

# Υπόγεια ροή

Εξισώσεις (μονοφασικής) ροής

Εξισώσεις πολυφασικής ροής

# Ποια προβλήματα λύνονται με ποια εργαλεία;

- Μονοδιάστατα προβλήματα (ή μονοδιάστατη απλοποίηση 2-D πεδίων ροής), σταθερή υδραυλική κλίση (στον χρόνο) → νόμος Darcy
- Γενική περίπτωση: ισοζύγιο μάζας → εξισώσεις ροής
  - Μόνιμη 2-D ροή, απουσία άντλησης/εισπίεσης: δίκτυα ροής
  - Μη μόνιμη ροή (1-D παράδειγμα ροής λόγω αλλαγής εδαφικού όγκου: εξίσωση στερεοποίησης αργίλων)
  - Μη μόνιμη ροή, κυλινδρικές συντεταγμένες (2-D): άντληση υδροφορέων από φρέατα
  - Μη μόνιμη ροή: ακόρεστη ζώνη (διφασική ροή = νερό, αέρας, πολυφασική ροή = νερό, μη υδατικός οργανικός ρύπος, αέρας), κορεσμένη ζώνη (διφασική ροή = νερό, DNAPL)

# Ποιοι οι στόχοι του μαθήματος για κάθε εργαλείο;

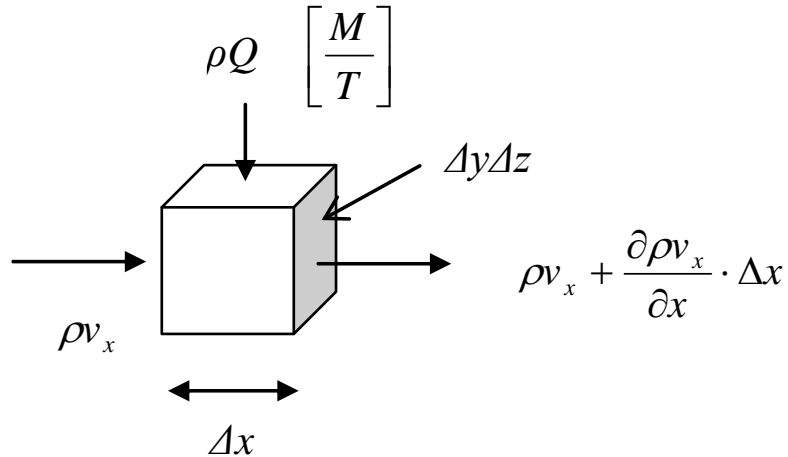
- Μονοδιάστατα προβλήματα (ή μονοδιάστατη απλοποίηση 2-D πεδίων ροής), σταθερή υδραυλική κλίση (στον χρόνο)
  - ευχέρεια στον υπολογισμό υδραυλικού φορτίου, φορτίου πίεσης
  - ευχέρεια στην ανάγνωση χαρτών στάθμης δυναμικού (πού θα πάει το νερό, υπολογισμός υδραυλικής κλίσης)
  - ευχέρεια στην εφαρμογή του νόμου Darcy
  - ευχέρεια σε υπολογισμούς μεταφοράς ρύπου λόγω μεταγωγής (π.χ. χρόνου άφιξης ρύπου)

# Ποιοι οι στόχοι του μαθήματος για κάθε εργαλείο; (συν.)

- Μόνιμη 2-D ροή, απουσία άντλησης/εισπίεσης: δίκτυα ροής
  - ευχέρεια στην «απλή ανάγνωση» δικτύων ροής (πώς κινείται το νερό, ανάγνωση υδραυλικού φορτίου, μέτρηση πίεσης)
- Παράδειγμα μη μόνιμης 1-D ροής: εξίσωση στερεοποίησης
  - σύνδεση με προηγούμενα
- Μη μόνιμη ροή, εγκιβωτισμένος υδροφορέας, υδροφορέας ελεύθερης ροής (2-D): άντληση από φρέατα
  - εξοικείωση με ύπαρξη διαθέσιμων μεθόδων υπολογισμού
- Μη μόνιμη ροή: διφασική ροή, πολυφασική ροή
  - ποιοτική περιγραφή κίνησης & κατανομής νερού, μη υδατικού ρύπου (βλέπε και μάθημα 20/10/2022)

# Ισοζύγιο μάζας ρευστού → εξισώσεις υπόγειας ροής

- Στοιχειώδης όγκος  $\Delta x \Delta y \Delta z$



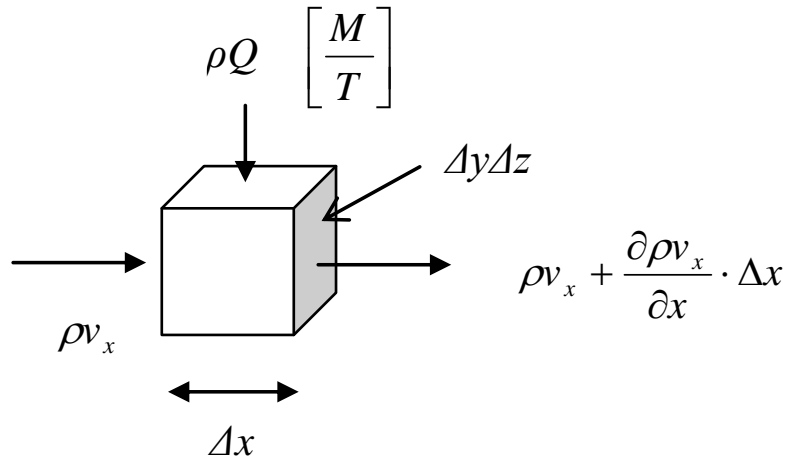
**Ροή μάζας = μάζα**  
(νερού) που διέρχεται  
από διατομή ανά χρόνο

Σύμβαση: εισερχόμενη  
ροή = θετικό πρόσημο

- Ροή μάζας στην κατεύθυνση  $x$

$$\left[ \rho v_x - \left( \rho v_x + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) \Delta x \right) \right] \Delta y \Delta z = - \frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) \Delta x \Delta y \Delta z$$

# Εξίσωση υπόγειας ροής: γενική περίπτωση



- Ισοζύγιο μάζας

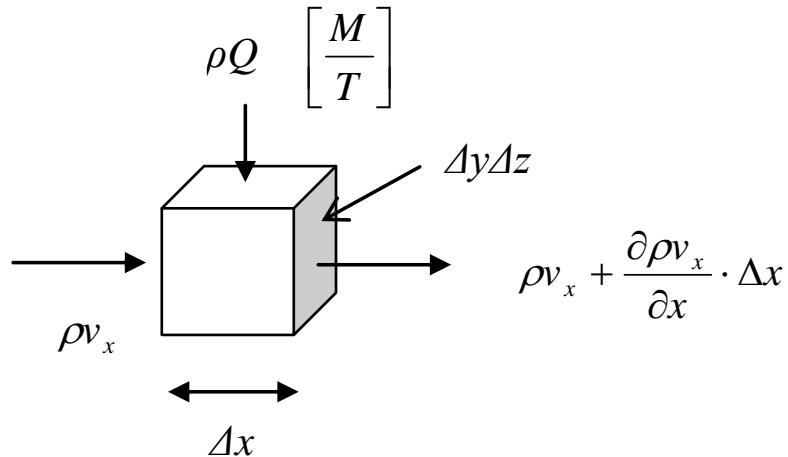
$$\left[ -\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) \right] \Delta x \Delta y \Delta z + \rho Q = \frac{\partial(\Delta x \Delta y \Delta z \cdot n \cdot \rho)}{\partial t}$$

