



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ – ΤΟΜΕΑΣ ΓΕΩΤΕΧΝΙΚΗΣ

ΔΙΑΛΕΞΕΙΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

« ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι - Τμήμα 2 »

4^ο ΕΞ. ΠΟΛ-ΜΗΧ. ΕΜΠ - Ακαδ. Έτος 2020 - 21

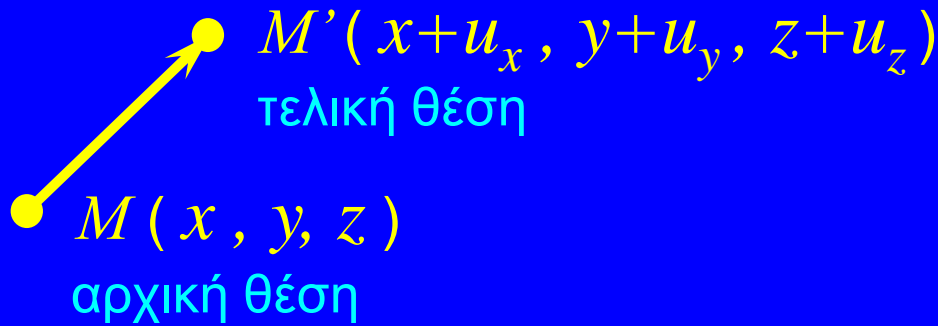
ΔΙΑΛΕΞΗ 5

ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ – ΑΡΧΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

17.03.2021

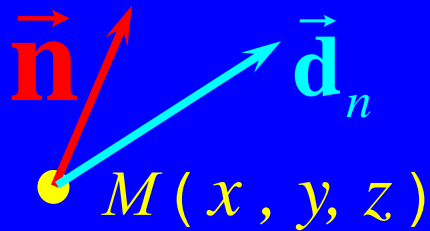
Η ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

Η παραμόρφωση των συνεχών μέσων περιγράφεται μέσω του τανυστή της παραμόρφωσης που δίνει τα χαρακτηριστικά της παραμόρφωσης στο σημείο M :



$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

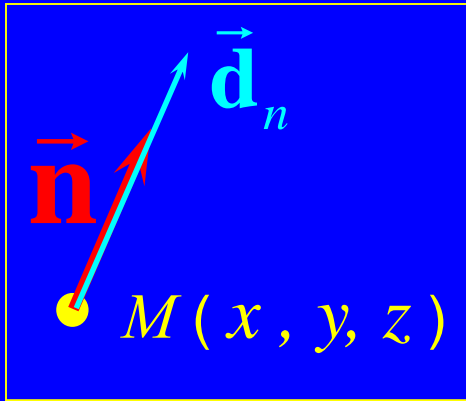
$$\boldsymbol{\varepsilon} \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$



Ο τανυστής της παραμόρφωσης έχει την ιδιότητα :
Όταν πολλαπλασιασθεί με το μοναδιαίο διάνυσμα (n),
δίνει τα χαρακτηριστικά της παραμόρφωσης (επιμήκυνση
και στρώφες) στο σημείο M κατά τη διεύθυνση (n) :

$$\vec{d}_n = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \vec{n}$$

Η ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

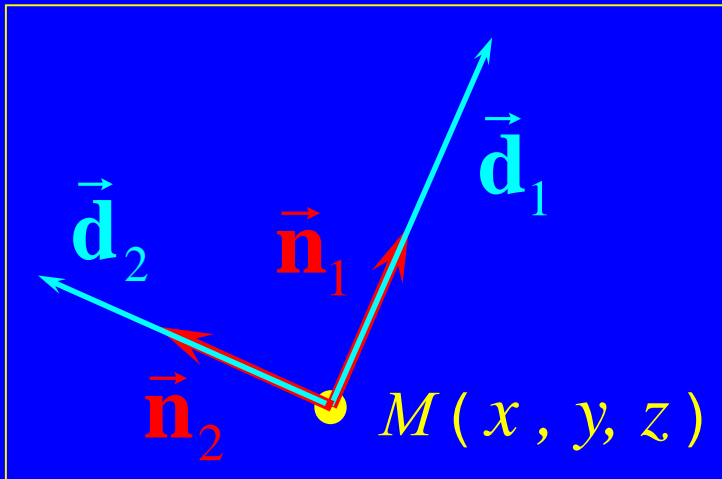


Κύριες διευθύνσεις της παραμόρφωσης :

