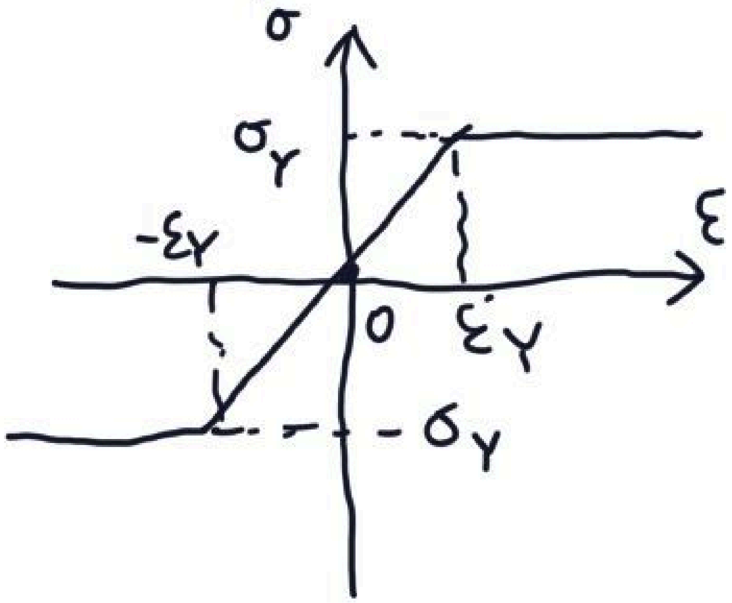
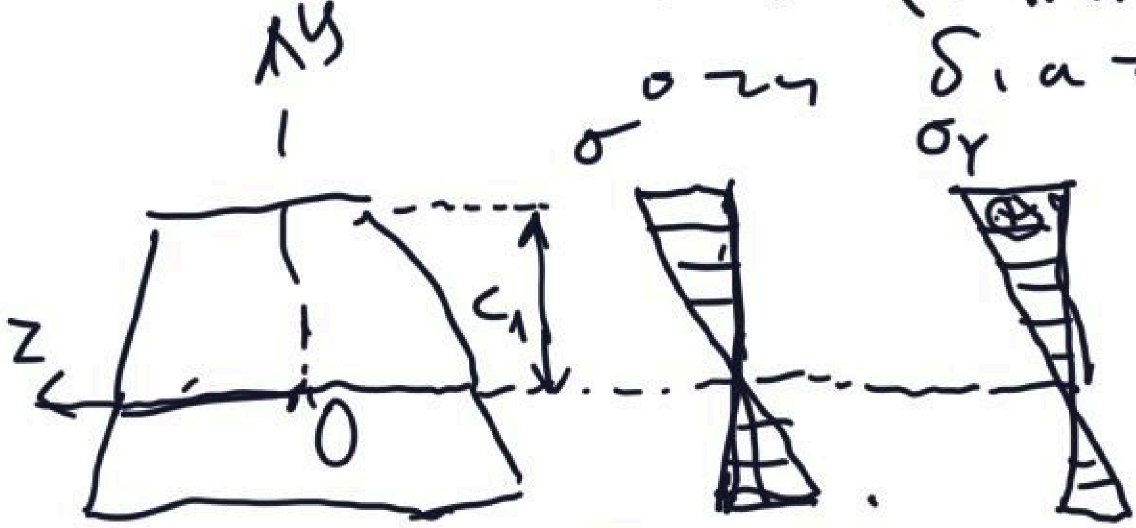
Ελαστοπλαστική κάμψη δοκών

Κάμψη δοκών από ελαστοπλαστικό υλικό.



Διάγραμμα σ-ε για ελαστικό-τέλεια πλαστικό υλικό.

Έστω δοκός τραπεζοειδούς διατομής υπό καθαρή κάμψη. Αποτελείται από ελαστικό-τέλεια πλαστικό υλικό. Σταδιακά, με την βαθμιαία αύξηση της ροπής κάμψης, συμβαίνουν τα παρακάτω στη διατομή.



