



**Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Εφαρμοσμένη
 Μηχανική»**

**Εξέταση στην «Εμβιομηχανική των Μαλακών Ιστών»
 Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής Δ. Ευταξιόπουλος
 10 - 6 - 2019**

Θέμα 1 (3)

Ορθογώνιο δοκίμιο μαλακού ιστού υποβάλλεται σε πείραμα μονοαξονικού εφελκυσμού, με τάση t_{11} κατά τη διεύθυνση X_1 . Το υλικό του δοκιμίου είναι ορθότροπο και συμπιεστό με συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης

$$W = C_1(e^Q - 1) + C_2(I_3 - 1) \quad (1)$$

όπου

$$Q = a_1 E_{11}^2 + a_2 E_{22}^2 + a_3 E_{33}^2 + 2a_4 E_{11} E_{22} + 2a_5 E_{22} E_{33} + 2a_6 E_{33} E_{11}. \quad (2)$$

Οι συντελεστές C_1 , C_2 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 και a_6 είναι σταθερές.

1. Να γράψετε τις μη γραμμικές εξισώσεις από τις οποίες υπολογίζονται οι συντελεστές διάτασης λ_1 , λ_2 και λ_3 .
2. Θα ισχύει ότι $\lambda_2 = \lambda_3$;

Θέμα 2 (3,5)

Για το πρόβλημα εφελκυσμού και στρέψης θηλώδους μυός, δίνεται η συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης

$$W = C_2 \left(\frac{I_2}{I_3} + 2I_3^{1/2} - 5 \right) \quad (3)$$

για ισότροπο και συμπιεστό υλικό. Εξετάζουμε την ειδική περίπτωση κατά την οποία ο μύς δεν επιμηκύνεται κατά την αξονική διεύθυνση, δηλαδή όταν $\lambda = 1$.

1. Να δείξετε ότι η παραμόρφωση είναι ισόχωρη.
2. Να υπολογίσετε την αξονική δύναμη N και τη ροπή στρέψης M .
3. Να δείξετε ότι για την ειδική περίπτωση του προβλήματος που εξετάζεται, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και η συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης

$$W = C_2(I_2 - 3) \quad (4)$$

για ασυμπίεστο ισότροπο υλικό.

4. Να υπολογίσετε την αξονική δύναμη N και τη ροπή στρέψης M , χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης W , που δίνεται από τη σχέση (4).
5. Να δείξετε ότι οι απαντήσεις στα ερωτήματα (2) και (4), είναι ίδιες.

Θέμα 3 (3,5)

Για το πρόβλημα διόγκωσης, εφελκυσμού και στρέψης αρτηρίας, δίνεται η συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης

$$W = C_1(e^Q - 1) \quad (5)$$

για ασυμπίεστο ορθότροπο υλικό, όπου

$$Q = a_1 \hat{E}_{RR}^2 + a_2 \hat{E}_{\Theta\Theta}^2 + a_3 \hat{E}_{ZZ}^2 + 2a_4 \hat{E}_{RR} \hat{E}_{\Theta\Theta} + 2a_5 \hat{E}_{\Theta\Theta} \hat{E}_{ZZ} + 2a_6 \hat{E}_{ZZ} \hat{E}_{RR} + a_8 (\hat{E}_{\Theta Z}^2 + \hat{E}_{Z\Theta}^2). \quad (6)$$

Να δείξετε ότι:

1. Οι διατμητικές τάσεις $\hat{\sigma}^{r\theta}$, $\hat{\sigma}^{\theta z}$ και $\hat{\sigma}^{zr}$ είναι μηδενικές, στην αφόρτιστη (ενδιάμεση) κατάσταση (unloaded configuration) B_U .
2. Αν $a_8 = 0$ στη σχέση (6), η διατμητική τάση $\hat{\sigma}^{\theta z}$ είναι μη μηδενική στην κατάσταση φόρτισης (loaded configuration) B_L .