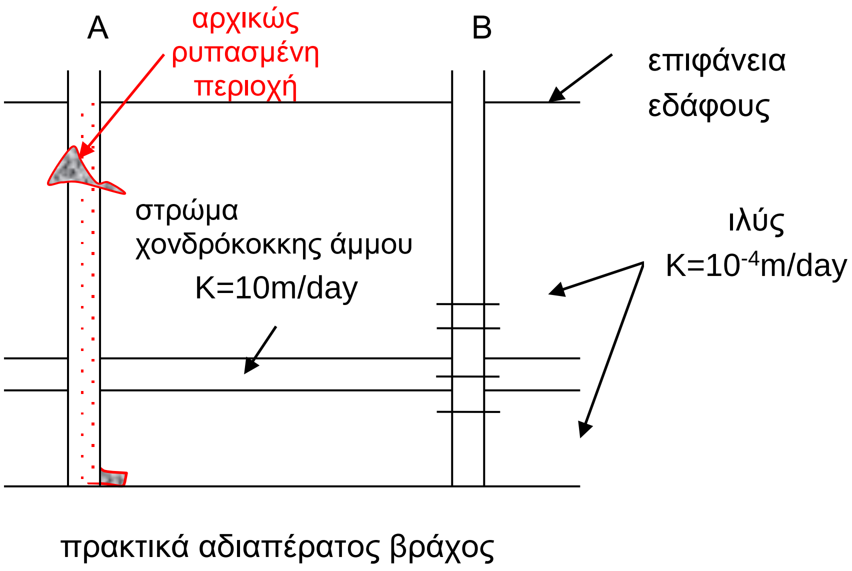
Περιβαλλοντική Γεωτεχνική
Άσκηση από διαγώνισμα 2007-2008

Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται η διερευνητική γεώτρηση Α η οποία διανοίχθηκε από λάθος, όπως αποδείχθηκε εκ των υστέρων, διαμέσου της κορεσμένης ζώνης σε μια περιοχή ρυπασμένη με τριχλωροαιθένιο (trichloroethylene) σε μη υδατική φάση (δηλαδή δεν έχουμε μόνο το τριχλωροαιθένιο διαλυμένο στο νερό). Έτσι το τριχλωροαιθένιο βρήκε, δυστυχώς, μια εύκολη δίοδο μέσα από τη γεώτρηση και διηθήκε έως το βραχώδες στρώμα χαμηλής περατότητας που φαίνεται στο σχήμα. Στα κατάντη της γεώτρησης, ευρίσκεται αρδευτικό πηγάδι Β σε απόσταση 500 μέτρων. Σας ζητείται να δώσετε μια συντηρητική (σε αυτό το επίθετο, και σε αυτήν την άσκηση, θα επανέλθουμε όταν θα ξέρουμε περισσότερα) εκτίμηση του χρόνου στον οποίον αναμένεται να επηρεαστεί το πηγάδι Β από το τριχλωροαιθένιο που διηθήκε στη γεώτρηση Α. Κάποια επιπλέον στοιχεία: ο υδροφόρος ορίζοντας βρίσκεται πολύ κοντά στην επιφάνεια του εδάφους, ο υδροφορέας αποτελείται κυρίως από ιλύ όπου παρεμβάλλεται ένα συνεχές στρώμα άμμου, όπως φαίνεται στο σχήμα, η ροή του υπόγειου νερού είναι κυρίως οριζόντια με μέση υδραυλική κλίση 0.001.



Έως τώρα, έχουμε δει την μισή λύση, δηλ. το καλύτερο που είχαμε μπορέσει να κάνουμε με γνώσεις ροής.

Όπως αναφέρει η εκφώνηση, αρχικά το τριχλωροαιθένιο βρισκόταν στην ανώτερη ιλυώδη στρώση και «δυσκολευόταν» να διηθηθεί και προς τις υποκείμενες στρώσεις. Στο εδαφικό νερό της στρώσης αυτής, (το οποίο ερχόταν σε επαφή με τη μη υδατική φάση του τριχλωροαιθενίου) διαλυόταν λίγο-λίγο τριχλωροαιθυλένιο. Το ρυπασμένο αυτό νερό, όμως, δεν μπορούσε να κινηθεί εύκολα προς τις υποκείμενες στρώσεις καθώς η ροή του νερού στην περιοχή είναι κυρίως οριζόντια.