Γραμμική κατανομή

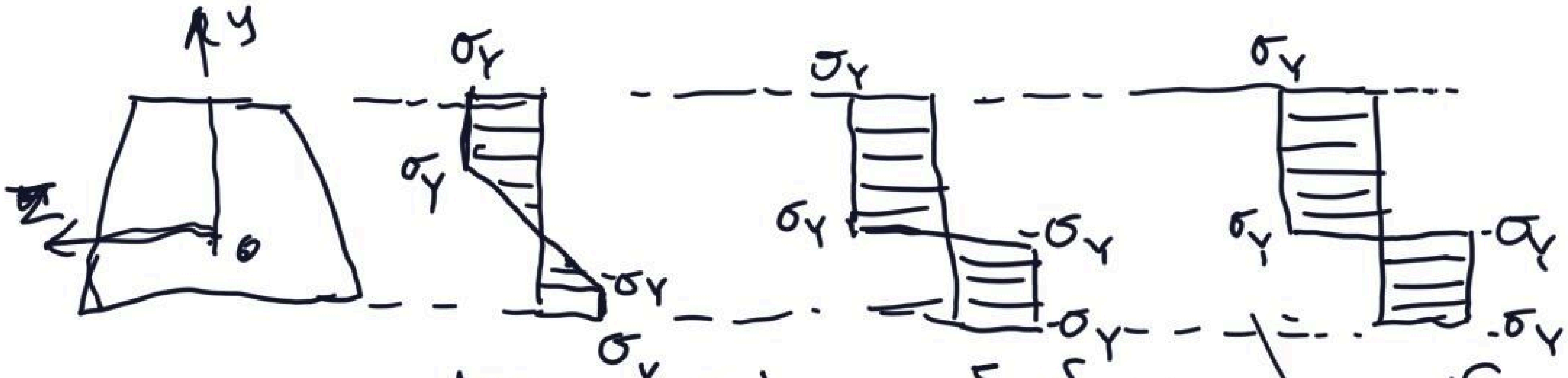
M_Y: ροπή διαρροής

$$S = \frac{I_z}{c_1}$$

ιδιότητα υλικού

$M_Y = \sigma_Y S$ ← γεωμετρικό χαρακτηριστικό της διατομής

Με αυξανόμενη $M > M_Y$



Αλλαγή θέσης του ουδέτερου άξονα λόγω αλλαγής της καμπύλης κατανομής των τάσεων.

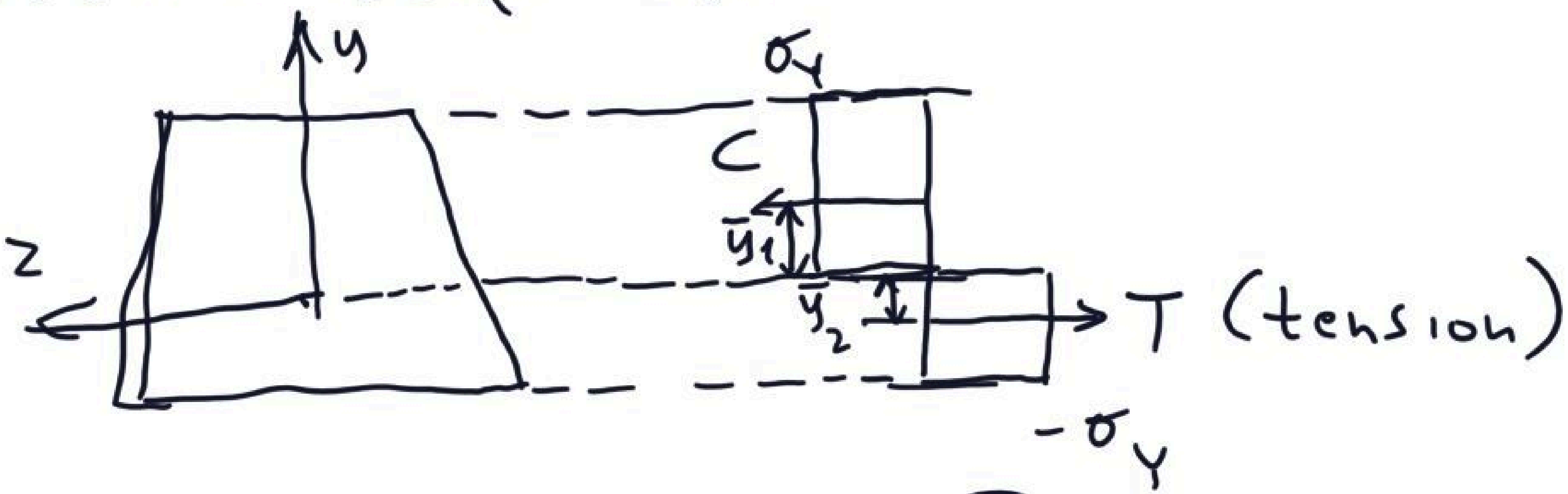
Σχεδόν ολόκληρο το εμβαδόν της διατομής στην πλαστική περιοχή.

