

Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Εφαρμοσμένη Μηχανική»
Εξέταση στην «Εμβιομηχανική των Μαλακών Ιστών»
Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής Α. Ευταξιόπουλος
1-9-2014

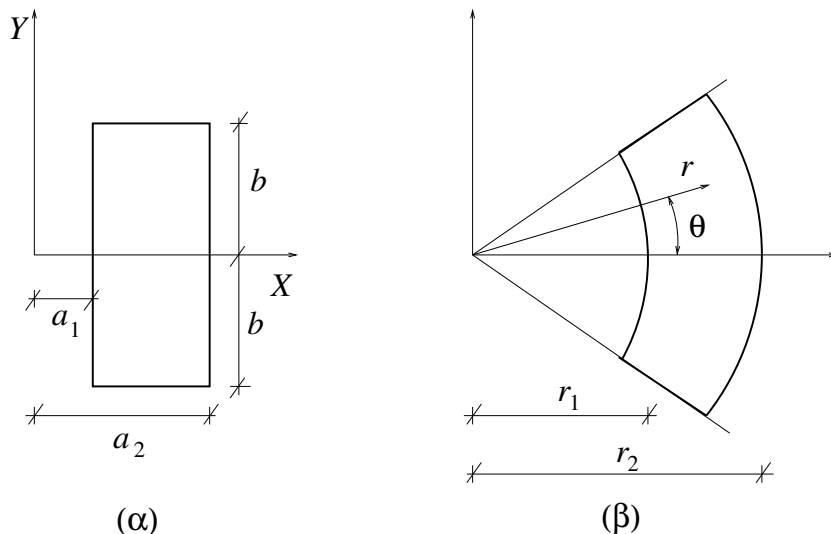
Θέμα

Η καρδιά είναι το πρώτο όργανο που δημιουργείται και λειτουργεί στο έμβρυο. Κατά τα πρώτα στάδια ανάπτυξής της δύο μεμβράνες αναδιπλώνονται και συνενώνονται, δημιουργώντας έναν ενιαίο καρδιακό σωλήνα με παχιά τοιχώματα. Στη συνέχεια τα τοιχώματα του σωλήνα κάμπτονται και στρέφονται υπό συνθήκες μεγάλων παραμορφώσεων, δημιουργώντας βρόχους. Η διαδικασία αυτή οδηγεί τελικά στη δημιουργία της καρδιακής αντλίας αποτελούμενης από τέσσερις θαλάμους.

Ένα απλοποιημένο προσομοίωμα για τη αρχική διαδικασία δημιουργίας βρόχων στην εμβρυακή καρδιά, είναι η κάμψη μιας δοκού μήκους $2b$ με ορθογώνια διατομή πλάτους $a_2 - a_1$ και ύψους $2c$ (Σχήμα 1). Η συνάρτηση απεικόνισης της κάμψης, από την απαραμόρφωτη στην παραμορφωμένη κατάσταση είναι

$$r = r(X), \quad \theta = kY, \quad z = \lambda Z \quad (1)$$

όπου (X, Y, Z) και (r, θ, z) είναι οι συντεταγμένες του καρτεσιανού και του κυλινδρικού συστήματος, στο απαραμόρφωτο και στο παραμορφωμένο πλαίσιο αναφοράς αντίστοιχα. k είναι η καμπυλότητα της δοκού και λ είναι ο συντελεστής διάτασης κατά τη διεύθυνση Z .



Σχήμα 1: Προσομοίωμα κάμψης της εμβρυακής καρδιάς: (α) Απαράμορφωτο πλαίσιο αναφοράς και (β) Παραμορφωμένο πλαίσιο αναφοράς.

1. Να εξαχθεί η σχέση που περιγράφει τον ανάστροφο τανυστή βαθμίδας παραμόρφωσης \mathbf{F}^T και τον τανυστή βαθμίδας παραμόρφωσης \mathbf{F} με χρήση των φυσικών τους συνιστωσών, ως προς τη δυαδική βάση των μοναδιαίων διανυσμάτων.
2. Να εξαχθούν οι τρεις εξισώσεις ισορροπίας, στο παραμορφωμένο πλαίσιο αναφοράς, γραμμένες ως προς τις φυσικές συνιστώσες των τάσεων κατά Cauchy.
3. Να εξαχθεί η σχέση που δίνει το διάνυσμα τάσης $\mathbf{T}^{(e_\theta)}$, σαν συνάρτηση των φυσικών συνιστωσών των τάσεων κατά Cauchy.
4. Να εξαχθούν οι σχέσεις που δίνουν τις ασθενείς συνοριακές συνθήκες στις ακραίες άνω και κάτω διατομές της δοκού. Να εξηγήσετε γιατί η αξονική δύναμη στις διατομές αυτές πρέπει να είναι μηδενική.