Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας (ΣΗΕ)

Κεφάλαιο 2: Τριφασικά Συστήματα

Μάθημα στις 14/10/2022

Παύλος Σ. Γεωργιλάκης
Αν. Καθ. ΕΜΠ

Ισχύς Μονοφασικών Κυκλωμάτων

- Μιγαδική Ισχύς: $\boxed{\hat{S} = P + jQ = \hat{V} \cdot \hat{I}^* = \dfrac{V^2}{\hat{Z}^*} = I^2 \cdot \hat{Z} \qquad (2.26)}$

- Απόδειξη: $\hat{S} = \hat{V} \cdot \hat{I}^* = (\hat{I} \cdot \hat{Z}) \cdot \hat{I}^* = (\hat{I} \cdot \hat{I}^*) \cdot \hat{Z} = I^2 \cdot \hat{Z} \qquad (2.27)$

Αν $\hat{V} = V \angle \theta_V$ και $\hat{I} = I \angle \theta_I$, τότε: (2.28)

$$\hat{S} = \hat{V} \cdot \hat{I}^* \Rightarrow \hat{S} = V \cdot I \angle \theta_V - \theta_I \Rightarrow \hat{S} = V \cdot I \angle \theta \qquad (2.29)$$

$$\boxed{\hat{S} = V \cdot I \cdot \cos\theta + jV \cdot I \cdot \sin\theta \qquad (2.30)}$$

$$\boxed{\mu\varepsilon \quad \theta = \theta_V - \theta_I \qquad (2.31)}$$

$$\boxed{P = \mathrm{Re}\left\{\hat{S}\right\} = V \cdot I \cdot \cos\theta \qquad (2.32)} \qquad \boxed{Q = \mathrm{Im}\left\{\hat{S}\right\} = V \cdot I \cdot \sin\theta \qquad (2.33)}$$

Ισχύς Μονοφασικών Κυκλωμάτων

- Συντελεστής Ισχύος: $\boxed{\Sigma\text{I} = \cos\theta = \cos(\theta_V - \theta_I) \qquad (2.34)}$
- Αν $\theta > 0$, δηλαδή αν $\theta_V > \theta_I$, τότε ΣΙ = επαγωγικός
- Αν $\theta<0$, δηλαδή αν $\theta_V < \theta_I$, τότε ΣΙ = χωρητικός
- Έχουμε ότι: $\boxed{\hat{Z} = \dfrac{\hat{V}}{\hat{I}} = \dfrac{V\angle\theta_V}{I\angle\theta_I} = \dfrac{V}{I}\angle(\theta_V - \theta_I) \qquad (2.35)}$

- Από (2.29) και (2.35) προκύπτει ότι η γωνία του συντελεστή ισχύος ($\theta = \theta_V - \theta_I$) της μιγαδικής ισχύος είναι ίδια με τη γωνία της σύνθετης αντίστασης

Στιγμιαία Ισχύς Μονοφασικών Κυκλωμάτων

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \qquad (2.36)$$

$$v(t) = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \theta) \qquad (2.37) \qquad\qquad i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t) \qquad (2.38)$$

