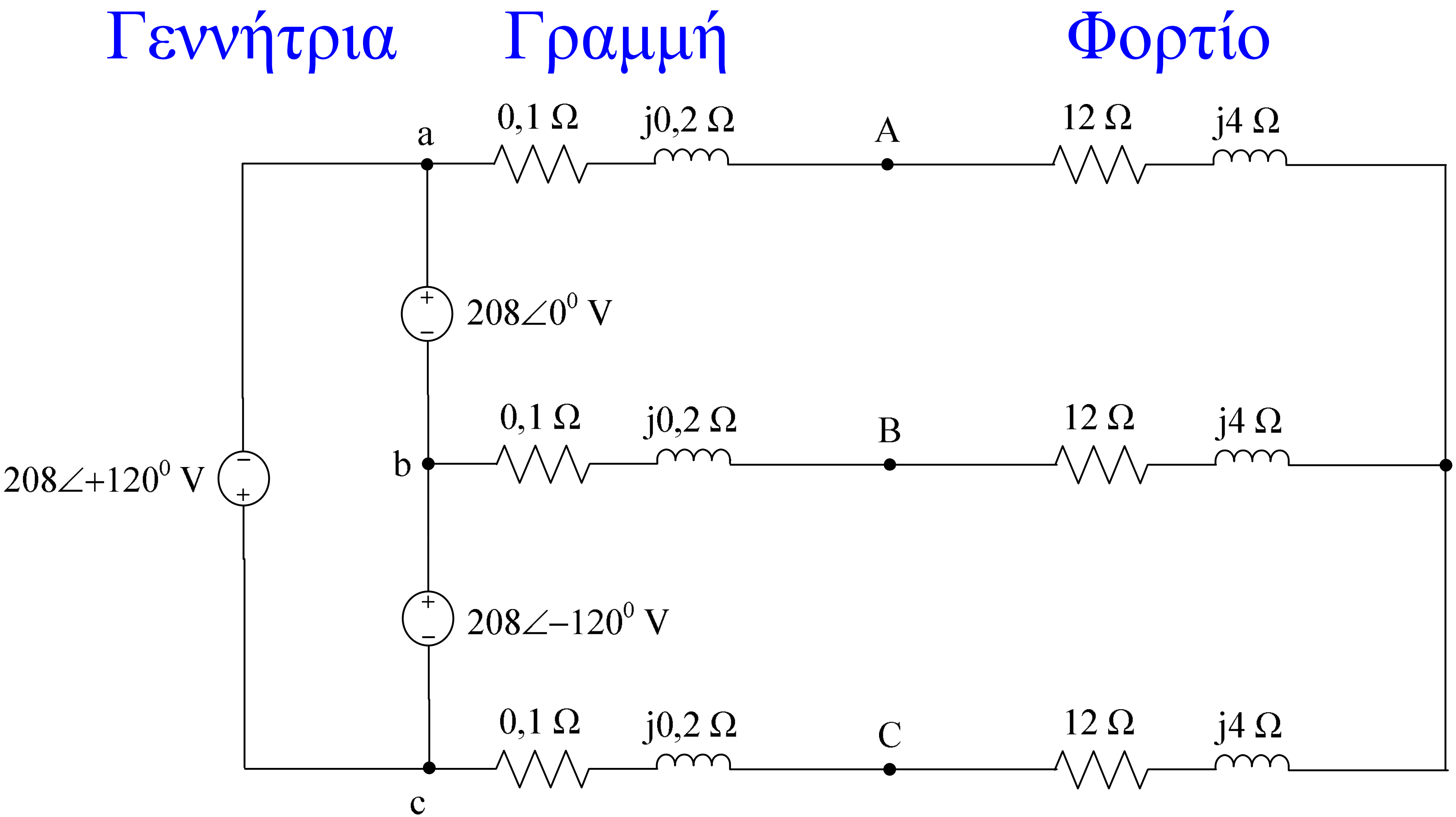
Παύλος Σ. Γεωργιλάκης
Αν. Καθ. ΕΜΠ

Επαναληπτικό Παράδειγμα 1

Επαναληπτικό Παράδειγμα 1: Εκφώνηση

Στο τριφασικό κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος της επόμενης διαφάνειας να υπολογιστούν τα ρεύματα γραμμής και το μέτρο της τάσης γραμμής στο φορτίο.

