



**Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Εφαρμοσμένη Μηχανική»**  
**Εξέταση στο μάθημα «Εμβιομηχανική των Μαλακών Ιστών»**  
**Διδάσκων: Επίκουρος Καθηγητής Δ. Ευταξιόπουλος**  
**11-7-2008**

**Θέμα 1 (60%)**

Ένα απλό προσομοίωμα της αριστερής καρδιακής κοιλίας, αποτελείται από ένα κυλινδρικό σωλήνα με παχύ τοίχωμα, που περιέχει στρώσεις από ασυμπίεστο, ορθότροπο μυοκάρδιο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σ' ένα σημείο του τοιχώματος, οι κύριες διευθύνσεις του υλικού του απαραμόρφωτου μυοκαρδίου, ορίζονται από τα Καρτεσιανά μοναδιαία διανύσματα

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_R \quad (1)$$

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_\Theta \cos \beta + \mathbf{e}_Z \sin \beta \quad (2)$$

$$\mathbf{e}_3 = -\mathbf{e}_\Theta \sin \beta + \mathbf{e}_Z \cos \beta \quad (3)$$

όπου  $(R, \Theta, Z)$  είναι κυλινδρικές πολικές συντεταγμένες και  $\beta$  είναι η γωνία που σχηματίζουν οι μυϊκές ίνες με την εφαπτομενική διεύθυνση, στην απαραμόρφωτη κατάσταση, στο σημείο που εξετάζουμε. Η συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης  $W$ , τύπου Fung, δίνεται από τη σχέση

$$W = C(e^Q - 1) \quad (4)$$

όπου

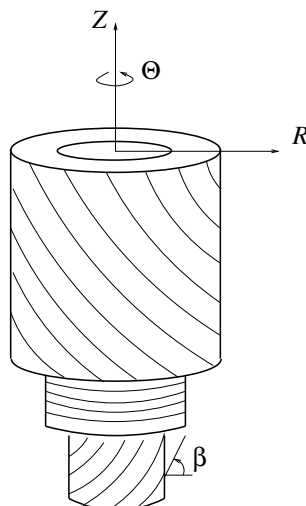
$$Q = a_1 \varepsilon_{11}^2 + a_2 \varepsilon_{22}^2 + a_3 \varepsilon_{33}^2 + 2a_4 \varepsilon_{11} \varepsilon_{22} + 2a_5 \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} + 2a_6 \varepsilon_{33} \varepsilon_{11} + 2a_7 \varepsilon_{12}^2 + 2a_8 \varepsilon_{23}^2 + 2a_9 \varepsilon_{31}^2 \quad (5)$$

όπου  $\varepsilon_{IJ}$  είναι τα στοιχεία της παραμόρφωσης ως προς το τοπικό κύριο σύστημα του υλικού, στην απαραμόρφωτη κατάσταση. Τα  $C, a_1, a_2, \dots, a_9$  είναι σταθερές.

Ο τανυστής της δεύτερης τάσης Piola - Kirchoff  $\mathbf{s}$  δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{s} = s^{IJ} \mathbf{G}_I \mathbf{G}_J \quad (6)$$

όπου  $\mathbf{G}_I$  και  $\mathbf{G}_J$  είναι τα συναλλοίωτα διανύσματα βάσης του κυλινδρικού πολικού συστήματος συντεταγμένων  $(R, \Theta, Z)$ . Να γράψετε την καταστατική σχέση για το στοιχείο  $s^{22}$  της δεύτερης τάσης Piola - Kirchoff, σαν συνάρτηση των στοιχείων  $\varepsilon_{IJ}$  της παραμόρφωσης.



**Θέμα 2 (40%)**

Στο πρόβλημα του εφελκυσμού και της στρέψης θηλοειδούς μυός, να δείξετε ότι η ροπή στρέψης  $M$  που εφαρμόζεται στην άνω βάση του, δίνεται από τη σχέση

$$M = \frac{\pi b_0^4 \psi}{\lambda} \left[ C_1 + \frac{C_2}{\lambda} + \frac{C_4}{2} \left( \lambda^2 - 1 + \frac{2\psi^2 b_0^2}{3\lambda} \right) \right] \quad (7)$$

Ο μυς αποτελείται από ασυμπίεστο, εγκαρσίως ισότροπο υλικό. Η τροποποιημένη Mooney - Rivlin, συνάρτηση πυκνότητας ενέργειας παραμόρφωσης  $W$  του υλικού, δίνεται από τη σχέση

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) + C_4 I_4'^2 \quad (8)$$