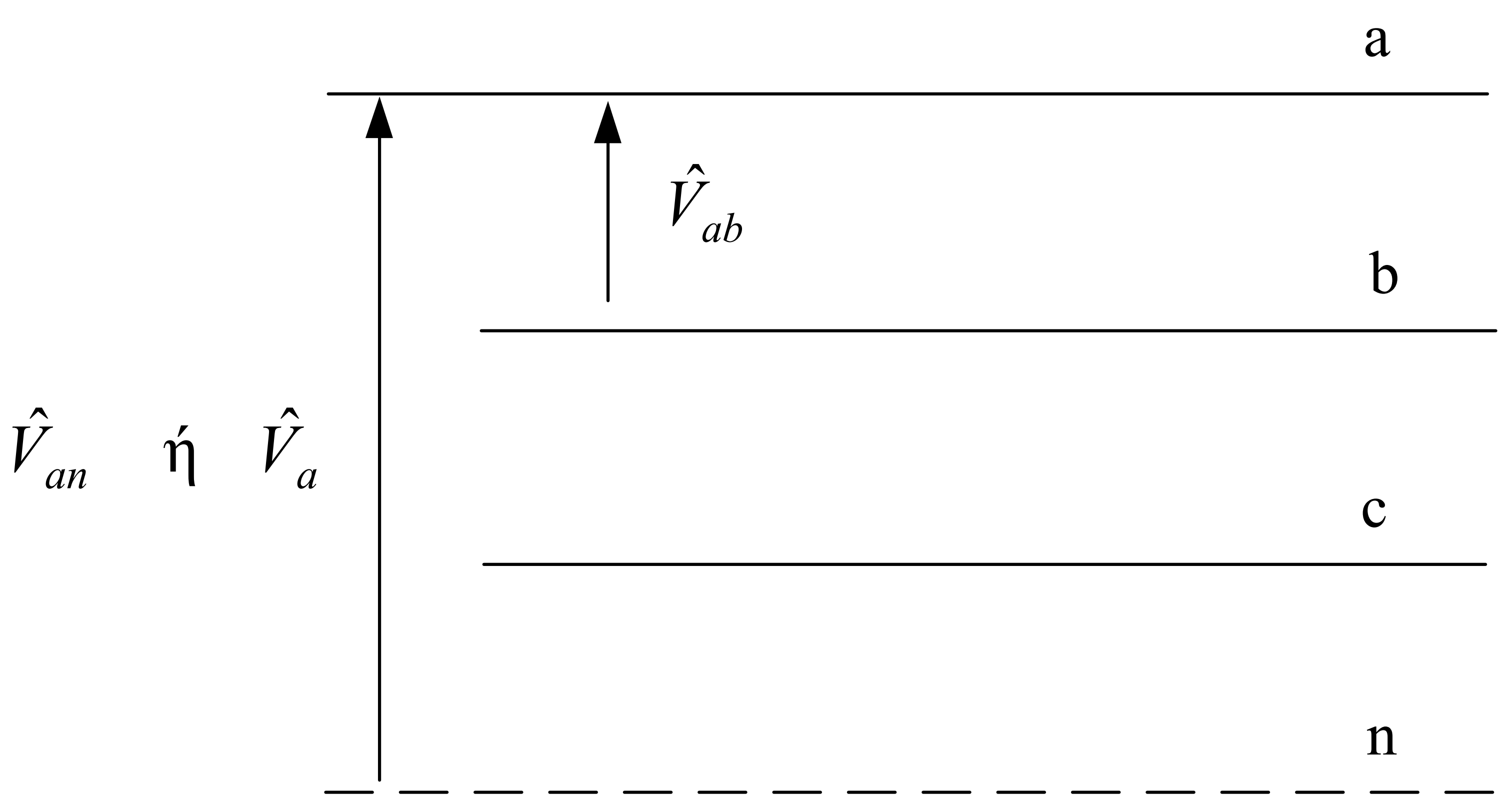
$$p(t) = V \cdot I \cdot \cos\theta \cdot [1 + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)] - V \cdot I \cdot \sin\theta \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \qquad (2.39)$$

$$\boxed{p(t) = P \cdot [1 + \cos(2 \cdot \omega \cdot t)] - Q \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \qquad (2.40)}$$

$$\overline{P} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p(t) \cdot dt \Rightarrow \qquad (2.41) \qquad\qquad \boxed{\overline{P} = P \qquad (2.42)}$$

- Σε ένα μονοφασικό κύκλωμα, η στιγμιαία ισχύς ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ σταθερή και ανεξάρτητη του χρόνου

Τριφασικά Συστήματα: Φασική και Πολική Τάση



Τριφασικά Συστήματα: Φασική και Πολική Τάση

- Δίνεται πάντα η πολική τάση (εκτός αν ρητά αναφέρεται κάτι διαφορετικό)
- Εξέταση συμμετρικών τριφασικών συστημάτων, στα οποία οι τάσεις και τα ρεύματα των τριών φάσεων έχουν ίσα μέτρα, ενώ οι γωνίες τους διαφέρουν κατά 120^0.