Επαναληπτικό Παράδειγμα 1: Εκφώνηση



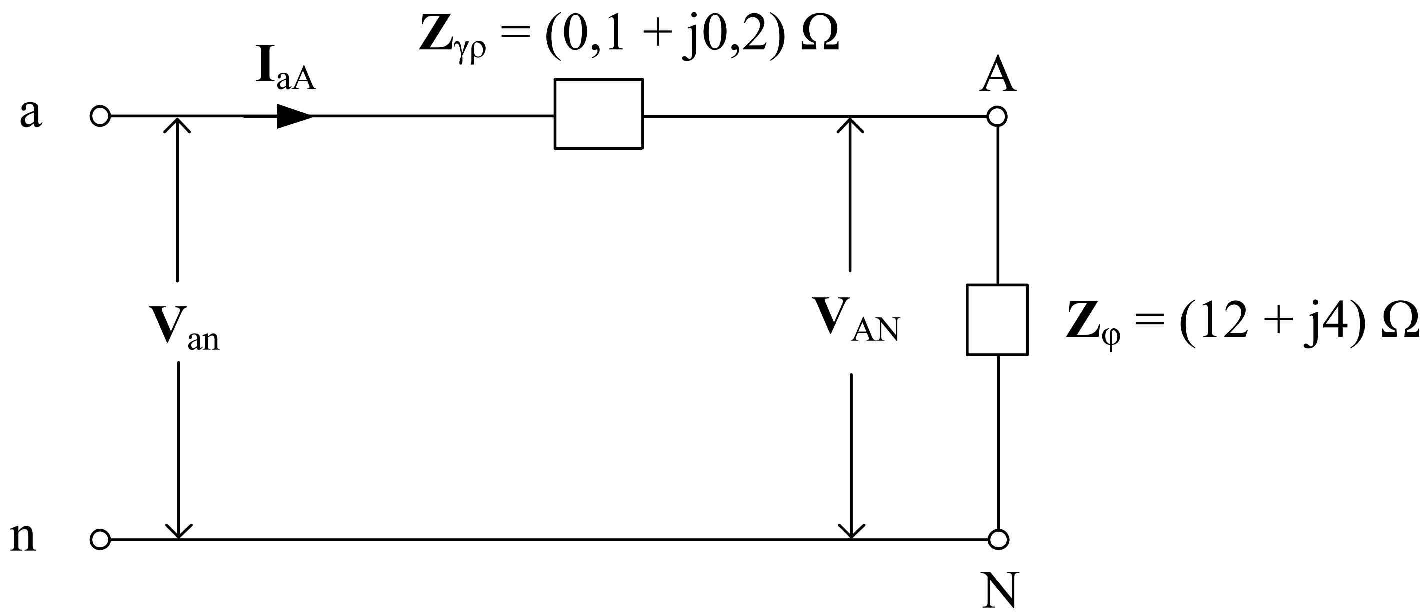
Επαναληπτικό Παράδειγμα 1: Λύση

- Η γεννήτρια (πηγή) είναι σε συνδεσμολογία τριγώνου
- Το φορτίο, (12 + j4) Ω ανά φάση, είναι σε συνδεσμολογία αστέρα

$$\hat{V}_{ab} = \sqrt{3} \cdot \hat{V}_{an} \angle +30^0 \Rightarrow \hat{V}_{an} = \frac{\hat{V}_{ab}}{\sqrt{3} \angle +30^0} \Rightarrow \hat{V}_{an} = \frac{208 \angle 0^0}{\sqrt{3} \angle +30^0} \Rightarrow$$