- Γενική μορφή εξίσωσης ροής σε τρεις διαστάσεις

$$\boxed{-\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) + \rho q = \frac{\partial(n \cdot \rho)}{\partial t}} \quad (I)$$

- $q =$  ροή όγκου ανά μοναδιαίο όγκο υδροφορέα  $= \frac{Q}{\Delta x \Delta y \Delta z}$

# Εξίσωση υπόγειας ροής: υποπεριπτώσεις



- Σταθερή πυκνότητα, συνθήκες μόνιμης ροής (ίδια εικόνα στον χρόνο),  $q = 0$

$$-\frac{\partial}{\partial x}(v_x) - \frac{\partial}{\partial y}(v_y) - \frac{\partial}{\partial z}(v_z) = 0$$

- Συνδυασμός με νόμο Darcy σε 3 διαστάσεις

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( -K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( -K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( -K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

# Εξίσωση υπόγειας ροής για συνθήκες μόνιμης ροής, σταθερή πυκνότητα, απουσία άντλησης/εισπίεσης

- Ομοιογενές έδαφος

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

- Ομοιογενές + ισότροπο έδαφος

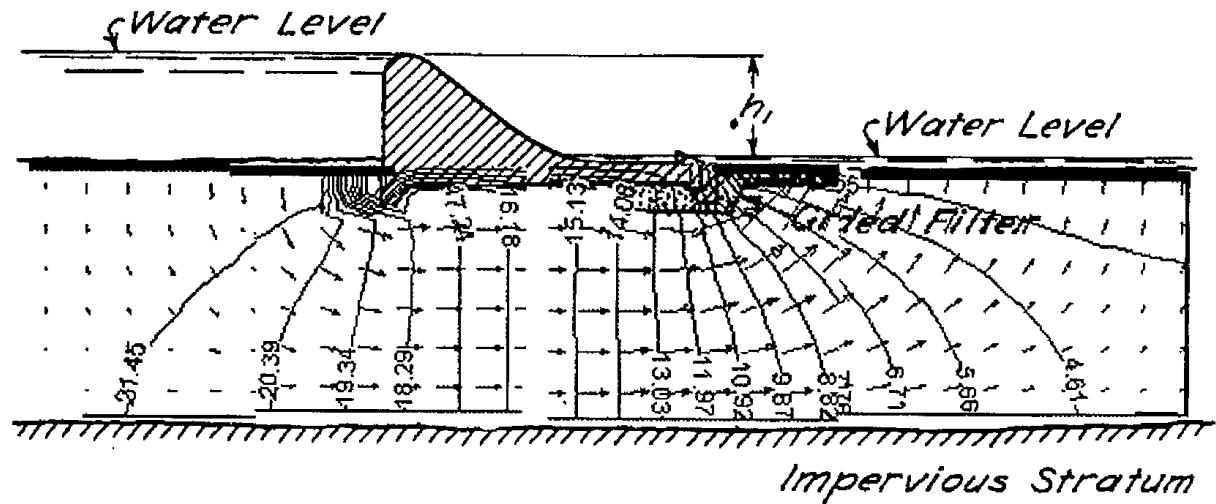
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Εξίσωση Laplace ( $\nabla^2 h = 0$ ): ικανοποιείται από δύο οικογένειες ορθογώνιων καμπυλών (ισοδυναμικές γραμμές, ροϊκές γραμμές) → γραφική επίλυση: δίκτυα ροής

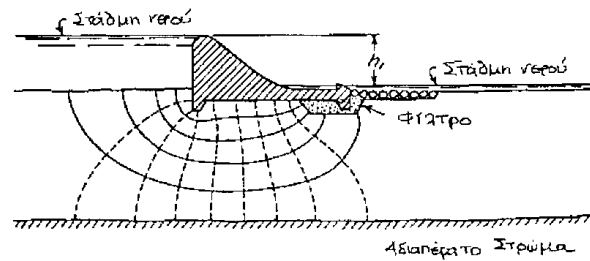


# Δίκτυα ροής

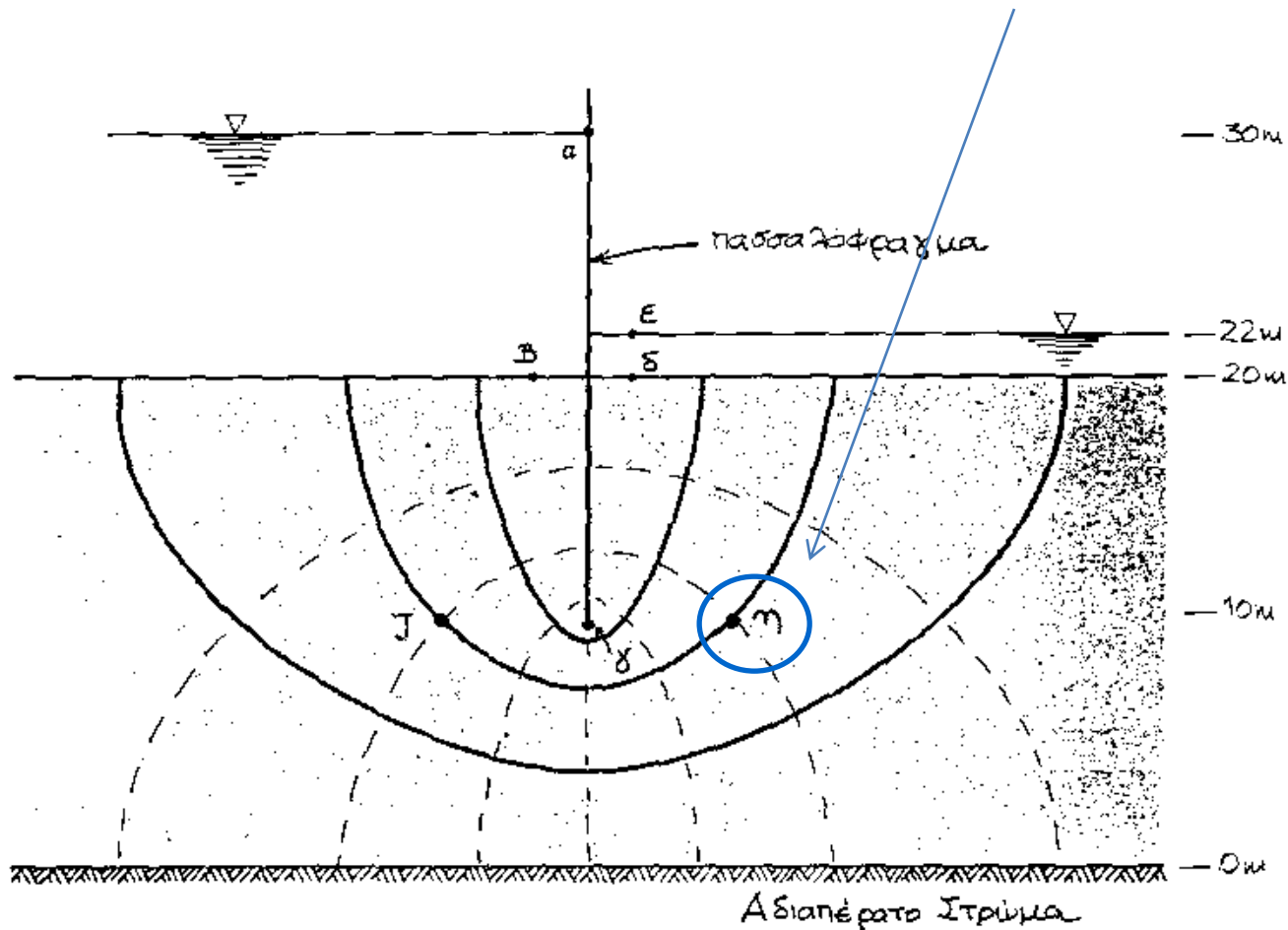
Απεικόνιση αποτελεσμάτων αριθμητικού προσομοιώματος ροής



