



**Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Εφαρμοσμένη Μηχανική»
 Εξέταση στην «Εμβιομηχανική των Μαλακών Ιστών»
 Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής Δ. Ευταξιόπουλος
 7 - 6 - 2021**

Θέμα 1 (3,4)

Να δείξετε ότι η διατήρηση της μάζας στην εκτός των ινών φάση (extrafibrillar phase) E του αρθρικού χόνδρου, παριστάνεται σε τοπική μορφή από τη σχέση

$$\frac{1}{\det \mathbf{F}} \frac{dv_E}{dt} + \operatorname{div} \mathbf{J}_E = \sum_{k \in E} \frac{\hat{\rho}^{kE}}{\rho_k} \quad (1)$$

όπου

$$\mathbf{J}_E = \sum_{k \in E} n^{kE} (\mathbf{v}_{kE} - \mathbf{v}_S), \quad (2)$$

με δεδομένο ότι για κάθε είδος k της φάσης E ισχύει η σχέση

$$\frac{d^{kE}}{dt} n^{kE} + n^{kE} \operatorname{div} \mathbf{v}_{kE} = \frac{\hat{\rho}^{kE}}{\rho_k}. \quad (3)$$

Θέμα 2 (3,3)

Να δείξετε ότι ο συζευγμένος, λόγω χημικού, ηλεκτρικού και μηχανικού πεδίου, όρος

$$\underline{W}_{ch,1}(\mathbf{E}, \mathcal{N}^*) = -p_{ch}(\mathcal{N}^*)(\det \mathbf{F} - 1), \quad (4)$$

στην πυκνότητα ενέργειας της κύριας στρώσης (stroma) του κερατοειδούς χιτώνα, οδηγεί στην ανάπτυξη του χημικού 2^{ου} τανυστή τάσης Piola - Kirchhoff, που δίνεται από τη σχέση

$$\underline{\underline{\tau}}_{ch} = -p_{ch} \det \mathbf{F} \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{F}^{-T} \quad (5)$$

Θέμα 3 (3,3)

Στην κύρια στρώση (stroma) του κερατοειδούς χιτώνα, θεωρούμε ότι η μήτρα (matrix) στην οποία είναι εγκιβωτισμένες οι ίνες κολλαγόνου, αποτελείται από ισότροπο υλικό με συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης

$$\underline{W}^{matrix} = \frac{\mu}{2}(I_1 - 3) - \frac{\mu}{2} \ln I_3 + \frac{\lambda}{8} (\ln I_3)^2. \quad (6)$$

Να υπολογίσετε τον μηχανικό 2^ο τανυστή τάσης Piola - Kirchhoff που αναπτύσσεται στην εκτός των ινών κολλαγόνου μήτρα, της κύριας στρώσης του κερατοειδούς χιτώνα.