$$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \qquad (2.43)$$

$$v_b = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t - 120^0) \qquad (2.44)$$

$$v_c = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + 120^0) \qquad (2.45)$$

$$\hat{V}_a = V \angle 0^0 \qquad (2.46)$$

$$\hat{V}_b = V \angle -120^0 \qquad (2.47)$$

$$\hat{V}_c = V \angle +120^0 \qquad (2.48)$$

Τριφασικά Συστήματα: Φασική και Πολική Τάση

$$\hat{V}_{ab} = \hat{V}_a - \hat{V}_b = V\angle 0^0 - V\angle -120^0 \Rightarrow$$

$$\boxed{\hat{V}_{ab} = \sqrt{3}\cdot V\angle +30^0 \qquad (2.49)}$$

$$\boxed{\hat{V}_{bc} = \sqrt{3}\cdot V\angle -90^0 \qquad (2.50)}$$

$$\boxed{\hat{V}_{ca} = \sqrt{3}\cdot V\angle +150^0 \qquad (2.51)}$$

$$\boxed{V_{\pi} = \sqrt{3}\cdot V_{\varphi} \qquad (2.52)}$$

Τριφασική Ισχύς

$$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t) \qquad (2.43)$$

$$v_b = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t - 120^0) \qquad (2.44)$$

$$v_c = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + 120^0) \qquad (2.45)$$

$$i_a = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta) \qquad (2.53)$$

$$i_b = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta - 120^0) \qquad (2.54)$$

$$i_c = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta + 120^0) \qquad (2.55)$$

$$p(t) = v_a \cdot i_a + v_b \cdot i_b + v_c \cdot i_c \Rightarrow \quad \boxed{p(t) = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos\theta \qquad (2.56)}$$

- Το τριφασικό σύστημα μεταφέρει σταθερή στιγμιαία τριφασική ισχύ (σημαντικό πλεονέκτημα έναντι του μονοφασικού)
- Η συνολική μεταφερόμενη στιγμιαία τριφασική ισχύς είναι ίση με την τριφασική ενεργό ισχύ

Τριφασική Ισχύς

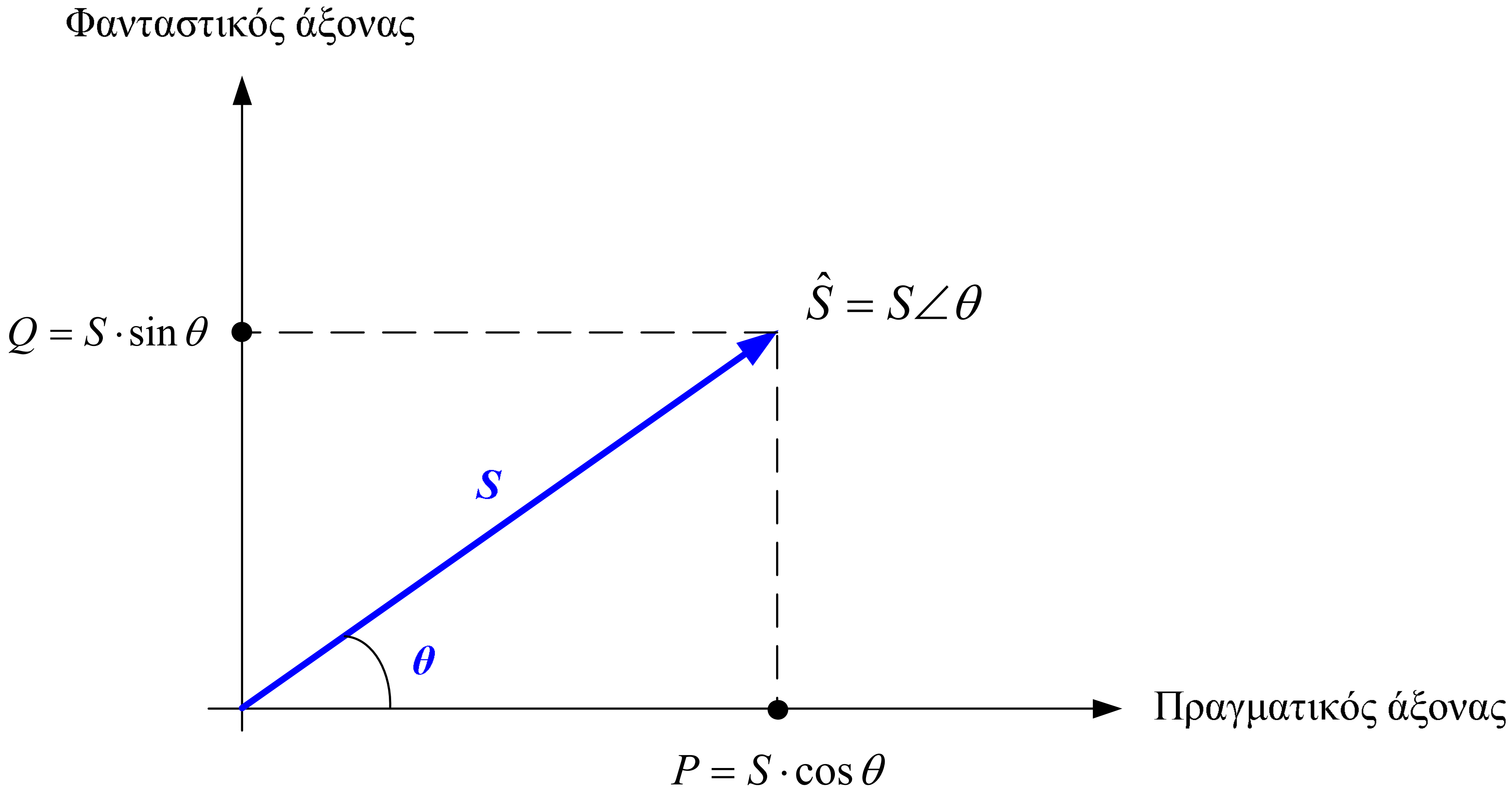
- Τριφασική μιγαδική ισχύς: $\boxed{\hat{S} = 3 \cdot \hat{V}_{\varphi} \cdot \hat{I}_{\varphi}^{*} = P + jQ = S \cdot \cos\theta + jS \cdot \sin\theta}$