Με τη διάνοιξη όμως της ερευνητικής γεώτρησης Α (που κατά κακή μας τύχη διήλθε διαμέσου της ρυπασμένης περιοχής), το τριχλωροαιθένιο μπόρεσε να διηθηθεί βαθύτερα, μέχρι το βραχώδες υπόβαθρο και έτσι να ρυπάνει το υπόγειο νερό σε όλο το βάθος του υδροφορέα, με αποτέλεσμα το ρυπασμένο νερό (που περιέχει διαλυμένο τριχλωροαιθένιο) να μπορεί πλέον να κινηθεί μέσω και των τριών εδαφικών στρώσεων.

Η άσκηση ζητάει να υπολογίσουμε συντηρητικά τον ελάχιστο χρόνο άφιξης του ρύπου t στο αρδευτικό πηγάδι Β (πόσο καιρό έχω για να πάρω μέτρα; Πότε πρέπει να σταματήσω να τραβάω νερό από το αρδευτικό πηγάδι;).

Άρα θα πρέπει να υπολογίσουμε τη μέγιστη μέση γραμμική ταχύτητα $\bar{v}$ (ή ταχύτητα μεταγωγής, ή ταχύτητα διήθησης) με την οποία διανύει ο ρύπος την απόσταση L=500m (μήκος ροής). Όπως είπαμε όταν πρωτοείδαμε αυτήν την άσκηση, θα θεωρήσουμε κίνηση μέσω της άμμου, αφού εκεί θα κινηθεί πιο γρήγορα ο ρύπος. Ο χρόνος άφιξης του ρύπου δίνεται από την σχέση:

$$t = \frac{L}{\bar{v}}$$

Η $\bar{v}$ υπολογίζεται ως το πηλίκο της ταχύτητας Darcy, v, ως προς το πορώδες. Άρα:

$$\bar{v} = \frac{v}{n}$$

Τέλος, η ταχύτητα Darcy υπολογίζεται ως:

$$v = K \cdot i$$

Έχουμε:
$i=10^{-3}$ (κοινό για όλα τα στρώματα)
$K_{αμμος}$=10m/d
Η εκφώνηση δεν δίνει τιμή για το πορώδες, οπότε υποθέτω μια εύλογη τιμή ίση με 0.40.

Αντικαθιστώντας:

$$\bar{v} = \frac{10m/d \cdot 10^{-3}}{0.4} = 0.025m/d$$

άρα ο χρόνος άφιξης του ρυπασμένου νερού στην αρδευτική γεώτρηση Β θα είναι:

$$t = \frac{500m}{0.025m/d} = 20000days \approx 55 \text{ χρόνια}$$

(Ανακουφιστήκαμε με τον μεγάλο χρόνο; Ή μήπως όχι; Η συνέχεια σε επόμενα μαθήματα)

Τώρα που έχουμε όχι μόνο γνώσεις ροής αλλά και μεταφοράς, τι καλύτερο μπορούμε να κάνουμε; Να υπολογίσουμε όχι μόνο άφιξη του μετώπου του ρύπου λόγω μεταγωγής αλλά χρόνο άφιξης ρύπου μιας συγκεκριμένης συγκέντρωσης. Ο χρόνος που υπολόγισα σε ποια συγκέντρωση αντιστοιχεί; Σε συγκέντρωση C =0.5 x C_o. Η τιμή C_o ποια είναι; Η διαλυτότητα του τριχλωροαιθένιου, αφού υπάρχει ως μη υδατική φάση. Αυτή είναι μια τεράστια συγκέντρωση, άρα για συντηρητική εκτίμηση, χρειάζομαι μια μικρότερη τιμή. Ποια συγκέντρωση θα είναι αυτή; Ε, αυτό ήθελε λίγη σκέψη στο διαγώνισμα.