Δίκτυο ροής



**Άσκηση «απλής ανάγνωσης» δικτύου ροής:  
πού θα ανέβει η στάθμη νερού σε πιεζόμετρο που  
εγκαθιστώ στο σημείο «η»;**





# Ερώτηση κατανόησης

- Η εξίσωση Laplace ( $\nabla^2 h = 0$ ) ισχύει για...  
(τσεκάρετε όλα τα σωστά)
  - σταθερή πυκνότητα ρευστού
  - ομοιογενές και ισότροπο έδαφος
  - απουσία άντλησης και εισπίεσης
  - κάτι άλλο

# Μη μόνιμη ροή, κορεσμένο έδαφος

- Για  $q = 0$ , η (I) δίνει:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = \frac{\partial(n \cdot \rho)}{\partial t}$$

- Για ρευστά ελαχίστως συμπιεστά

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) = \rho \frac{\partial v_x}{\partial x}$$

- Η μερική παράγωγος ως προς τον χρόνο γράφεται ως άθροισμα:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho n) = \frac{\partial \rho}{\partial t} n + \frac{\partial n}{\partial t} \rho$$

ροή λόγω αλλαγής  
όγκου ρευστού

ροή λόγω αλλαγής  
όγκου εδάφικων πόρων

# Μη μόνιμη ροή, κορεσμένο έδαφος, $q = 0$ , ελαχίστως συμπιεστά ρευστά

- Αποδεικνύεται ότι για σταθερό σημείο  $\partial \rho = \partial h$  (σύνδεση μεταβολής όγκου με μεταβολή υδραυλικού φορτίου):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} n + \frac{\partial n}{\partial t} \rho = \rho^2 g n \beta \frac{\partial h}{\partial t} + \rho^2 g \alpha \frac{\partial h}{\partial t}$$

συμπιεστότητα ρευστού
συμπιεστότητα εδάφους,  $E_s = 1/\alpha$ 
μέτρο μονοδιάστατης συμπίεσης

- Ορίζω αντιπροσωπευτικά μεγέθη υδροφορέα πάχους  $D$

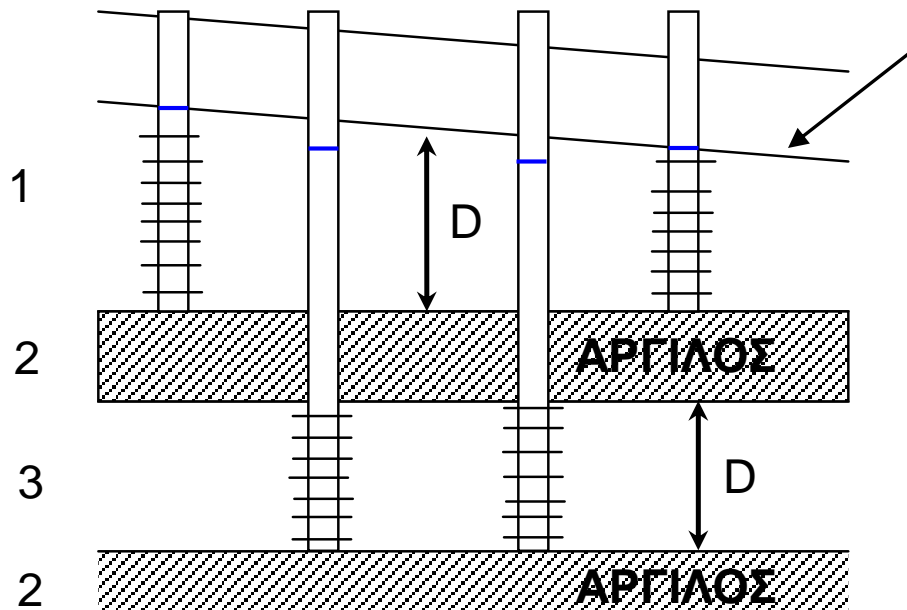
– Ειδική εναποθήκευση:  $S_s = \gamma_w (\alpha + n\beta)$   $[L^{-1}]$

– Συντελεστής εναποθήκευσης:  $S = S_s \cdot D$

[αδιάστατο μέγεθος]

– Διαβιβαστικότητα:  $T = K \cdot D$   $[L^2/T]$

# Υδροφορείς & πηγάδια, ξανά



Υδροφόρος Ορίζοντας,  
Πιεζομετρική Επιφάνεια

(1) Υδροφορέας ελεύθερης ροής

(2) Σχηματισμός περιορισμένης  
υδροφορίας

(3) Υδροφορέας εγκιβωτισμένης  
ροής

# Μη μόνιμη ροή, κορεσμένο έδαφος, $q = 0$ , ελαχίστως συμπιεστά ρευστά (συν.)

- Εξισώσεις ροής με χαρακτηριστικά μεγέθη υδροφορέων

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

- Για ομοιογενές και ισότροπο έδαφος

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

- Διδιάστατη οριζόντια ροή, εγκιβωτισμένος υδροφορέας

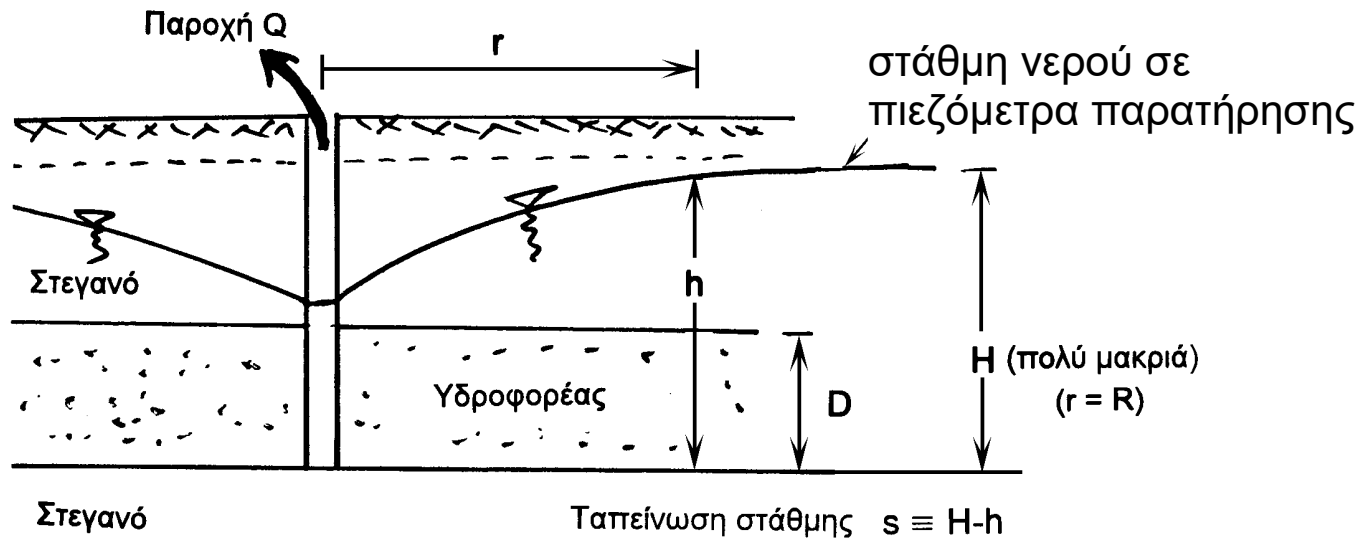
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