- Τριφασική φαινόμενη ισχύς (VA): $\boxed{S = 3 \cdot V_{\varphi} \cdot I_{\varphi} = \sqrt{3} \cdot V_{\pi} \cdot I_{L}}$

- Τριφασική ενεργός ισχύς (W): $\boxed{P = 3 \cdot V_{\varphi} \cdot I_{\varphi} \cdot \cos\theta = \sqrt{3} \cdot V_{\pi} \cdot I_{L} \cdot \cos\theta}$

- Τριφασική άεργος ισχύς (VAR): $\boxed{Q = 3 \cdot V_{\varphi} \cdot I_{\varphi} \cdot \sin\theta = \sqrt{3} \cdot V_{\pi} \cdot I_{L} \cdot \sin\theta}$

Τριφασική Ισχύς

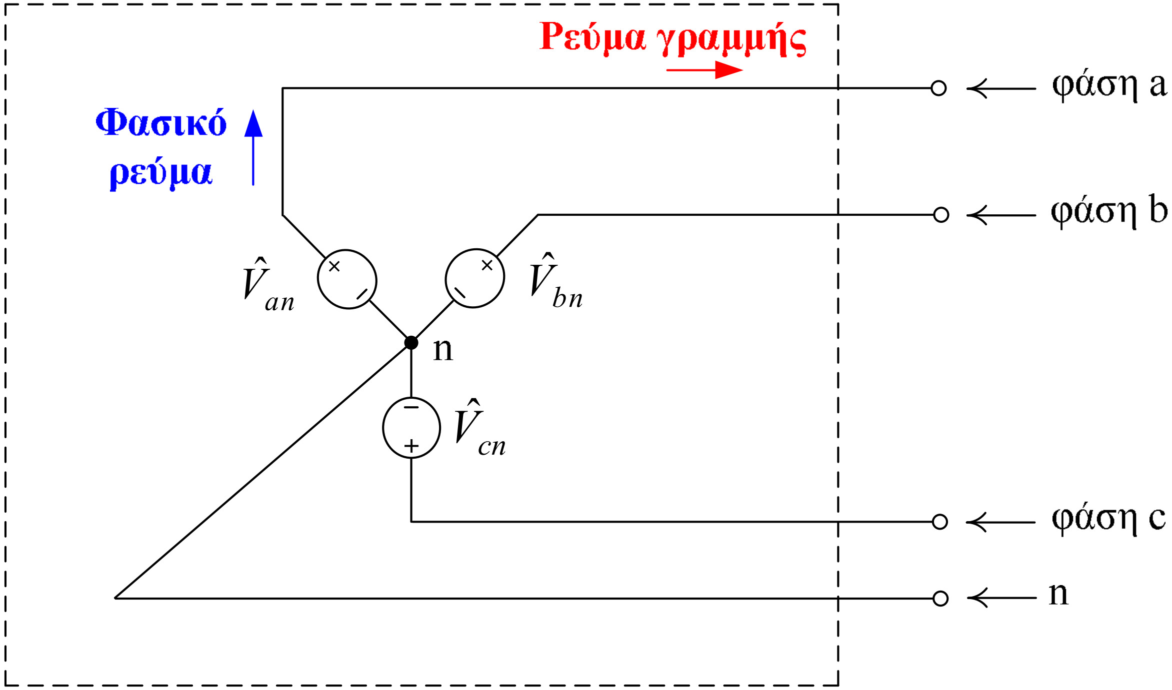


Συνδεσμολογίες

Γεννήτρια	Φορτίο