Για το πρόβλημα μεταφοράς, έχω επιπλέον παραμέτρους που πρέπει να υπολογίσω, συγκεκριμένα τον συντελεστή υδροδυναμικής διασποράς. Επειδή έχω αρκετά μεγάλη ταχύτητα μεταγωγής, περιμένω να είναι μικρή η συμβολή της διάχυσης. Ελέγχω ότι πράγματι μπορώ να την αγνοήσω: $D_e = \omega D_\delta = 0.5\text{x}10^{-9}$ m^2/s = 4.3 x 10^{-5} m^2/d

$$D = D_e + \alpha_L \cdot \bar{v}, \qquad \alpha_L = 0.1x = 0.1 \times 500m = 50m \rightarrow D = 50m \times 0.025m/d = 1.25m^2/d$$

Πράγματι η διασπορά είναι πολύ πιο σημαντική από την διάχυση. Ελέγχω αν μπορώ να αγνοήσω τον δεύτερο όρο της εξίσωσης μεταφοράς:

$$\frac{\bar{v} \cdot x}{D} = \frac{0.025 \times 500}{1.25} = 10$$

Οριακά ισχύει η απλοποίηση και έτσι αγνοώ τον δεύτερο όρο της λύσης της εξίσωσης μεταφοράς και κρατάω μόνο τον πρώτο όρο:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} erfc\left[\frac{x - \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}}\right]$$

Ξαναγυρνάω στο ερώτημα για ποια συγκέντρωση θα λύσω την εξίσωση. Για την συγκέντρωση στην πηγή, ήδη αποφάσισα ότι πρέπει να είναι ίση με την διαλυτότητα, δηλ. Co=1100mg/l.

Μια απάντηση θα είναι να πω ότι θα ψάξω πότε θα φτάσει τιμή ίση με την επιτρεπόμενη στο πόσιμο νερό, που είναι ίση με 5 μg/l. Σ' αυτήν την περίπτωση, ο λόγος της συγκέντρωσης είναι C/ Co =0.000005. Όμως, τόσο μικρή τιμή δεν μπορώ να βρω στον πίνακα της συμπληρωματικής συνάρτησης σφάλματος, άρα θα λύσω για την μικρότερη τιμή που μου δίνει ο πίνακας, δηλ. για μέγιστο όρισμα της συνάρτησης α=3 έχω την ελάχιστη τιμή erfc(α) = 0.00002. Ουσιαστικά λύνω την εξίσωση για C(500m,t)=11 μg/l αντί για C(500m,t)=5 μg/l.

Άρα, $\frac{C}{C_0} = 0.00001 = \frac{1}{2} erfc\left[\frac{x - \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}}\right] \Rightarrow \frac{C}{C_0} = 0.00002 = erfc\left[\frac{x - \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}}\right] \Rightarrow \left[\frac{x - \bar{v}t}{2\sqrt{Dt}}\right] = 3$

Προσέχω να έχω συμβατές μονάδες παντού (μήκος=μέτρα, χρόνος=μέρες)

$$\left[\frac{500 - 0.025t}{2 \cdot \sqrt{1.25} \cdot \sqrt{t}}\right] = 3 \rightarrow \left[\frac{500 - 0.025T^2}{2 \cdot \sqrt{1.25} \cdot T}\right] = 3 \rightarrow 500 - 0.025T^2 = \left(2 \cdot \sqrt{1.25} \cdot 3\right)T = 6.71 \cdot T$$

$$0.025T^2 + 6.71T - 500 = 0 \rightarrow T = \frac{-6.71 \pm \sqrt{6.71^2 + 4 \times 0.025 \times 500}}{2 \times 0.025} \rightarrow T = 60.77$$