Υπάρχουν τρεις διευθύνσεις (n_1, n_2, n_3) δια του σημείου M , κατά τις οποίες δεν υπάρχει στρόφη, δηλαδή η παραμόρφωση περιλαμβάνει μόνον επιμήκυνση της ευθείας (n) :

$$\vec{d}_n = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \vec{n} = \lambda \vec{n} \Rightarrow (\boldsymbol{\varepsilon} - \lambda \mathbf{I}) \cdot \vec{n} = \vec{0}$$

(ιδιο-διανύσματα του τανυστή της παραμόρφωσης)



Οι διευθύνσεις (n_1, n_2, n_3) είναι ορθογώνιες και ονομάζονται κύριες διευθύνσεις της παραμόρφωσης.

Οι κύριες διευθύνσεις παραμορφώνονται χωρίς στρέβλωση των μεταξύ τους ορθών γωνιών.

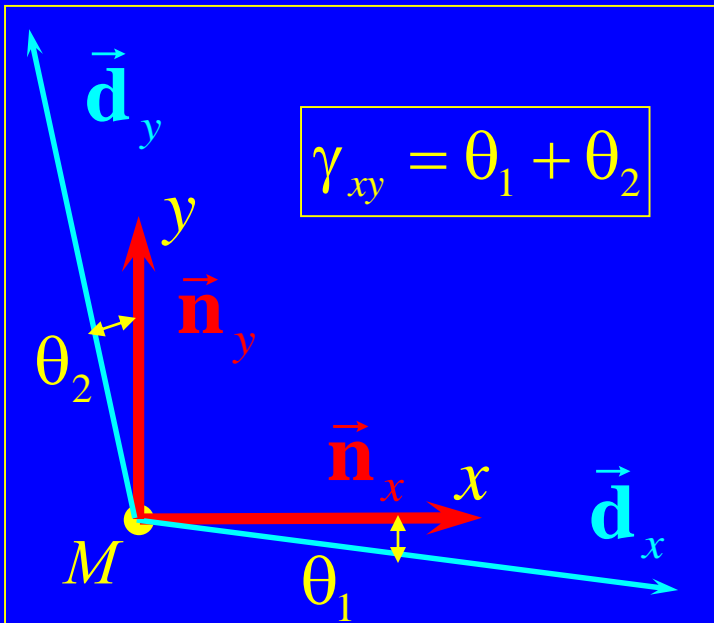
Η ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

Οποιοσδήποτε άλλες διευθύνσεις εκτός των κυρίων διευθύνσεων, παραμορφώνονται με στρέβλωση των ορθών γωνιών (και με επιμήκυνση).

Οι επιμηκύνσεις των τριών αξόνων των συντεταγμένων (x, y, z) ονομάζονται ορθές παραμορφώσεις και δίνονται από τις σχέσεις :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Οι στρεβλώσεις των ορθών γωνιών μεταξύ των τριών αξόνων (x, y, z) ονομάζονται διατμητικές παραμορφώσεις και δίνονται από τις σχέσεις :



$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}$$

Η ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

Η ανηγμένη αύξηση (ΔV) ενός στοιχειώδους όγκου (V) στο σημείο M ονομάζεται ογκομετρική παραμόρφωση και δίνεται από τη σχέση :

$$\varepsilon_{vol} \equiv \frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Παρατηρήσεις :

Οι ανωτέρω ορισμοί αφορούν συνεχή υλικά (π.χ. χάλυβας) επειδή προϋποθέτουν συνέχεια του υλικού ώστε να ορίζονται οι παράγωγοι.