$$\hat{V}_{an} = 120 \angle -30^0 \;\; \text{V}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 1: Λύση



$$\hat{I}_{aA} = \frac{\hat{V}_{an}}{\hat{Z}_{\gamma\rho} + \hat{Z}_{\phi}} \Rightarrow \hat{I}_{aA} = \frac{120\angle -30^0}{12{,}1 + j4{,}2} \Rightarrow \boxed{\hat{I}_{aA} = 9{,}38\angle -49{,}14^0 \ \ \mathrm{A}}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 1: Λύση

$$\hat{I}_{bB} = 9{,}38\angle(-49{,}14^0 - 120^0) \Rightarrow \quad \boxed{\hat{I}_{bB} = 9{,}38\angle -169{,}14^0 \ \text{ A}}$$

$$\hat{I}_{cC} = 9{,}38\angle(-49{,}14^0 + 120^0) \Rightarrow \quad \boxed{\hat{I}_{cC} = 9{,}38\angle +70{,}86^0 \ \text{ A}}$$

$$\hat{V}_{AN} = \hat{I}_{aA} \cdot \hat{Z}_{\phi} \Rightarrow \hat{V}_{AN} = \left[9{,}38\angle -49{,}14^0\right] \cdot \left[12 + j4\right] \Rightarrow \quad \hat{V}_{AN} = 118{,}65\angle -30{,}71^0 \ \text{ V}$$

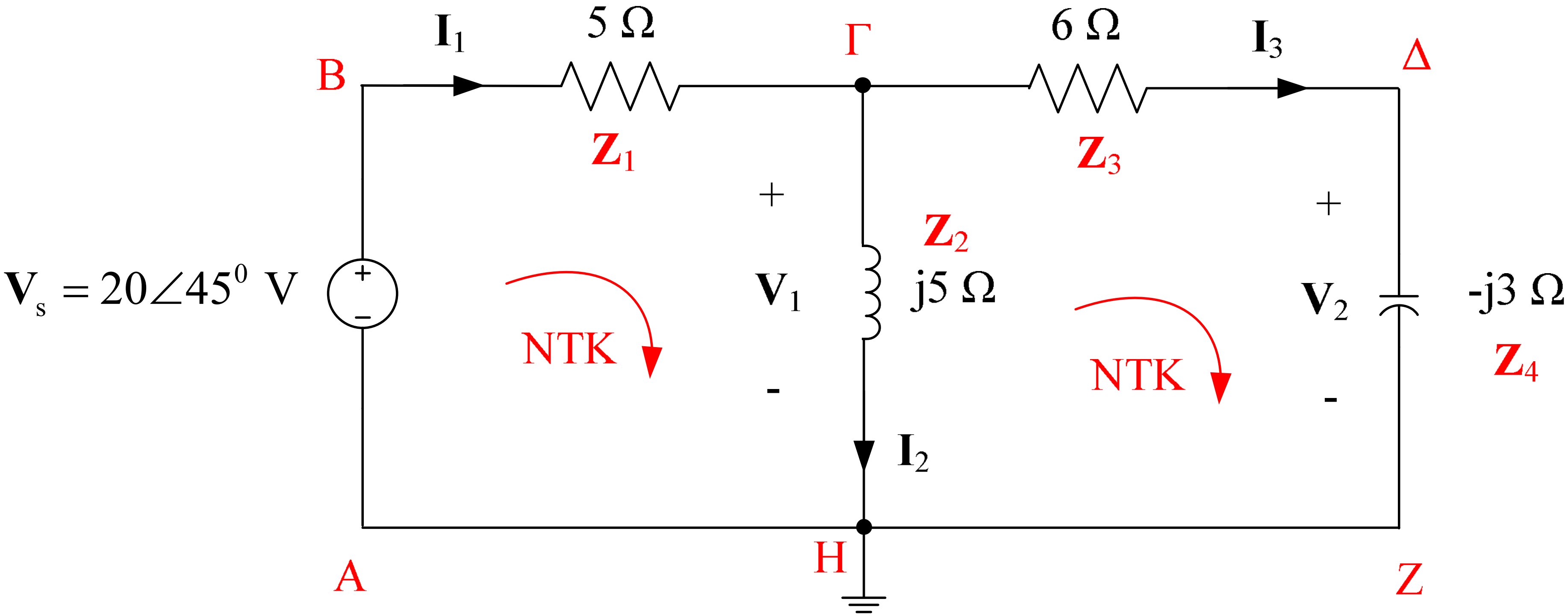
$$\boxed{V_{\varphi} = 118{,}65 \ \text{ V}}$$