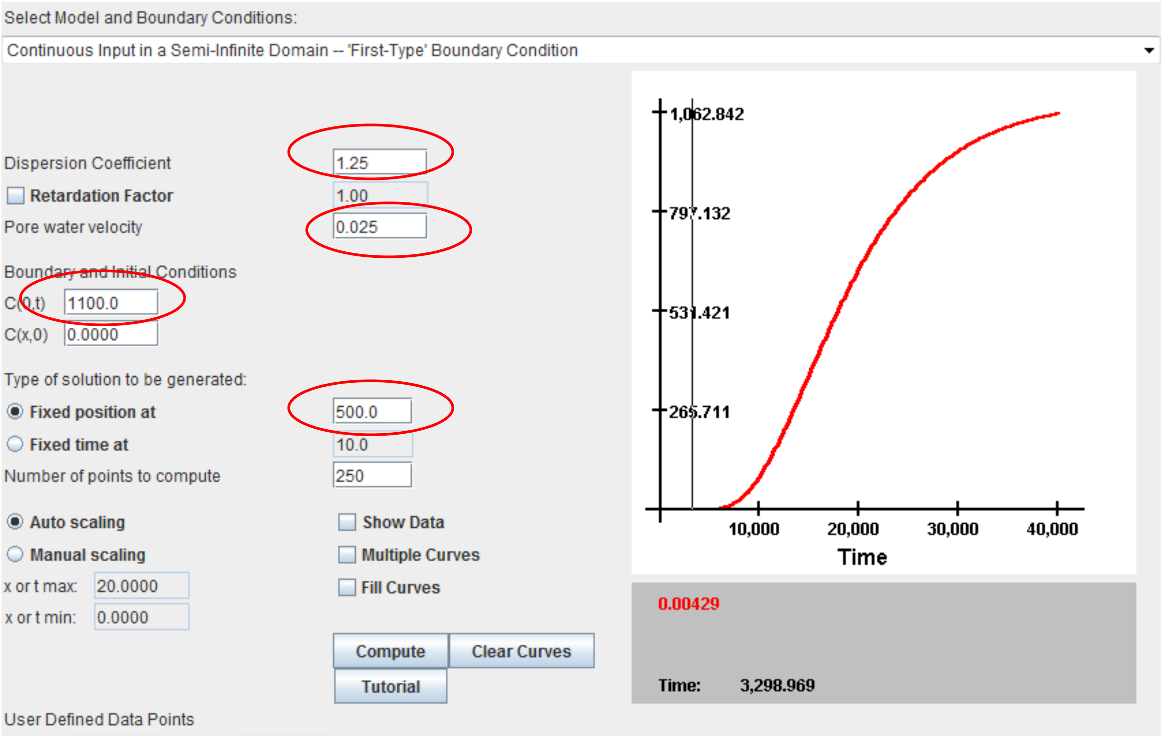
Άρα $t = T^2$= 3692 μέρες = 10.1 χρόνια

Με άλλα λόγια, πολύ μεγάλη διαφορά σε σχέση με την λύση όπου θεώρησα μόνο μεταγωγή (55 χρόνια), αγνοώντας την διασπορά.

Το ίδιο πρόβλημα μπορώ να το λύσω και με το εκπαιδευτικό λογισμικό, χωρίς να έχω τους πρακτικούς περιορισμούς που έχω όταν δουλεύω με το χέρι (πρέπει να αγνοήσω τον δεύτερο όρο) κι όταν λαμβάνω τιμές της συμπληρωματικής συνάρτησης σφάλματος από πίνακες. Θα ελέγξω πότε θα φτάσουν και οι δύο τιμές, δηλ. C(500m,t)= 5 μg/l και 11 μg/l. Βλέπε επόμενη σελίδα.

Λύση με εκπαιδευτικό λογισμικό (http://hydrolab.illinois.edu/gw_applets/).

Εισάγω τις τιμές που υπολόγισα στην άσκηση για τον συντελεστή υδροδυναμικής διασποράς D = 1.25 m2/d και την ταχύτητα μεταγωγής v=0.025 m/d. Η συγκέντρωση στην πηγή είναι 1100 mg/L. Επιλέγω υπολογισμό της συγκέντρωσης σε απόσταση 500 m από την πηγή ως συνάρτηση του χρόνου. Με ενδιαφέρει πότε η συγκέντρωση θα γίνει 0.005 mg/L.