Τα εδαφικά υλικά δεν είναι συνεχή και συνεπώς οι ανωτέρω ορισμοί δεν έχουν ακριβή έννοια.

Παρά ταύτα, όπως και κατά τον ορισμό της τάσης, χρησιμοποιούνται οι ίδιοι ορισμοί των παραμορφώσεων, θεωρώντας ότι τα «όρια» δεν τείνουν στο μηδέν αλλά σε κάποιο μικρό μέγεθος το οποίο όμως περιλαμβάνει αρκετούς κόκκους ώστε να εξασφαλίζεται η στατιστική ομοιογένεια

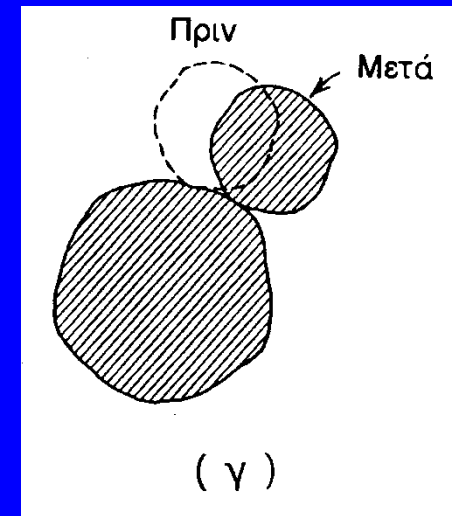
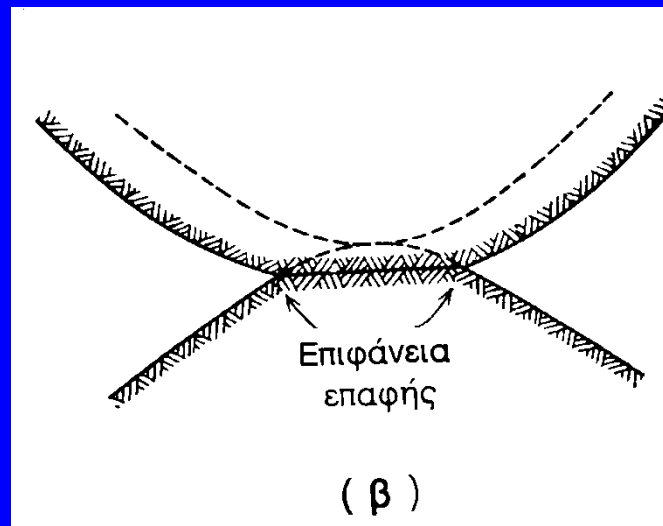
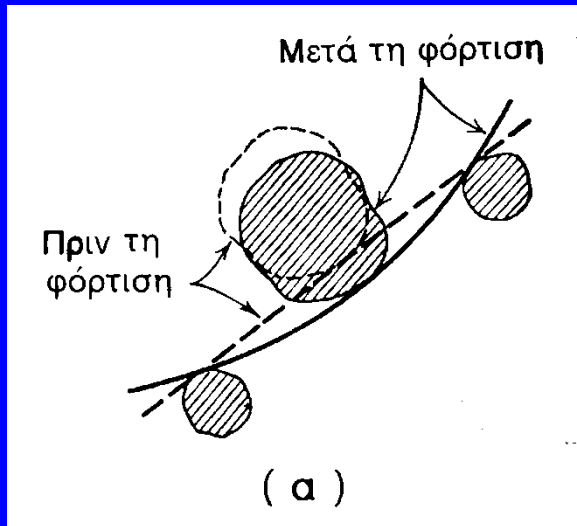
Η ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

Τα εδαφικά υλικά παραμορφώνονται με τους εξής μηχανισμούς :

(α) Ελαστική παραμόρφωση των κόκκων

(β) Θραύση των αιχμών στις επαφές μεταξύ των κόκκων, λόγω μεγάλης συγκέντρωσης τάσεων