$$V_{\pi} = \sqrt{3} \cdot V_{\varphi} \Rightarrow V_{\pi} = \sqrt{3} \cdot 118{,}65 \Rightarrow \quad \boxed{V_{\pi} = 205{,}51 \ \text{ V}}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 2

Επαναληπτικό Παράδειγμα 2: Εκφώνηση

Στο παρακάτω μονοφασικό κύκλωμα εναλλασσόμενου ρευματος, να υπολογιστούν τα $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$, $\mathbf{I}_3$ και να γίνει το ισοζύγιο μιγαδικής ισχύος.



Επαναληπτικό Παράδειγμα 2: Λύση

$$\mathbf{V}_S = 20\angle 45^0 \ V \quad , \quad \mathbf{Z}_1 = 5 \ \Omega \quad , \quad \mathbf{Z}_2 = j5 \ \Omega \quad , \quad \mathbf{Z}_3 = 6 \ \Omega \quad , \quad \mathbf{Z}_4 = -j3 \ \Omega$$

$$\mathbf{Z}_{o\lambda} = \mathbf{Z}_1 + \frac{\mathbf{Z}_2 \cdot (\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4)}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4} \Rightarrow \qquad \mathbf{Z}_{o\lambda} = (8{,}75 + j3{,}75) \ \Omega$$

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_S}{\mathbf{Z}_{o\lambda}} \Rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{I}_1 = 2{,}1\angle 21{,}8^0 \ \ \mathrm{A}}$$

$$\mathbf{I}_2 = \left(\frac{\mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4} \right) \cdot \mathbf{I}_1 \Rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{I}_2 = 2{,}23\angle -23{,}2^0 \ \ \mathrm{A}}$$

$$\mathbf{I}_3 = \left(\frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 + \mathbf{Z}_4} \right) \cdot \mathbf{I}_1 \Rightarrow \qquad \boxed{\mathbf{I}_3 = 1{,}66\angle 93{,}37^0 \ \ \mathrm{A}}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 2: Λύση

$\mathbf{V}_S = 20\angle 45^0 \ V \quad , \quad \mathbf{Z}_1 = 5 \ \Omega \quad , \quad \mathbf{Z}_2 = j5 \ \Omega \quad , \quad \mathbf{Z}_3 = 6 \ \Omega \quad , \quad \mathbf{Z}_4 = -j3 \ \Omega$

$\boxed{\mathbf{I}_1 = 2{,}1\angle 21{,}8^0 \ \ \mathrm{A}}$ $\boxed{\mathbf{I}_2 = 2{,}23\angle -23{,}2^0 \ \ \mathrm{A}}$ $\boxed{\mathbf{I}_3 = 1{,}66\angle 93{,}37^0 \ \ \mathrm{A}}$

$$\mathbf{S}_{Vs} = \mathbf{V}_S \cdot \mathbf{I}_1^* \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{S}_{Vs} = 38{,}62 \ \mathrm{W} + j16{,}55 \ \mathrm{VAR}}$$

$$\mathbf{S}_{Z1} = I_1^2 \cdot \mathbf{Z}_1 \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{S}_{Z1} = 22{,}07 \ \mathrm{W} + j0 \ \mathrm{VAR}}$$