Με τον κέρσορα δεν μπορώ να πετύχω ακριβώς την συγκέντρωση που θέλω, αλλά βλέπω ότι για λίγο μικρότερη συγκέντρωση 0.00429 mg/L η τιμή είναι παρόμοια (3299 μέρες) .

Επιλέγοντας Show data βρίσκω:

Χρόνος	Συγκέντρωση
3,360	0.005371
3,520	0.010607

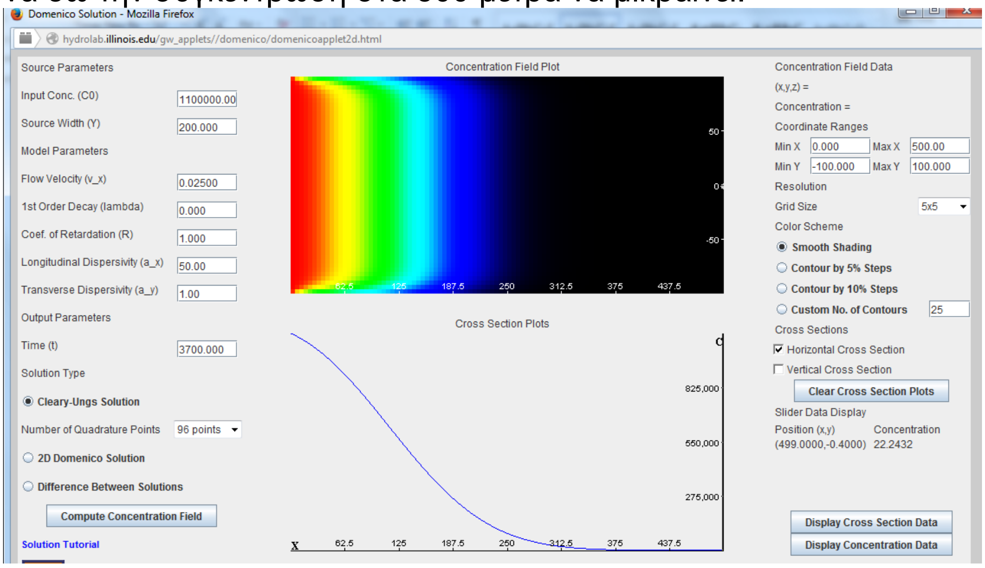
Άρα η απάντηση για αφιξη συγκέντρωσης $C(500m,t) \cong 5$ μg/l είναι t = 3360 μέρες = 9.2 χρόνια. Για άφιξη συγκέντρωσης $C(500m,t) \cong 11$ μg/l, η απάντηση είναι t = 3520 = 9.64 χρόνια, δηλ. κοντά στην τιμή που υπολόγισα με το χέρι (10.1 χρόνια) αγνοώντας τον δεύτερο όρο.

•Τι αγνόησα και στις δύο λύσεις; Την ρόφηση! Αν την είχα λάβει υπόψη μου θα είχα υπολογίσει μεγαλύτερο χρόνο (από τα 10.1 χρόνια), αλλά επειδή ήθελα να βρω μια συντηρητική εκτίμηση (αφού η άσκηση δόθηκε σε διαγώνισμα…), δεν πειράζει.
•Τι άλλο καλύτερο θα μπορούσα να είχα κάνει σ' αυτό το πρόβλημα αν το αντιμετώπιζα στην πραγματικότητα με τις γνώσεις μεταφοράς που απέκτησα στο μάθημα Περιβαλλοντική Γεωτεχνική; (Δηλ. όχι στο πλαίσιο ενός διαγωνίσματος με τους γνωστούς χρονικούς και πρακτικούς περιορισμούς.) Να λύσω το διδιάστατο πρόβλημα, στενεύοντας τις διαστάσεις στην πηγή (θα είχα υπολογίσει μεγαλύτερο χρόνο άφιξης ρύπου). Όποιος έχει περιέργεια, προχωράει στις επόμενες σελίδες. Τι άλλο; Να λάβω υπόψη μου και αποδόμηση θα είχα υπολογίσει ακόμα μεγαλύτερο χρόνο άφιξης – μάλιστα, αν ο τύπος αποδομείται αρκετά γρήγορα, μπορεί και να μην φτάσει ποτέ σε απόσταση 500 μέτρων.