- Συμμετρία ως προς άξονα (άντληση από πηγάδι), κυλινδρικές συντεταγμένες

$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}}$$

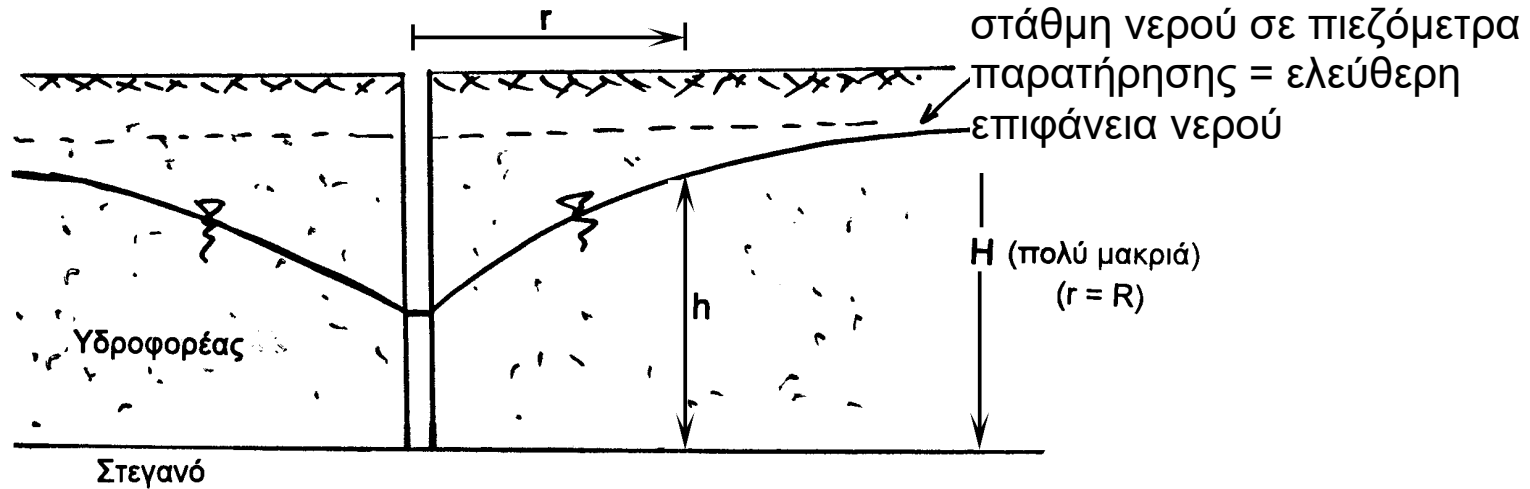


# Υδροφόρας εγκιβωτισμένης ροής: Άντληση από πηγάδι



- $S = \gamma_w (\alpha n + \beta) \cdot D =$  συντελεστής εναποθήκευσης
- $T = K \cdot D =$  διαβιβαστικότητα
- Εφαρμοσμένο πρόβλημα No 1: Αντλώ με δεδομένη παροχή, καταγράφω διαδοχικές μετρήσεις ταπείνωσης στάθμης σε πιεζόμετρο,  $s(r, t_1), s(r, t_2), \dots$ , βρίσκω  $S, T$
- Εφαρμοσμένο πρόβλημα No 2: Με γνωστά τα  $S, T$ , βρίσκω παροχή που απαιτείται για συγκεκριμένη ταπείνωση στάθμης
- Προϋπόθεση: το πηγάδι πρέπει να αντλεί καθ' όλο το ύψος του υδροφορέα

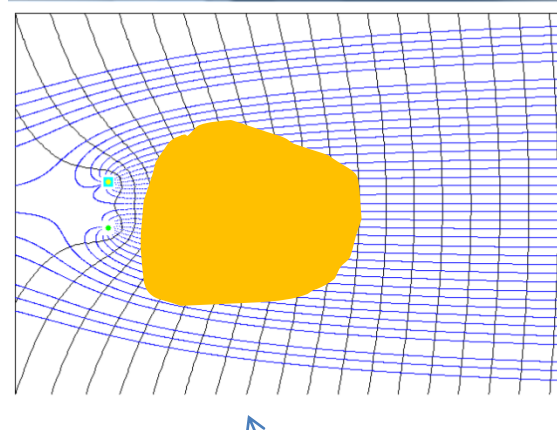
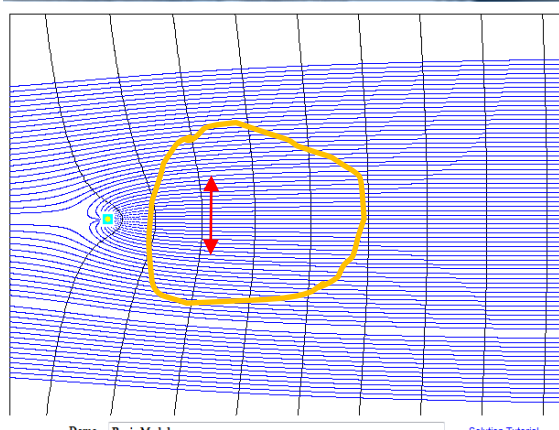
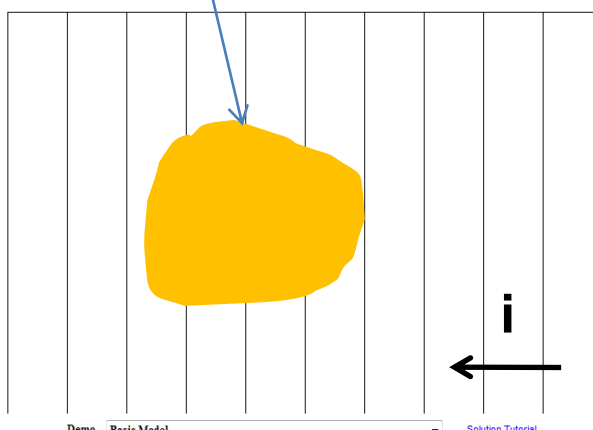
# Υδροφορέας ελεύθερης ροής: Άντληση από πηγάδι