$$\mathbf{S}_{Z2} = I_2^2 \cdot \mathbf{Z}_2 \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{S}_{Z2} = 0 \ \mathrm{W} + j24{,}83 \ \mathrm{VAR}}$$

$$\mathbf{S}_{Z3} = I_3^2 \cdot \mathbf{Z}_3 \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{S}_{Z3} = 16{,}55 \ \mathrm{W} + j0 \ \mathrm{VAR}}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 2: Λύση

$$\mathbf{S}_{Z4} = I_3^2 \cdot \mathbf{Z}_4 \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{S}_{Z4} = 0\ \text{W} - j8{,}28\ \text{VAR}}$$

$$\mathbf{S}_G = \mathbf{S}_{Vs} \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{S}_G = 38{,}62\ \text{W} + j16{,}55\ \text{VAR}}$$

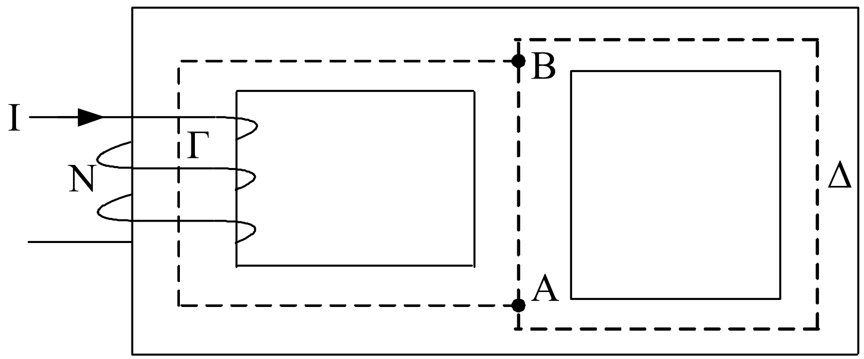
$$\mathbf{S}_C = \mathbf{S}_{Z1} + \mathbf{S}_{Z2} + \mathbf{S}_{Z3} + \mathbf{S}_{Z4} \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{S}_C = 38{,}62\ \text{W} + j16{,}55\ \text{VAR}}$$

$$\boxed{\mathbf{S}_G = \mathbf{S}_C}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3: Εκφώνηση

Οι διαστάσεις ενός ορισμένου μαγνητικού κυκλώματος από (ανοπτυμένο) χάλυβα ελασμάτων δίνονται στο παρακάτω Σχήμα και Πίνακα. Η μαγνητική ροή στον κλάδο ΒΔΑ είναι 1000 μWb. Να προσδιοριστούν οι μαγνητικές ροές στους κλάδους ΒΑ και ΑΓΒ καθώς και η ΜΕΔ του τυλίγματος διέγερσης. Η καμπύλη μαγνήτισης του (ανοπτυμένου) χάλυβα ελασμάτων φαίνεται στις επόμενες δύο διαφάνειες.



Κλάδος	Μήκος (m)	Διατομή (m²)
ΑΔΒ	0,3	$1{,}29 \times 10^{-3}$
ΑΓΒ	0,4	$1{,}94 \times 10^{-3}$
ΑΒ	0,2	$1{,}94 \times 10^{-3}$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3: Εκφώνηση

Καμπύλη μαγνήτισης (ανοπτυμένου) χάλυβα ελασμάτων

H (A–ε/m)	**B (Wb/m^2 ή T)**
0	0,00
20	0,04
40	0,14
50	0,25
75	0,60
100	0,76
150	0,95
200	1,07
250	1,13
300	1,18
400	1,25

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3: Εκφώνηση

Καμπύλη μαγνήτισης (ανοπτυμένου) χάλυβα ελασμάτων (συνέχεια)

H (A–ε/m)	**B (Wb/m^2 ή T)**
600	1,32
800	1,36
1000	1,39
1500	1,43
2000	1,47
3000	1,51
4000	1,55
5000	1,57
7000	1,63
10000	1,70