Υ	Υ
Υ	Δ
Δ	Υ
Δ	Δ

Συνδεσμολογία Γεννήτριας σε Αστέρα (Y)

$$\boxed{V_\pi = \sqrt{3}\cdot V_\varphi} \qquad \boxed{I_L = I_\varphi} \qquad \boxed{S = 3\cdot V_\varphi \cdot I_\varphi = \sqrt{3}\cdot V_\pi \cdot I_L}$$



Τριφασική γεννήτρια

$$\hat{V}_{an} = V_\varphi \angle 0^0 \qquad (2.57)$$

$$\hat{V}_{bn} = V_\varphi \angle -120^0 \qquad (2.58)$$

$$\hat{V}_{cn} = V_\varphi \angle +120^0 \qquad (2.59)$$

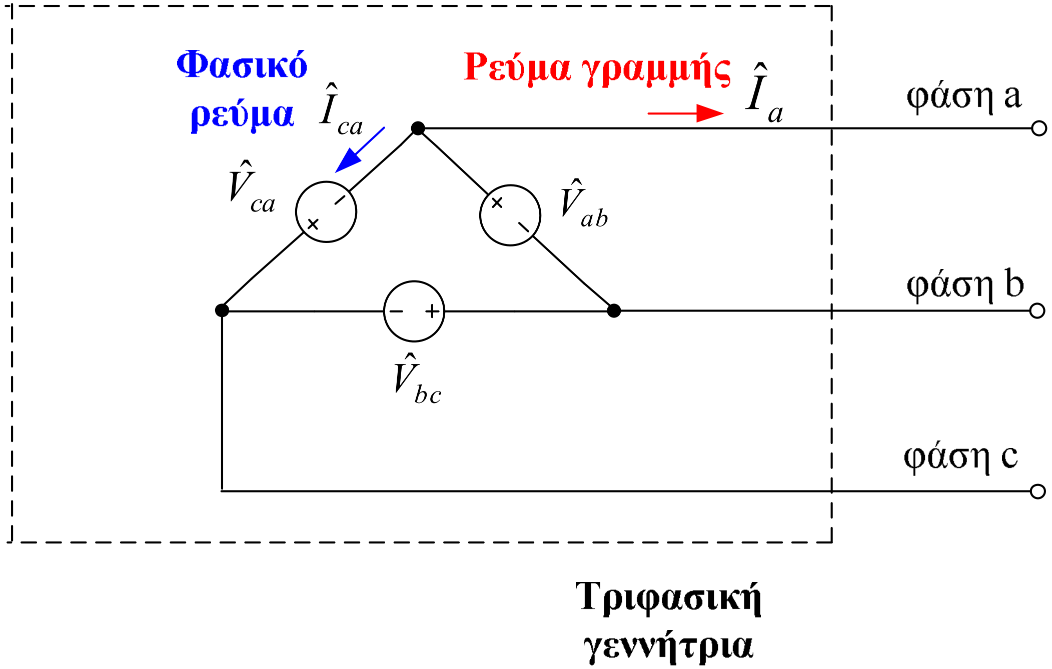
$$\hat{V}_{ab} = \sqrt{3}\cdot V_\varphi \angle +30^0 \qquad (2.60)$$

