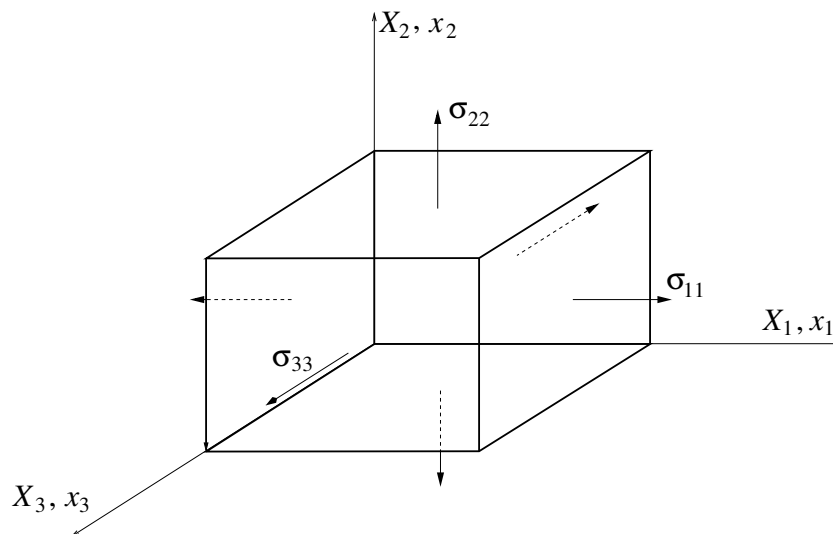


**Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Εφαρμοσμένη
 Μηχανική»**

**Εξέταση στην «Εμβιομηχανική των Μαλακών Ιστών»
 Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής Δ. Ευταξιόπουλος
 12-6-2017**

Θέμα 1 (3,3)

Δοκίμιο μαλακού ιστού που έχει σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου, υποβάλλεται σε τρισδιάστατη ομοιόμορφη ορθή διάταση (stretching), κάθετα προς τις έδρες του (Σχήμα 1). Οι διατμητικές τάσεις και παραμορφώσεις ως προς το καρτεσιανό σύστημα (X_1, X_2, X_3)



Σχήμα 1: Το ορθογώνιο δοκίμιο του μαλακού ιστού, που υποβάλλεται σε τρισδιάστατη ορθή καταπόνηση.

είναι μηδενικές. Το υλικό του ιστού είναι συμπιεστό με συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης

$$W = \sum_{n=1}^N a_n \left(\lambda_1^{b_n} + \lambda_2^{b_n} + \lambda_3^{b_n} - 3 \right) \quad (1)$$

ανά μονάδα όγκου στην απαραμόρφωτη κατάσταση. Οι αριθμοί n και N είναι φυσικοί, οι ποσότητες a_n και b_n είναι σταθερές και $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ είναι οι κύριοι συντελεστές διάτασης κατά τους άξονες X_1, X_2, X_3 αντίστοιχα.

1. Να υπολογίσετε τα στοιχεία $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ του τανυστή τάσης σ κατά Cauchy.
2. Να δείξετε ότι η συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης που ορίζεται από τη σχέση (1), αναφέρεται σε ισότροπο υλικό.

Θέμα 2 (3,4)

Στο πρόβλημα της απλής διάτμησης ιστού, το συμπιεστό υλικό του ιστού περιγράφεται από τη συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης

$$W = C_1 \left[I_1 - 3 + \frac{1 - 2\nu}{\nu} \left(I_3^{[-\nu/(1-2\nu)]} - 1 \right) \right] + C_4 I_4^2. \quad (2)$$

Να δείξετε ότι:

1. Η συνθήκη

$$\sigma^{3*3*} = 0 \quad (3)$$

για την κατάσταση επίπεδης έντασης στο επίπεδο (X_1, X_2) , ικανοποιείται ταυτοτικά.

2. Τα μη μηδενιζόμενα στοιχεία του τανυστή τάσης σ κατά Cauchy, ως προς τη δυαδική βάση των μεταφερόμενων διανυσμάτων (convected base vectors), δίνονται από τις σχέσεις:

$$\sigma^{1*1*} = -2C_1 k^2 \quad (4)$$

$$\sigma^{2*2*} = C_4 k^2 \quad (5)$$

$$\sigma^{1*2*} = 2C_1 k. \quad (6)$$

Θέμα 3 (3,3)

Στο πρόβλημα της παραμόρφωσης θηλώδους μυός σε εφελκυσμό και στρέψη, να υπολογίσετε:

1. Τα στοιχεία του τανυστή παραμόρφωσης \mathbf{E} κατά Lagrange, ως προς τη μικτή βάση (mixed components), από τη σχέση

$$E_J^I = E_{JK} G^{KI}. \quad (7)$$

2. Την πρώτη αναλλοίωτη I_1 , του δεξιού τανυστή παραμόρφωσης \mathbf{C} κατά Cauchy - Green, χρησιμοποιώντας κάποια από τα παρπάνω στοιχεία E_J^I .