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3: Λύση

$$B_{\text{ΒΔΑ}} = \frac{\varphi_{\text{ΒΔΑ}}}{A_{\text{ΒΔΑ}}} = \frac{1000 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb}}{1,29 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2} \Rightarrow B_{\text{ΒΔΑ}} = 0,775\ \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

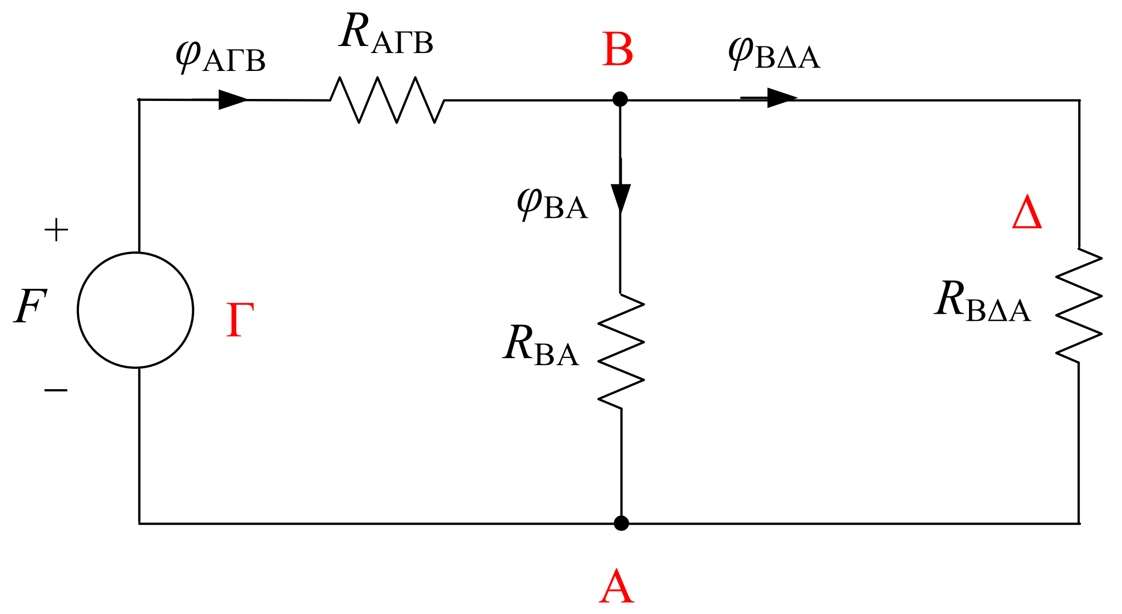
- Από την καμπύλη μαγνήτισης, για τον (ανοπτυμένο) χάλυβα ελασμάτων, έχουμε:

B (Wb/m^2)	**H (Α–ε/m)**
0,76	100
B = 0,775	**H**
0,95	150

- Με γραμμική παρεμβολή, βρίσκουμε:

$$H_{\text{ΒΔΑ}} = 100 + (0,775 - 0,76) \cdot \frac{(150 - 100)}{(0,95 - 0,76)} \Rightarrow H_{\text{ΒΔΑ}} = 103,9\ \frac{\text{Α} - \text{ε}}{\text{m}}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3: Λύση



- Νόμος του Gauss στον κόμβο Β: $\boxed{\varphi_{\text{ΑΓΒ}} = \varphi_{\text{ΒΑ}} + \varphi_{\text{ΒΔΑ}} \quad (1)}$

- Νόμος του διαρρεύματος στον βρόχο ΑΓΒΑ: $\boxed{F - H_{\text{ΑΓΒ}} \cdot l_{\text{ΑΓΒ}} - H_{\text{ΒΑ}} \cdot l_{\text{ΒΑ}} = 0 \quad (2)}$