$$\hat{V}_{bc} = \sqrt{3}\cdot V_\varphi \angle -90^0 \qquad (2.61)$$

$$\hat{V}_{ca} = \sqrt{3}\cdot V_\varphi \angle +150^0 \qquad (2.62)$$

Συνδεσμολογία Γεννήτριας σε Τρίγωνο (Δ)

$$\boxed{V_\pi = V_\varphi} \qquad \boxed{I_L = \sqrt{3} \cdot I_\varphi} \qquad \boxed{S = 3 \cdot V_\varphi \cdot I_\varphi = \sqrt{3} \cdot V_\pi \cdot I_L}$$



$$\hat{I}_{ab} = I_\varphi \angle -\theta^0 \qquad (2.63)$$

$$\hat{I}_{bc} = I_\varphi \angle -\theta^0 - 120^0 \qquad (2.64)$$

$$\hat{I}_{ca} = I_\varphi \angle -\theta^0 + 120^0 \qquad (2.65)$$

$$\hat{I}_a = \sqrt{3} \cdot I_\varphi \angle -\theta^0 - 30^0 \qquad (2.66)$$

$$\hat{I}_b = \sqrt{3} \cdot I_\varphi \angle -\theta^0 - 150^0 \qquad (2.67)$$

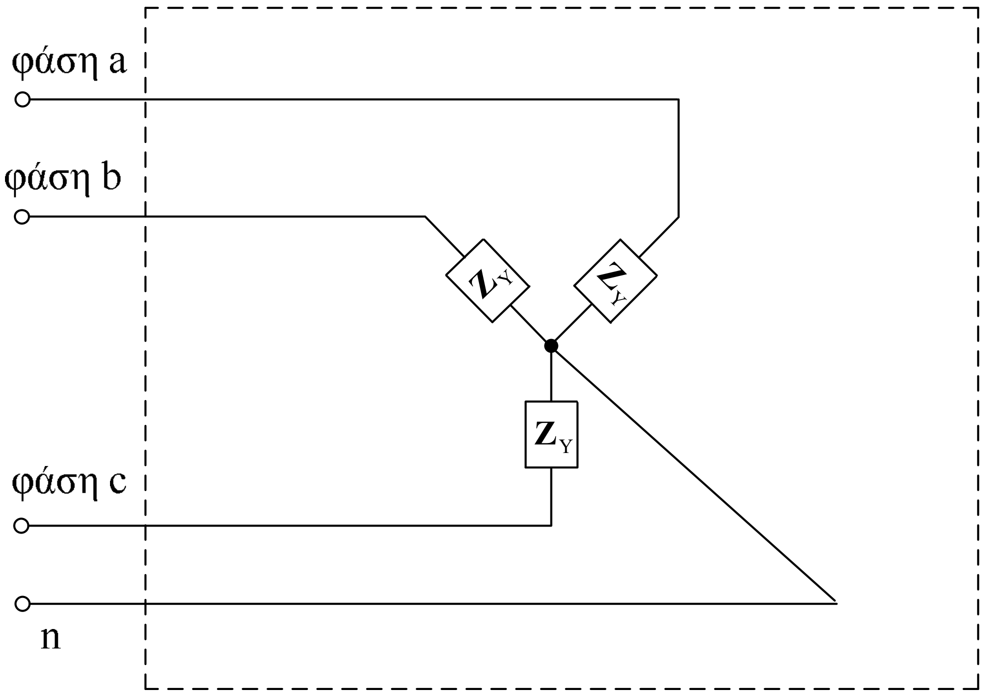
$$\hat{I}_c = \sqrt{3} \cdot I_\varphi \angle -\theta^0 + 90^0 \qquad (2.68)$$