- Ίδια λογική με εγκιβωτισμένο υδροφορέα, αλλά διαφορετικές σχέσεις (ή ίδιες σχέσεις με προσεγγιστική ισχύ) καθώς, με την πτώση της στάθμης του νερού λόγω άντλησης, διευρύνεται η ακόρεστη ζώνη και μικραίνει η επιφάνεια ροής στο πηγάδι

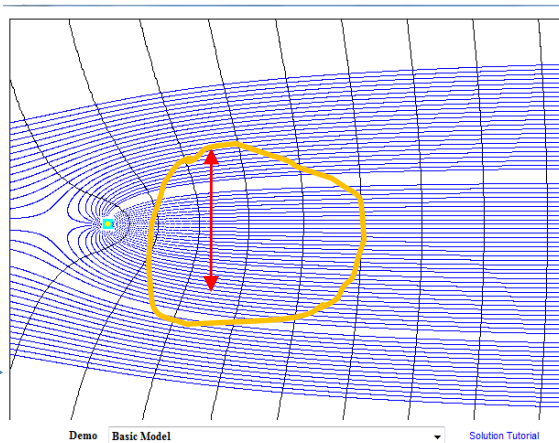
# Επαλληλία φυσικής ροής και αντλήσεων, μέθοδος ιχνηλασίας σωματιδίων (particle tracking): εφαρμογή σε λογισμικά

Ρυπασμένη περιοχή



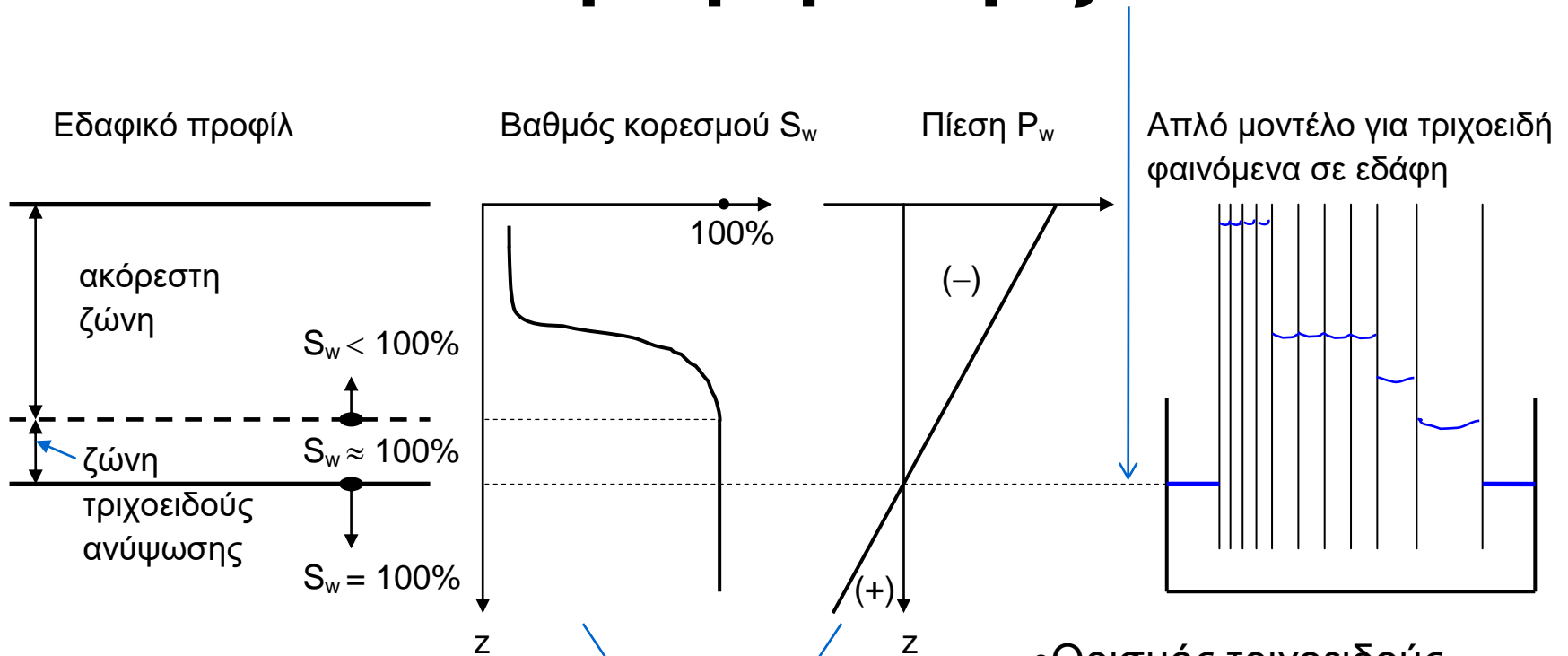
Υδροφορέας 3km x 3km:  
 $i = 0.002$ ,  $K = 10^{-4}$  m/s,  
 $D = 10$  m

Άντληση από ένα  
πηγάδι με παροχή  
 $Q = 137$  m<sup>3</sup>/d  
και  $Q = 274$  m<sup>3</sup>/d



Άντληση από δύο  
πηγάδια με συνολική  
παροχή  $Q = 356$  m<sup>3</sup>/d  
(178 m<sup>3</sup>/d το καθένα)

# Ακόρεστη ζώνη: τι γίνεται πάνω από τον υδροφόρο ορίζοντα



Συνδυασμός καμπυλών:  
σχέση μεταξύ πίεσης,  $P_w$   
– βαθμού κορεσμού,  $S_w$

- Ορισμός τριχοειδούς πίεσης,  $P_c = P_a - P_w \rightarrow$  σχέση μεταξύ  $P_c$  και  $S_w$
- $P_c \uparrow$  επιφανειακή τάση υγρού-αέρα  $\uparrow$  άνοιγμα πόρων  $\downarrow$

# Ροή στην ακόρεστη ζώνη, $S_w \neq 1$ , $q = 0$

- Προσαρμογή του όρου που εκφράζει την αλλαγή μάζας στον στοιχειώδη όγκο στην γενική εξίσωση (I). Ωχι! ένας παραπάνω άγνωστος:  $S$  = βαθμός κορεσμού

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = \frac{\partial(n \cdot \rho \cdot S)}{\partial t}$$

- Για  $\rho$  σταθερό και αμελητέα μεταβολή του πορώδους  $n$  (δηλ. όταν η αλλαγή του όγκου του νερού που προέρχεται από την αλλαγή του πορώδους είναι αμελητέα σε σχέση με την αλλαγή όγκου λόγω μεταβολής του βαθμού κορεσμού)

$$-\frac{\partial}{\partial x}(v_x) - \frac{\partial}{\partial y}(v_y) - \frac{\partial}{\partial z}(v_z) = n \cdot \frac{\partial(S)}{\partial t}$$