- Νόμος του διαρρεύματος στον βρόχο ΑΒΔΑ: $\boxed{H_{\text{ΒΑ}} \cdot l_{\text{ΒΑ}} - H_{\text{ΒΔΑ}} \cdot l_{\text{ΒΔΑ}} = 0 \quad (3)}$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3: Λύση

- Από τη σχέση (3) βρίσκουμε το H_{BA}:

$$H_{\text{BA}} = H_{\text{B}\Delta\text{A}} \cdot \frac{l_{\text{B}\Delta\text{A}}}{l_{\text{BA}}} = \left(103,9\ \frac{\text{A}-\varepsilon}{\text{m}}\right) \cdot \frac{0,3\ \text{m}}{0,2\ \text{m}} \Rightarrow H_{\text{BA}} = 155,85\ \frac{\text{A}-\varepsilon}{\text{m}}$$

- Από την καμπύλη μαγνήτισης, για τον (ανοπτυμένο) χάλυβα ελασμάτων, έχουμε:

B (Wb/m^2)	**H (A–ε/m)**
0,95	150
B	**H = 155,85**
1,07	200

- Με γραμμική παρεμβολή, βρίσκουμε:

$$B_{\text{BA}} = 0,95 + (155,85 - 150) \cdot \frac{(1,07 - 0,95)}{(200 - 150)} \Rightarrow B_{\text{BA}} = 0,964\ \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3: Λύση

- Η μαγνητική ροή στον κλάδο ΒΑ είναι:

$$\varphi_{\mathrm{BA}} = B_{\mathrm{BA}} \cdot A_{\mathrm{BA}} = \left(0,964\ \frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{m}^2}\right) \cdot \left(1,94 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2\right) \Rightarrow \quad \boxed{\varphi_{\mathrm{BA}} = 1,87 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Wb}}$$

- Από τη σχέση (1) υπολογίζεται η μαγνητική ροή στον κλάδο ΑΓΒ:

$$\varphi_{\mathrm{A\Gamma B}} = \varphi_{\mathrm{BA}} + \varphi_{\mathrm{B\Delta A}} = \left(1,87 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Wb}\right) + \left(1000 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Wb}\right) \Rightarrow \quad \boxed{\varphi_{\mathrm{A\Gamma B}} = 2,87 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Wb}}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3: Λύση

$$B_{\text{ΑΓΒ}} = \frac{\varphi_{\text{ΑΓΒ}}}{A_{\text{ΑΓΒ}}} = \frac{2,87\cdot 10^{-3}\ \text{Wb}}{1,94\cdot 10^{-3}\ \text{m}^2} \Rightarrow B_{\text{ΑΓΒ}} = 1,48\ \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$$

- Από την καμπύλη μαγνήτισης, για τον (ανοπτυμένο) χάλυβα ελασμάτων, έχουμε:

B (Wb/m²)	**H (A–ε/m)**
1,47	2000
B = 1,48	**H**
1,51	3000

- Με γραμμική παρεμβολή, βρίσκουμε:

$$H_{\text{ΑΓΒ}} = 2000 + (1,48 - 1,47)\cdot\frac{(3000-2000)}{(1,51-1,47)} \Rightarrow H_{\text{ΑΓΒ}} = 2250\ \frac{\text{A}-\varepsilon}{\text{m}}$$

Επαναληπτικό Παράδειγμα 3: Λύση

- Από τη σχέση (2) βρίσκουμε τη μαγνετεγερτική δύναμη (F):

$$F = H_{\mathrm{A\Gamma B}} \cdot l_{\mathrm{A\Gamma B}} + H_{\mathrm{BA}} \cdot l_{\mathrm{BA}} = \left(2250\,\frac{\mathrm{A}-\varepsilon}{\mathrm{m}}\right) \cdot \left(0{,}4\ \mathrm{m}\right) + \left(155{,}85\,\frac{\mathrm{A}-\varepsilon}{\mathrm{m}}\right) \cdot \left(0{,}2\ \mathrm{m}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{F \approx 931\ \mathrm{A}-\varepsilon}$$