Συνδεσμολογία Φορτίου σε Αστέρα (Y)

$$\boxed{V_\pi = \sqrt{3} \cdot V_\varphi}$$

$$\boxed{I_L = I_\varphi}$$

$$\boxed{S = 3 \cdot V_\varphi \cdot I_\varphi = \sqrt{3} \cdot V_\pi \cdot I_L}$$



Τριφασικό φορτίο

$$\boxed{\hat{S}_Y = 3 \cdot \hat{V}_\varphi \cdot \hat{I}_\varphi^* \qquad (2.69)}$$

$$\hat{I}_\varphi = \frac{\hat{V}_\varphi}{\hat{Z}_Y} \qquad (2.70)$$

$$\boxed{\hat{S}_Y = \frac{3 \cdot V_\varphi^2}{\hat{Z}_Y^*} \qquad (2.71)}$$

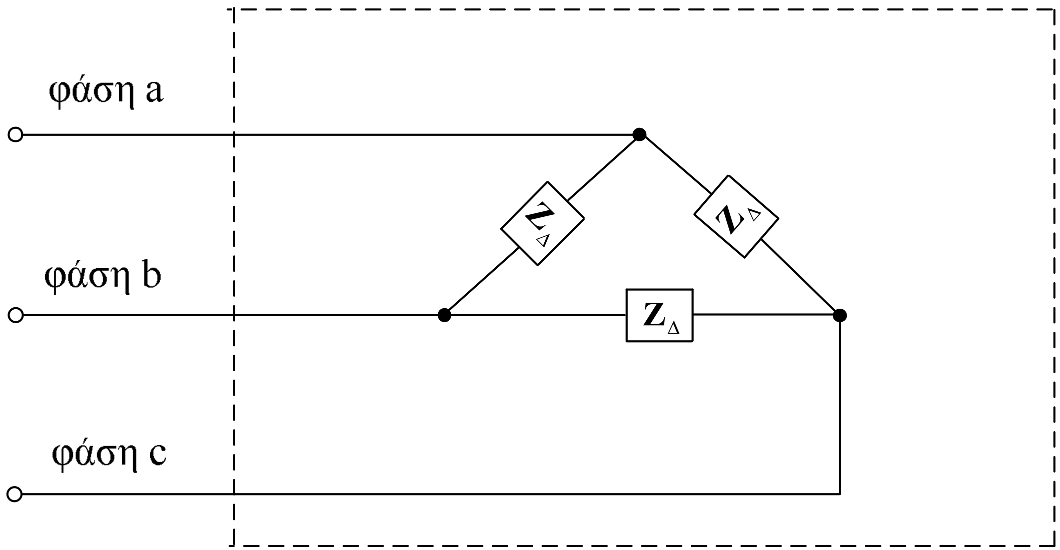
$$V_\varphi = \frac{V_\pi}{\sqrt{3}} \qquad (2.72)$$

$$\boxed{\hat{S}_Y = \frac{V_\pi^2}{\hat{Z}_Y^*} \qquad (2.73)}$$

Συνδεσμολογία Φορτίου σε Τρίγωνο (Δ)

$$\boxed{V_\pi = V_\varphi} \qquad \boxed{I_L = \sqrt{3}\cdot I_\varphi} \qquad \boxed{S = 3\cdot V_\varphi \cdot I_\varphi = \sqrt{3}\cdot V_\pi \cdot I_L}$$

$$\boxed{\hat{S}_\Delta = 3\cdot \hat{V}_\varphi \cdot \hat{I}_\varphi^* \qquad (2.74)}$$