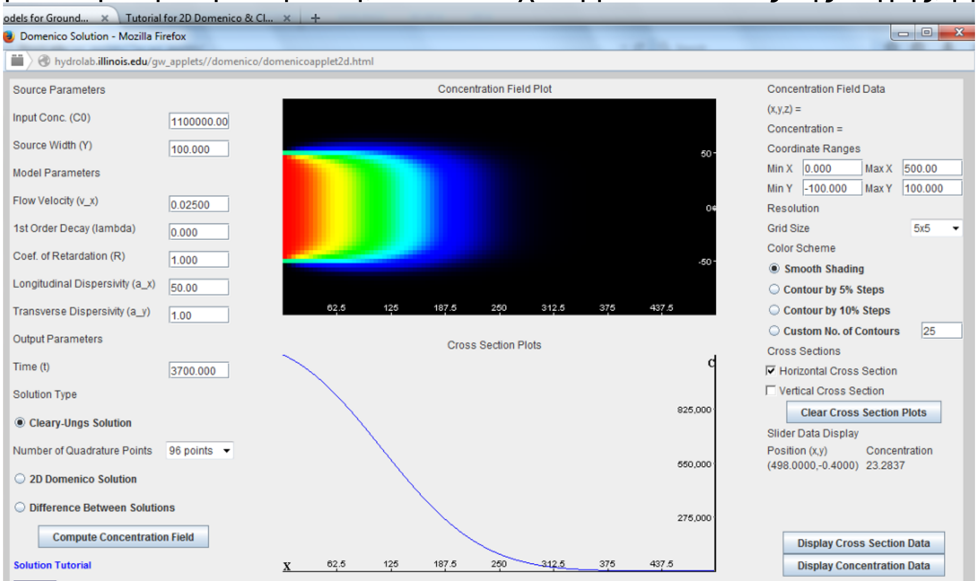
Άσκηση με γεωτρήσεις Α και Β

Λύση Cleary-Ungs για 3700 μέρες, δηλ. περίπου 10 χρόνια (αρκετά διαφορετική από την Domenico, κυρίως στην πηγή – δεν προκρίνω την λύση Domenico γιατί έχω αρκετά χαμηλό λόγο $x/a_L=10$, ενώ θα το ήθελα μεγαλύτερο από 30). Η μονοδιάστατη λύση για 3700 μέρες δίνει συγκέντρωση είναι 22 μg/l.

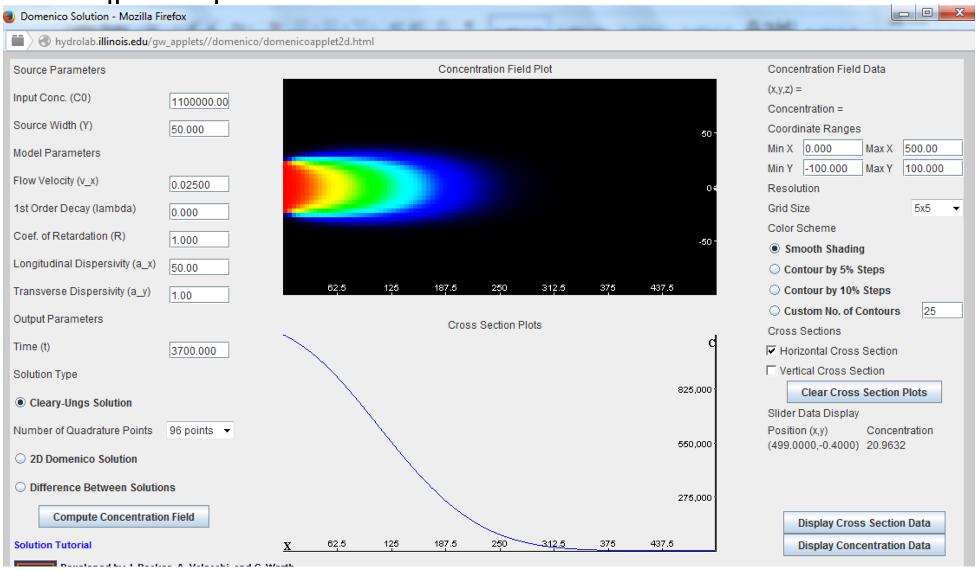
Πηγή 200μέτρων, συγκέντρωση 22 μg/l στα 499 μέτρα, δηλ. ίδια απάντηση με την μονοδιάστατη λύση. (Η λύση Domenico δίνει 12 μg/l.) Συνεχίζω να μικραίνω το πλάτος της πηγής, περιμένοντας να δω την συγκέντρωση στα 500 μέτρα να μικραίνει.