Δεν μπορεί η διατομή να παραλάβει μεγαλύτερη ροπή M (πρακτικά)

Ιδεατή οριακή κατάσταση παραλαβής αυξανόμενης ροπής κάμψης.

$M = M_p$ = ροπή κατάρρευσης (πλαστική ροπή)

Θέση ουδέτερου άξονα κατά την κατάρρευση ($M = M_p$)



C: compression (θλίψη)

$\bar{y}_1, \bar{y}_2$: σημεία εφαρμογής των συνισταμένων εφελκυστικών (T) και θλιπτικών (C) δυνάμεων

· Έστω A_1, A_2 τα εμβαδά του θλιβόμενου και του εφελκυόμενου τμήματος της διατομής ($A_1 + A_2 = A$)

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow C - T = 0 \Rightarrow \sigma_Y A_1 - \sigma_Y A_2 \Rightarrow A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$.

Ο ουδέτερος άξονας περνά από τη θέση που χωρίζει τη διατομή σε δύο ίσα εμβαδά. Αυτό γενικά δε συμβαίνει στην ελαστική κάμψη. Συμβαίνει στην ελαστική κάμψη αν έχω διπλά συμμετρική διατομή.

Από το σχήμα το προηγούμενο

$$M_p = C\bar{y}_1 + T\bar{y}_2 = \sigma_Y \frac{A}{2}(\bar{y}_1 + \bar{y}_2)$$

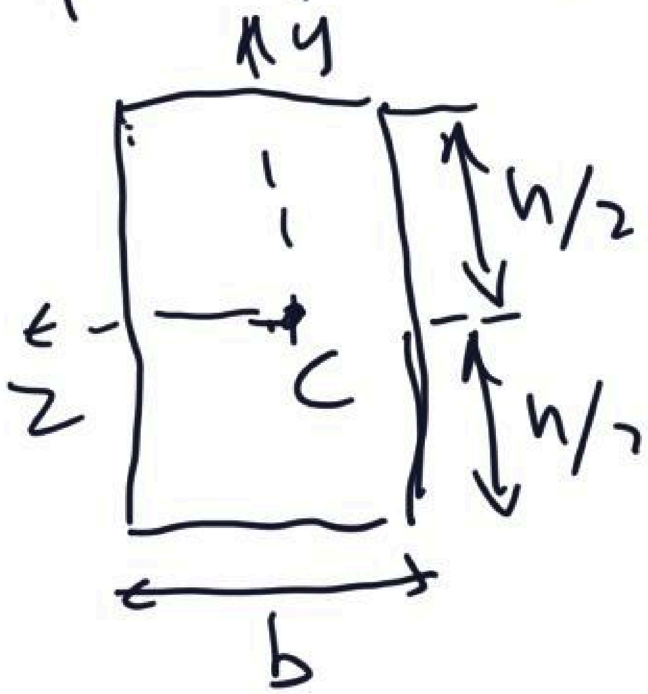
$\bar{y}_1, \bar{y}_2$: είναι οι θέσεις των κεντροειδών της A_1, A_2 αντίστοιχα.