(γ) Ολίσθηση και κύλιση μεταξύ των κόκκων



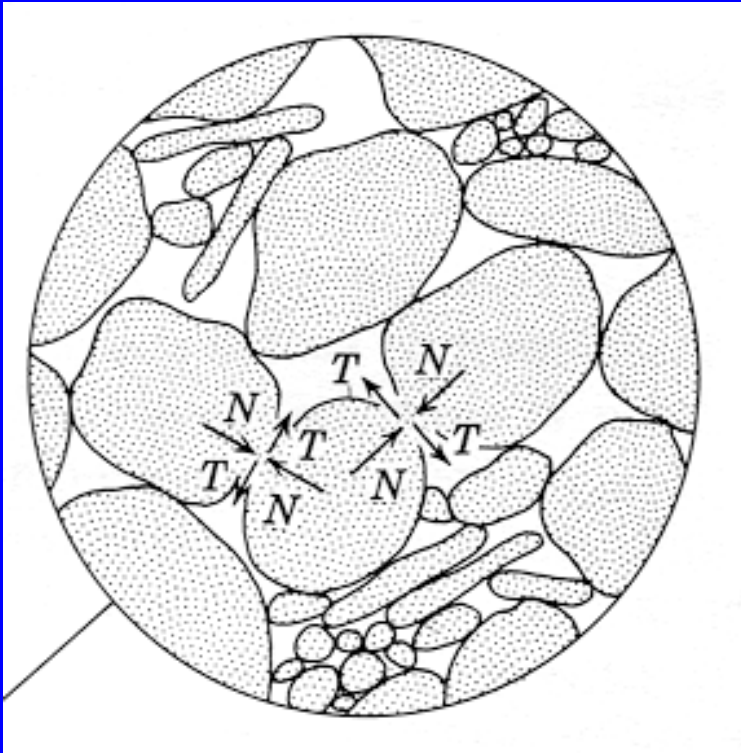
- Από τους ανωτέρω μηχανισμούς, σημαντικότερος είναι ο (γ).
- Άρα, μπορεί να θεωρηθεί ότι οι κόκκοι είναι πρακτικώς απαραμόρφωτοι
- Ο μηχανισμός (α) είναι αναστρέψιμος, δηλαδή ελαστικός, ενώ οι (β) και (γ) είναι μη-αναστρέψιμοι, δηλαδή ανελαστικοί

Άρα, η παραμόρφωση των εδαφικών υλικών είναι κυρίως ανελαστική

Η ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΕΝΕΡΓΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

- Η παραμόρφωση των εδαφών γίνεται κυρίως με αναδιάταξη μεταξύ των κόκκων (ολίσθηση και κύλιση), δηλαδή με μεταβολή της γεωμετρίας του εδαφικού σκελετού (= της δομής των κόκκων).
- Η αναδιάταξη μεταξύ των κόκκων προκαλείται από μεταβολές των δυνάμεων που ασκούνται μεταξύ των κόκκων, δηλαδή από μεταβολές των ενεργών τάσεων.

$$u = \sigma - \sigma' \Rightarrow \Delta u = \Delta \sigma - \Delta \sigma'$$



- Μεταβολή των υδατικών πιέσεων, χωρίς μεταβολή των ενεργών τάσεων, δεν προκαλεί παραμόρφωση, αφού ισοδυναμεί με ισότροπη συμπίεση των κόκκων (οι οποίοι θεωρούνται πρακτικώς απαραμόρφωτοι)
- Μεταβολή των ολικών τάσεων χωρίς μεταβολή των ενεργών τάσεων, δεν προκαλεί παραμόρφωση (ως άνω)

Αρχή των ενεργών τάσεων:

Η μεταβολή οποιουδήποτε μηχανικού χαρακτηριστικού των εδαφών (π.χ. παραμόρφωση και αντοχή) συνεπάγεται μεταβολή των ενεργών τάσεων και αντιστρόφως,

$$\Delta \varepsilon \neq 0 \Leftrightarrow \Delta \sigma' \neq 0$$

Πόρισμα :