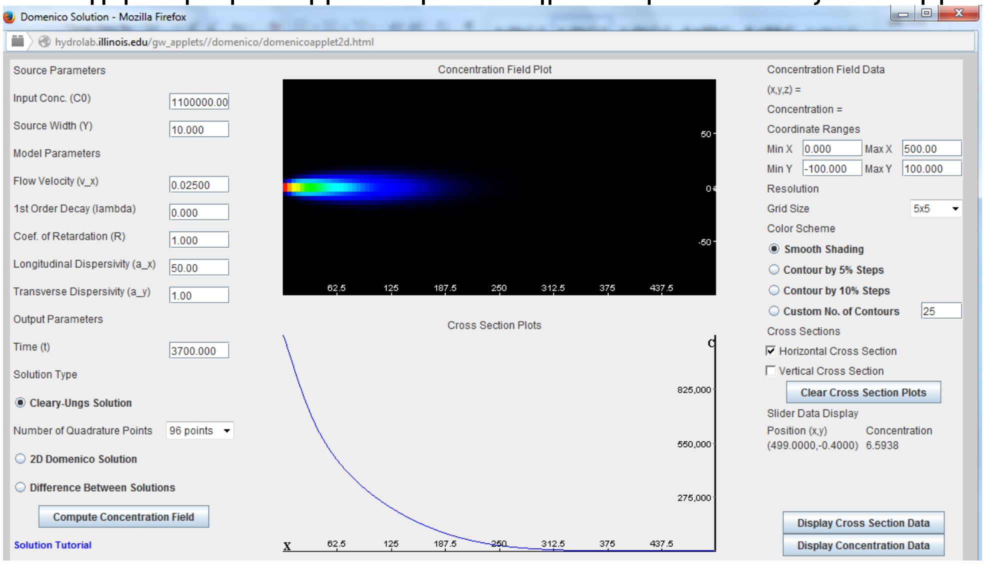
Πηγή 100μέτρων, συγκέντρωση 22 μg/l στα 499 μέτρα. (Η Domenico δίνει 12 μg/l.) Γιατί δεν μειώθηκε η συγκέντρωση; Γιατί σε σχέση με το πλάτος της πηγής, βρίσκομαι κοντά στην πηγή.