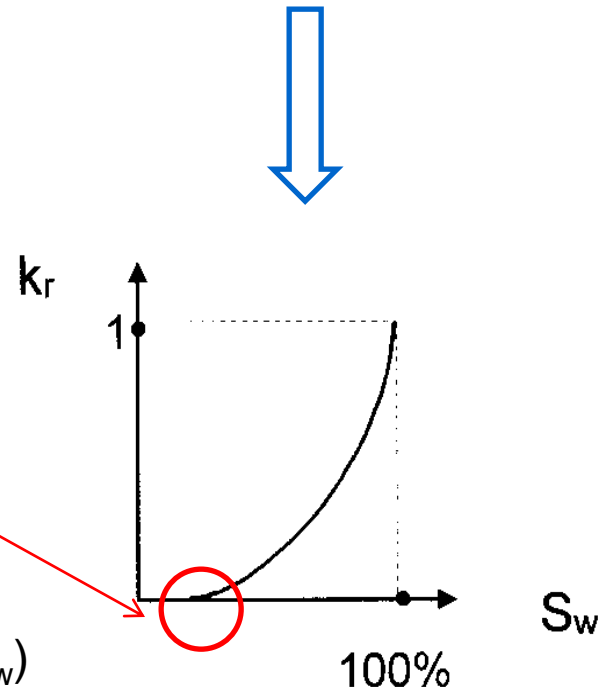
# Νόμος Darcy για ροή στην ακόρεστη ζώνη

- Εισάγεται η έννοια της σχετικής διαπερατότητας  $k_r$  ( $0 \leq k_r \leq 1$ ), η οποία είναι συνάρτηση του βαθμού κορεσμού  $S$

$$v_x = -\frac{k \cdot k_r \cdot \rho \cdot g}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left( z + \frac{P_w}{\rho g} \right)$$

Το νερό, κατανομημένο ασυνεχώς στους εδαφικούς πόρους, σταματά να ρέει για βαθμό κορεσμού μεγαλύτερο από το μηδέν (παραμένων βαθμός κορεσμού).

Η πειραματική μέτρηση της καμπύλης  $k_r(S_w)$  δεν είναι απλή. Λογισμικά ακόρεστης ροής συχνά την προσεγγίζουν ως ευθεία γραμμή.



# Ακόρεστη ζώνη, τριχοειδή φαινόμενα: υλικά πειράματος σε πορώδες μέσο



# Τριχοειδή φαινόμενα σε πορώδες μέσο: (χαμηλός βαθμός κορεσμού)





# Ακόρεστη ζώνη: ρευστό ακινητοποιημένο σε πορώδες μέσο λόγω τριχοειδών φαινομένων

Το μπλε ρευστό δεν έχει στάξει στο πιάτο



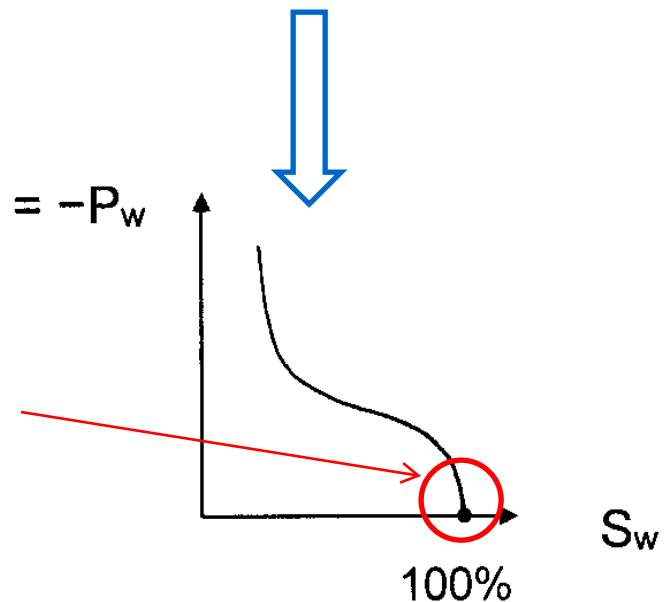
# Η εξίσωση ροής έχει έναν επιπλέον άγνωστο ( $S$ ), όμως βρήκαμε μια πρόσθετη σχέση: $P_c(S)$

- Μεταβολή της τριχοειδούς πίεσης  $P_{Caw}$  με τον βαθμό κορεσμού  $S_w$ :

$$P_{Caw} = P_a - P_w = P_{Caw}(S_w)$$

$$P_c = -P_w$$

Το έδαφος παραμένει κορεσμένο, έχοντας αρνητική πίεση, στη ζώνη τριχοειδούς ανύψωσης.



Η πειραματική μέτρηση της καμπύλης  $P_c(S_w)$  δεν είναι δύσκολη. Όμως οι καμπύλες διαφορετικών εδαφών διαφέρουν σημαντικά (ουσιαστικά αποτυπώνουν την κατανομή μεγεθών των πόρων) – δεν ενδείκνυται διαδανεισμός καμπυλών.

# Εξίσωση ροής στην ακόρεστη ζώνη

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k \cdot k_r}{\mu} \frac{\partial P_w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k \cdot k_r}{\mu} \frac{\partial P_w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k \cdot k_r}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} (P_w + \rho g z) \right) = n \frac{\partial S_w}{\partial t}$$

- Αριθμητική επίλυση με δεδομένα  $k$  (δηλ.  $K$ ),  $n$ ,  $k_r(S_w)$ ,  $P_C(S_w)$ 
  - $k_r(S_w)$ ,  $P_C(S_w)$ : είναι γνωστές και ως καταστατικές σχέσεις ακόρεστης ροής, και περιγράφουν την αλληλεπίδραση νερού και αέρα
- Επίλυση ως προς  $P_w$ ,  $S_w$

# Εξισώσεις ροής για πολυφασική ροή

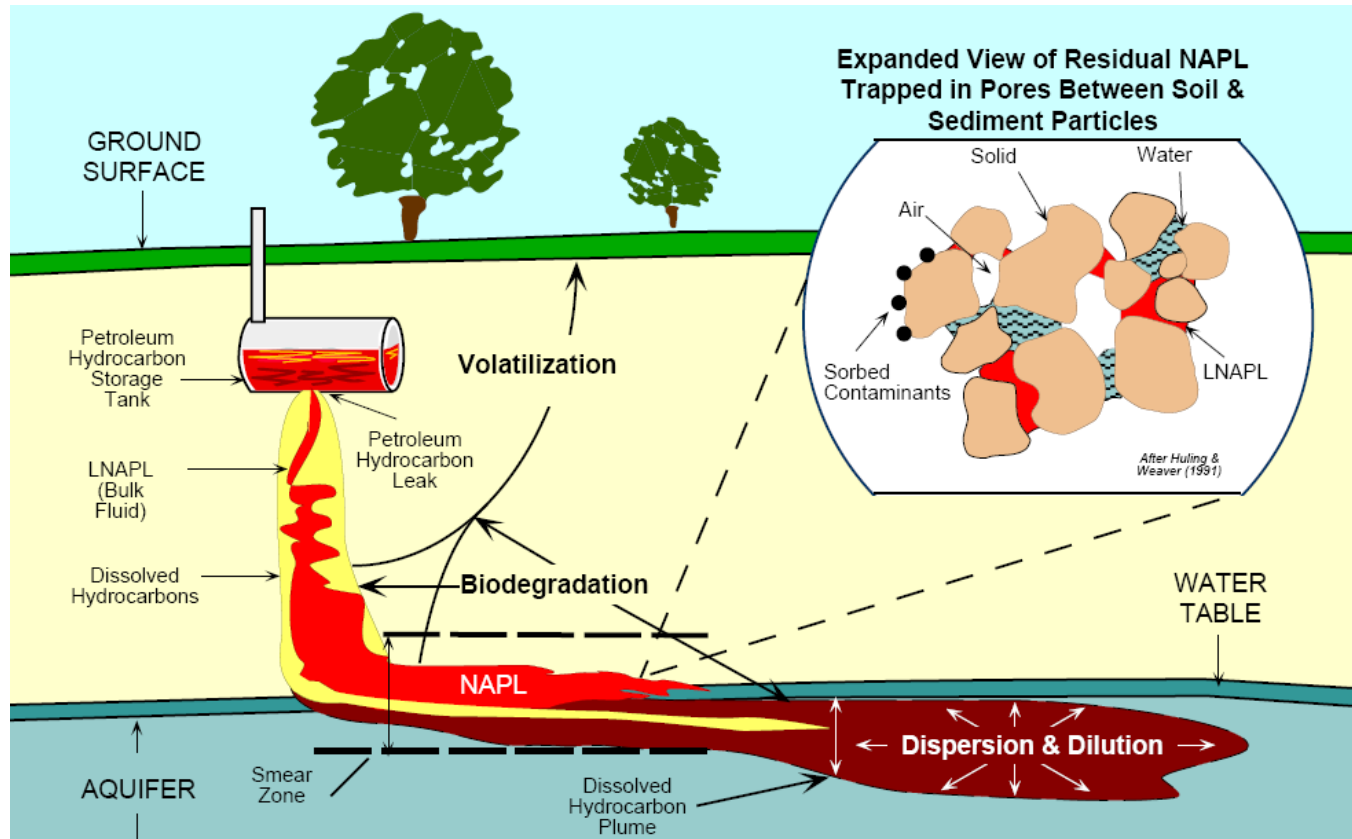
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k \cdot k_{ri}}{\mu_i} \frac{\partial P_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k \cdot k_{ri}}{\mu_i} \frac{\partial P_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k \cdot k_{ri}}{\mu_i} \frac{\partial}{\partial z} (P_i + \rho_i g z) \right) = n \frac{\partial S_i}{\partial t}$$