Τριφασικό φορτίο

$$\hat{I}_\varphi = \frac{\hat{V}_\varphi}{\hat{Z}_\Delta} \qquad (2.75)$$

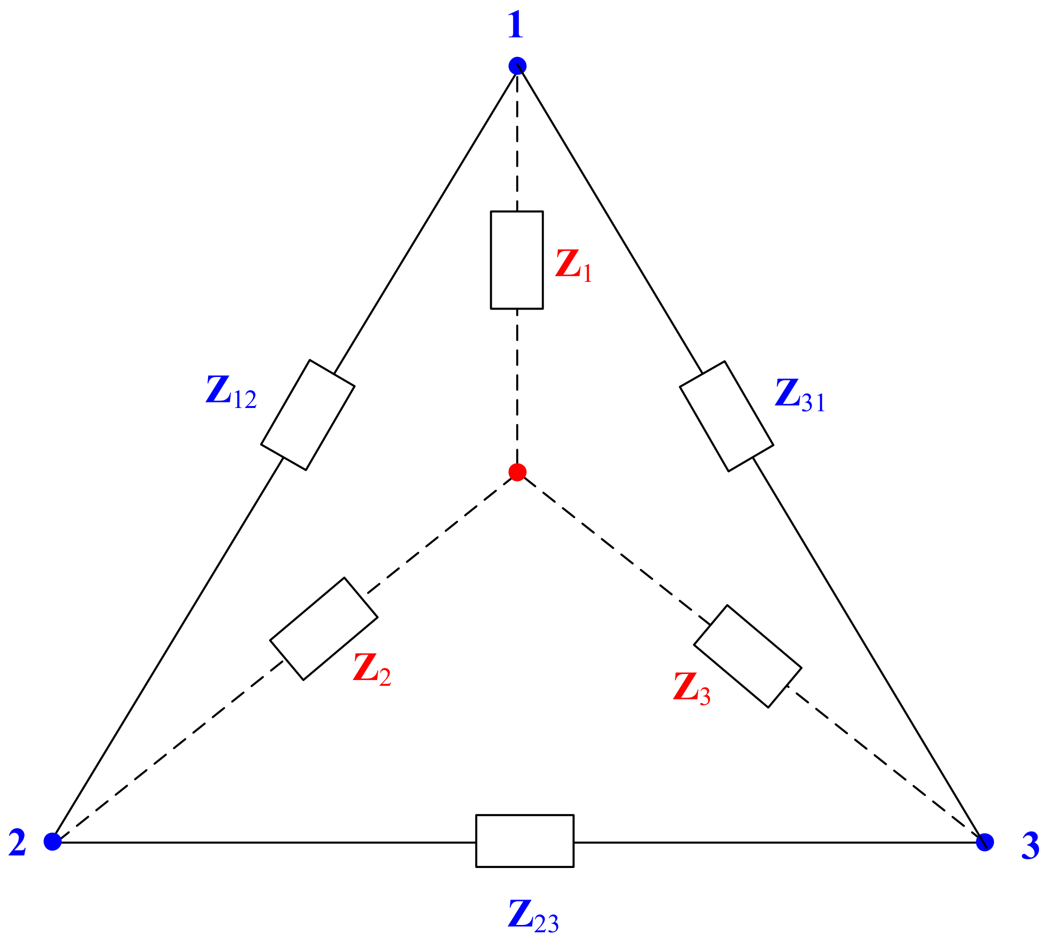
$$V_\varphi = V_\pi \qquad (2.76)$$

$$\boxed{\hat{S}_\Delta = \frac{3\cdot V_\pi^2}{\hat{Z}_\Delta^*} \qquad (2.77)}$$

$$\hat{Z}_\Delta = 3\cdot \hat{Z}_Y \qquad (2.78)$$

$$\boxed{\hat{S}_\Delta = \frac{V_\pi^2}{\hat{Z}_Y^*} = \hat{S}_Y \qquad (2.79)}$$

Μετατροπή Τριγώνου Σύνθετων Αντιστάσεων σε Αστέρα



$$\hat{Z}_1 = \frac{\hat{Z}_{12} \cdot \hat{Z}_{31}}{\hat{Z}_{12} + \hat{Z}_{23} + \hat{Z}_{31}} \qquad (2.80)$$

$$\hat{Z}_{12} = \hat{Z}_{23} = \hat{Z}_{31} = \hat{Z}_{\Delta} \qquad (2.81)$$

$$\hat{Z}_1 = \hat{Z}_2 = \hat{Z}_3 = \hat{Z}_Y \qquad (2.82)$$

$$\boxed{\hat{Z}_Y = \frac{\hat{Z}_{\Delta}}{3} \qquad (2.83)}$$