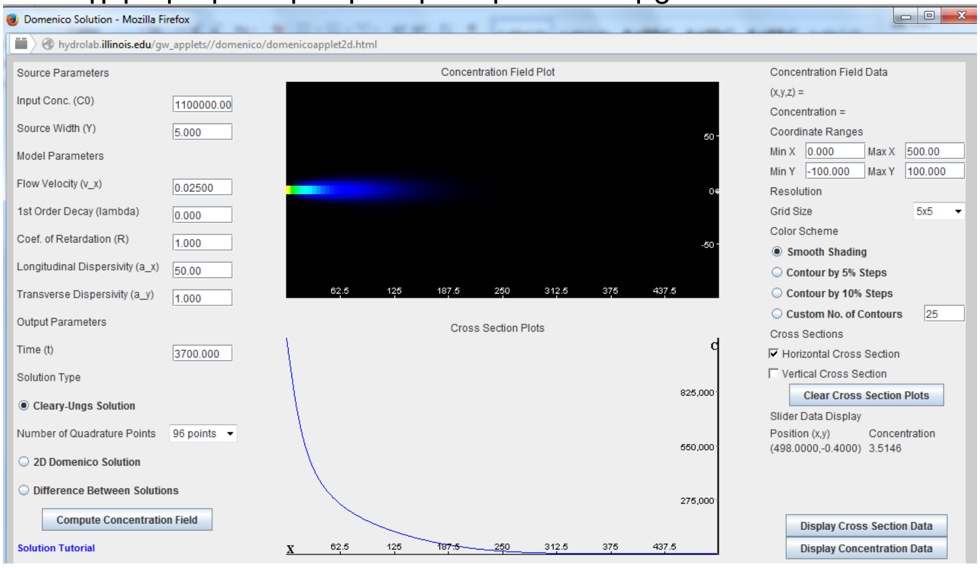
Για πηγή 50μέτρων, η συγκέντρωση είναι 21 μg/l στα 499 μέτρα. Αρχίζω και βλέπω την μείωση. Παρατηρώ ότι όταν απομακρύνομαι από τον άξονα συμμετρίας, η μείωση των συγκεντρώσεων είναι σημαντική.



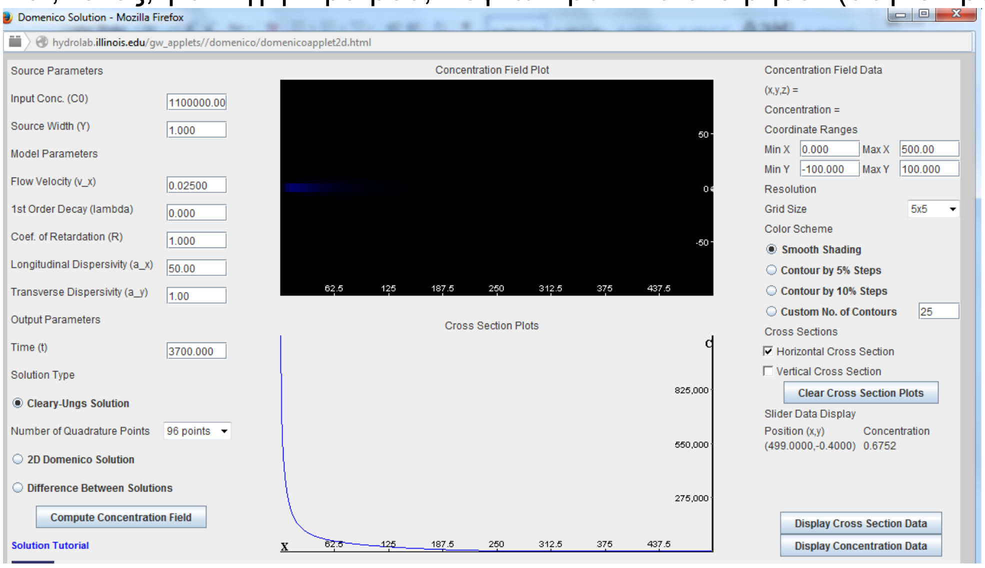
Για πηγή 10 μέτρων η μείωση είναι σημαντική και στον άξονα συμμετρίας: 7 μg/l.



Για πηγή 5 μέτρων η συγκέντρωση είναι 3.5 μg/l.



Και, τέλος, για πηγή 1 μέτρου, πέφτω πρακτικά στο μηδέν (συγκέντρωση 0.7 μg/l).



Για τις παραπάνω επιλύσεις χρησιμοποιήθηκαν οι εκπαιδευτικές εφαρμογές που αναπτύχθηκαν από τους A. J. Valocchi, C. J. Werth, J. J. Decker, G. Hammond, P. Zhou, M. Hafiz, που είναι ελευθέρως προσβάσιμες στην ιστοσελίδα: http://hydrolab.illinois.edu/gw_applets/

Βιβλιογραφία

Valocchi, A.J. and C.J. Werth, 2004, Web-based interactive simulation of groundwater pollutant fate and transport, Computer Applications in Engineering Education, 12:75-83.