- για  $i = w$  (νερό),  $a$  (αέρας),  $o$  (NAPL)
- 3 εξισώσεις ( $i = w, a, o$ ), 6 άγνωστοι ( $P_i, S_i$ ), ξέρω  $S_a + S_w + S_o = 1 \Rightarrow$  θέλω άλλες 2 εξισώσεις:

$$P_{C_{ow}} = P_o - P_w = P_{C_{ow}}(S_w) \quad P_{C_{ao}} = P_a - P_o = P_{C_{ao}}(S_a)$$

- Το κάθε ρευστό κινείται μέσω διαφορετικών ροϊκών σωλήνων – ταυτόχρονα υποθέτουμε ότι αλληλεπιδρούν ανά ζεύγη (αέρας με NAPL και NAPL με νερό) όπως εκφράζεται από τις καταστατικές σχέσεις

# Πεδίο εφαρμογής εξισώσεων πολυφασικής ροής – μεταφοράς (διαλυμένου) ρύπου?

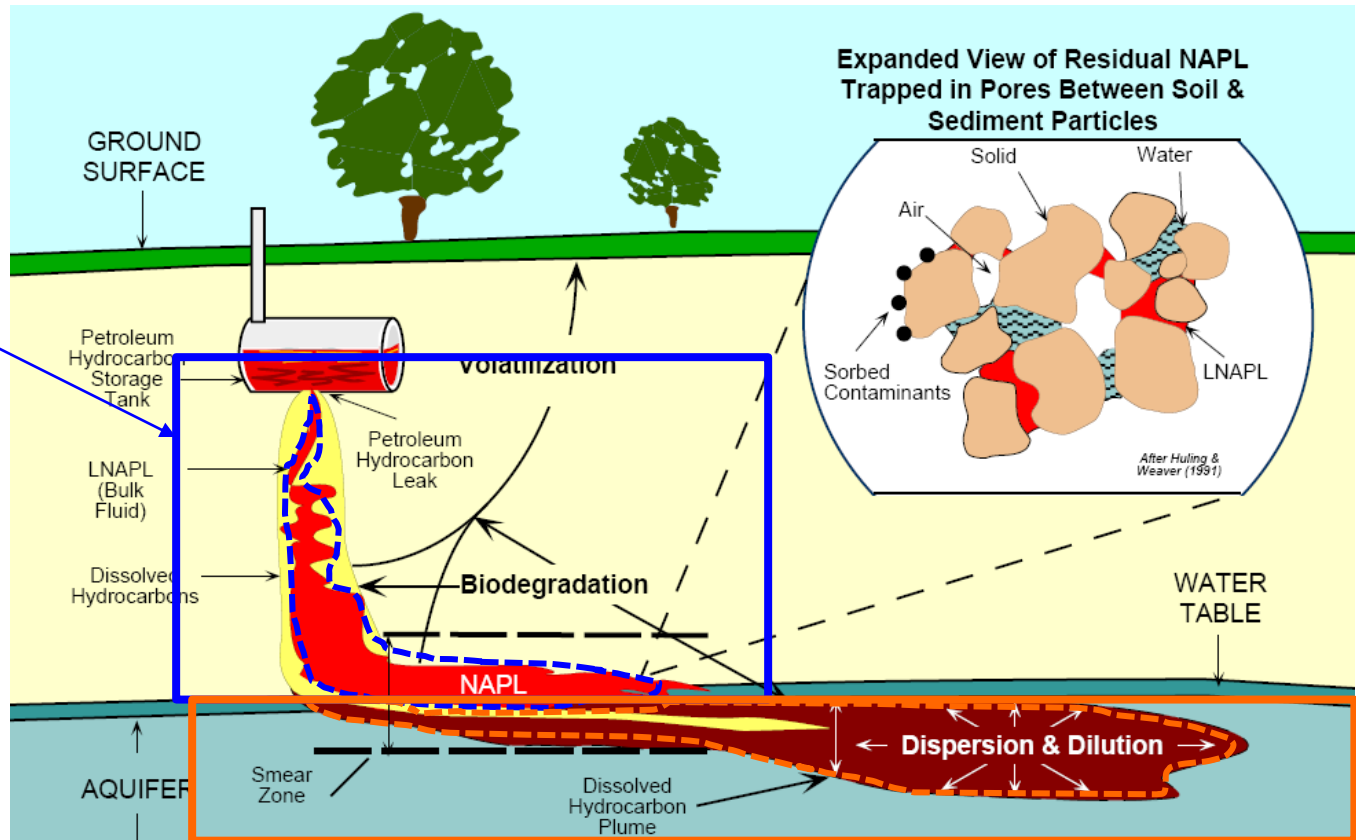


USEPA (1999): EPA/600/F-98/021

# Πεδίο εφαρμογής εξισώσεων

## πολυφασικής ροής – μεταφοράς (διαλυμένου) ρύπου

**Ακόρεστη ζώνη:** ροή NAPL, ροή νερού, ροή αέρα



USEPA (1999): EPA/600/F-98/021

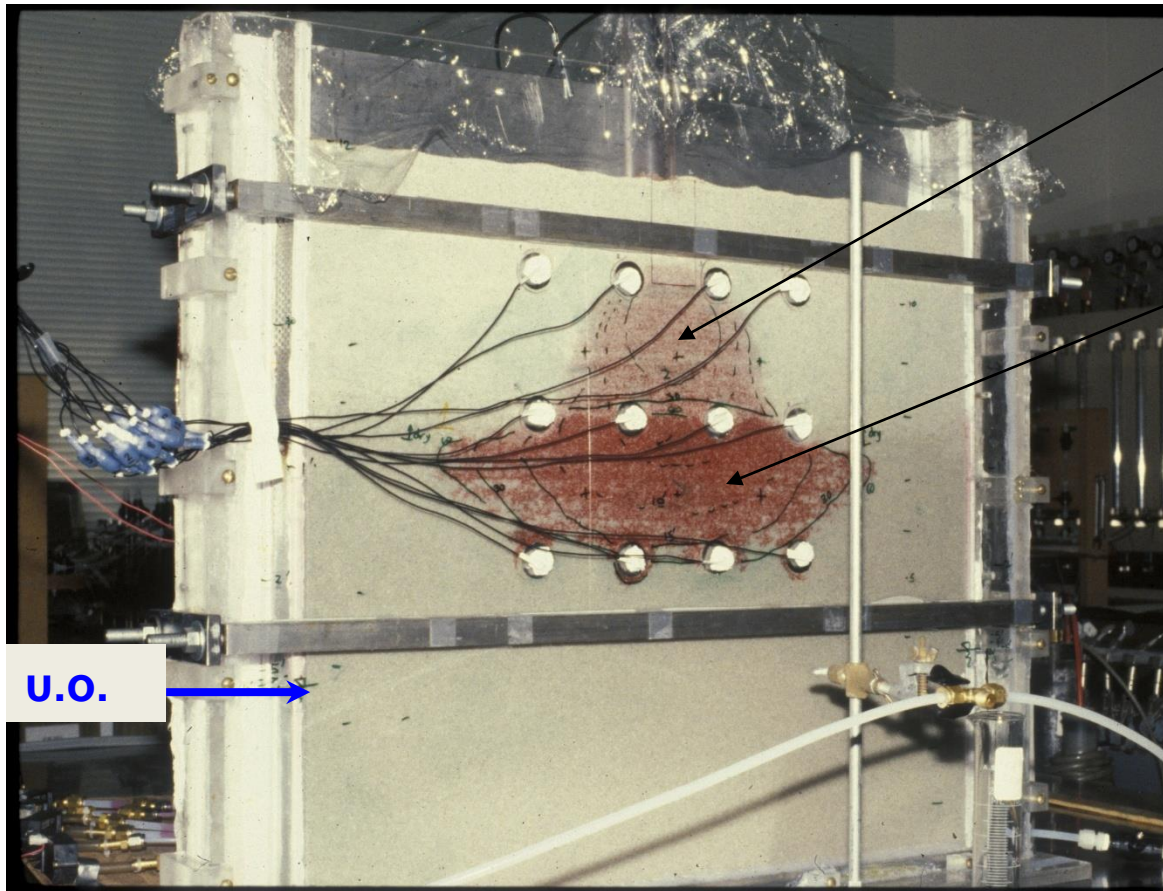
**Κορεσμένη ζώνη:** ροή νερού, μεταφορά ρύπου (θα μελετηθεί ποσοτικά στην Ενότητα 7)

# Εξισώσεις ροής για πολυφασική ροή

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k \cdot k_{ri}}{\mu_i} \frac{\partial P_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k \cdot k_{ri}}{\mu_i} \frac{\partial P_i}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k \cdot k_{ri}}{\mu_i} \frac{\partial}{\partial z} (P_i + \rho_i g z) \right) = n \frac{\partial S_i}{\partial t}$$

- για  $i = w$  (νερό),  $a$  (αέρας),  $o$  (NAPL)
- Ερωτήσεις πρακτικού ενδιαφέροντος: τι ποσότητα NAPL ( $S_o$ ) έχω πού; (πώς) θα κινηθεί; (βλέπε και μάθημα 20/10/2022)
  - δεν ξεχνώ ότι κάθε φάση σταματά να ρέει για βαθμό κορεσμού μικρότερο του παραμένοντα ( $\approx 5-15\%$ )

# Κηροζίνη\* (LNAPL) σε χονδρόκοκκη άμμο: εκτιμήστε βαθμό κορεσμού, $S_o$



παραμένον  
βαθμός  
κορεσμού,  
 $S_o=?$

κηλίδα,  
“φακός” ή  
“τηγανίτα”:  
δυνατότητα  
άντλησης-  
περαιτέρω  
κίνησης,  
 $S_o=?$

\* βαμμένη  
κόκκινη