Η ποσότητα $Z = \frac{A}{2}(\bar{y}_1 + \bar{y}_2)$ λέγεται πλαστικό μέτρο της διατομής.

· Άρα $M_p = \sigma_Y Z$ κατά αναλογία του $M_Y = \sigma_Y S$

Ο λόγος $f = \frac{M_p}{M_Y} = \frac{Z}{S}$ δείχνει την ικανότητα της διατομής να παραλαμβάνει επιπλέον αυξανόμενη ροπή, όταν $M > M_Y$. Εξαρτάται μόνο από το σχήμα της διατομής.

Για ορθογώνια διατομή, λόγω διπλής συμμετρίας, ο ουδέτερος άξονας καθ' όλη τη διαδικασία φόρτισης με ροπή $M_p \geq M \geq M_Y$, περνά από το κεντροειδές.



$$M_Y = \sigma_Y S = \sigma_Y \frac{bh^2}{6}$$

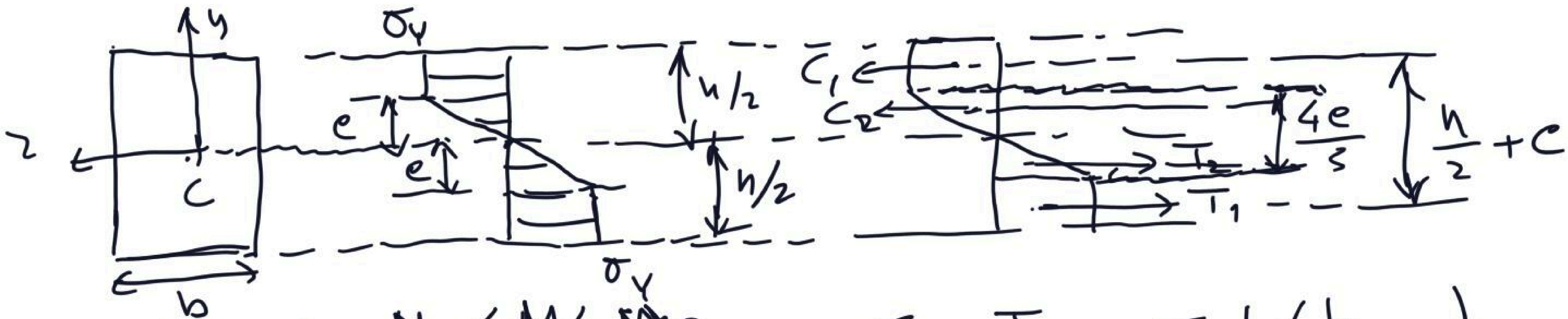
$$\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = \frac{h}{4}$$

$$Z = \frac{A(\bar{y}_1 + \bar{y}_2)}{2} = \frac{bh^2}{4}$$

$$M_p = \sigma_Y Z = \sigma_Y \frac{bh^2}{4}$$

$$f = \frac{Z}{S} = \frac{3}{2}$$

Μπορεί να παραλάβει 50% περισσότερη ροπή, από τη διαρροή μέχρι την κατάρρευση.



e: ελαστοπλα- στικό σύνορο στη διατομή $\quad M_Y \le M \le M_P$

$$C_1 = T_1 = \sigma_Y b\left(\frac{h}{2} - e\right)$$

$$C_2 = T_2 = \frac{\sigma_Y e}{2}\, b$$

$$M = C_1\left(\frac{h}{2} + e\right) + C_2\left(\frac{4e}{3}\right) =$$

$$= M_Y\left(\frac{3}{2} - \frac{2e^2}{h^2}\right)$$

Για $e = \frac{h}{2}$: $M = M_Y$

" $e = 0$: $M = \frac{3}{2} M_Y = M_P$

Δίνει τη σχέση μεταξύ M και e για όλες τις φάσεις παραμόρφωσης στην πλαστική περιοχή.

Η σχέση $e - M$ προκύπτει ως

$$e = h\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} - \frac{M}{M_K}\right)}$$

Για $M = M_K$: $e = \frac{h}{2}$

Για $M = M_p$: $e = 0$