# Βασικά σημεία

- Με τα δίκτυα ροής, που περιγράφουν μόνιμες διδιάστατες ροές σε κορεσμένο έδαφος, ξέρουμε το υδραυλικό φορτίο παντού (επίσης, αφαιρώντας το υψομετρικό φορτίο, βρίσκουμε την πίεση που ενδιαφέρει σε γεωτεχνικά προβλήματα)
- Για ροή νερού σε ακόρεστο έδαφος, χρειάζεται να ξέρουμε τις καταστατικές σχέσεις της ακόρεστης ροής, δηλ. (1) πώς αυξάνεται η τριχοειδής πίεση καθώς μειώνεται ο βαθμός κορεσμού του νερού και (2) πώς μειώνεται η σχετική διαπερατότητα καθώς μειώνεται ο βαθμός κορεσμού
  - Οι καταστατικές σχέσεις, και ιδιαίτερα η (1), εξαρτώνται από το έδαφος

# Βασικά σημεία (συν.)

- Τα προβλήματα διαρροής μη υδατικών ρύπων περιγράφονται μαθηματικά με εξισώσεις πολυφασικής ροής, δηλ. διφασική ροή (πχ διαρροή DNAPL σε κορεσμένο έδαφος) ή τριφασική ροή (πχ διαρροή LNAPL ή DNAPL σε ακόρεστο έδαφος)
- Η αριθμητική προσομοίωση της κίνησης μη υδατικών ρύπων δεν συνηθίζεται σε περιστατικά ρυπασμένων χώρων με εξαίρεση τυχόν ερευνητικές μελέτες
  - Ο χαρακτηρισμός της κατανομής μη υδατικού ρύπου στο πεδίο, αν γίνει, θα γίνει με επιτόπου μεθόδους (δειγματοληψίες, γεωφυσικές μέθοδοι, κ.α.)

# Πηγές σχημάτων

**Σημείωση:** το μη πρωτογενές υλικό αυτής της παρουσίασης ή έχει αναρτηθεί στο διαδίκτυο με άδεια Creative Commons, ή είναι διαθέσιμο στο διαδίκτυο (πχ πρακτική των ΗΠΑ για μελέτες κλπ δημόσιων οργανισμών) και μπορεί να χρησιμοποιηθεί με κατάλληλη αναφορά (attribution), ή συνοδεύεται από άδεια από τον εκδότη.

**Διαφάνειες 17, 18.** Καββαδάς, Μ., 2013, Στοιχεία Περιβαλλοντικής Γεωτεχνικής, Εκδόσεις Τσότρας, Σχήματα 3.13 και 3.14, αντίστοιχα, χρησιμοποιούνται με άδεια.

**Διαφάνειες 29, 30.** US Environmental Protection Agency (EPA), 1999, Monitored Natural Attenuation of Petroleum Hydrocarbons, EPA/600/F-98/021, <https://clu-in.org/download/remed/pet-hyd.pdf> (Ημερομηνία πρόσβασης 1-1-2022)