Εάν δεν μεταβληθούν οι ενεργές τάσεις*, τα μηχανικά χαρακτηριστικά των εδαφών δεν μεταβάλλονται, π.χ. τα εδάφη δεν παραμορφώνονται και δεν μεταβάλλεται η αντοχή τους.

$$\Delta \sigma' = 0 \Leftrightarrow \Delta \varepsilon = 0$$

* δηλαδή, όλες οι συνιστώσες των ενεργών τάσεων

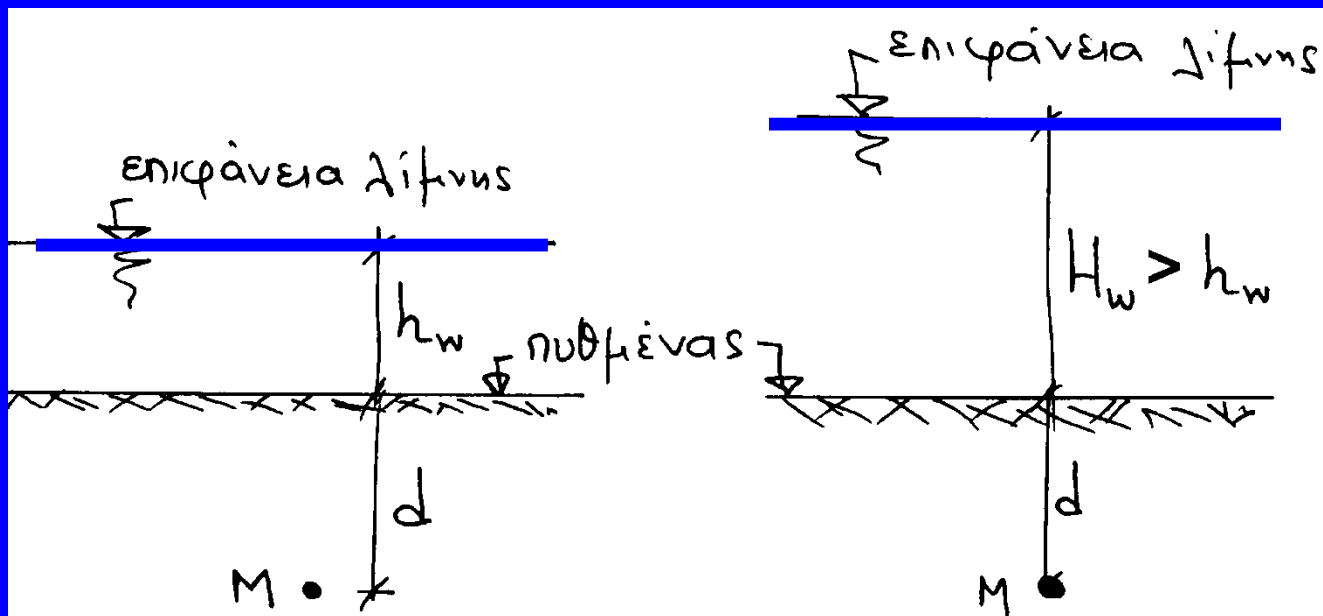
Παρατήρηση :

Μπορεί να μεταβληθούν οι ολικές τάσεις και οι υδατικές πιέσεις χωρίς μεταβολή των ενεργών τάσεων. Στην περίπτωση αυτή το έδαφος δεν παραμορφώνεται.

$$\text{Εάν : } (\Delta \sigma, \Delta u) : \Delta \sigma' = \Delta \sigma - \Delta u = 0 \Rightarrow \Delta \varepsilon = 0$$

Αρχή των ενεργών τάσεων - Παραδείγματα εφαρμογής

Συμπιέζεται ο πυθμένας λίμνης, εάν μεταβληθεί το βάθος του νερού ;



$$\sigma_v = h_w \gamma_w + d \gamma$$

$$\sigma_v = H_w \gamma_w + d \gamma$$

$$u = (h_w + d) \gamma_w$$

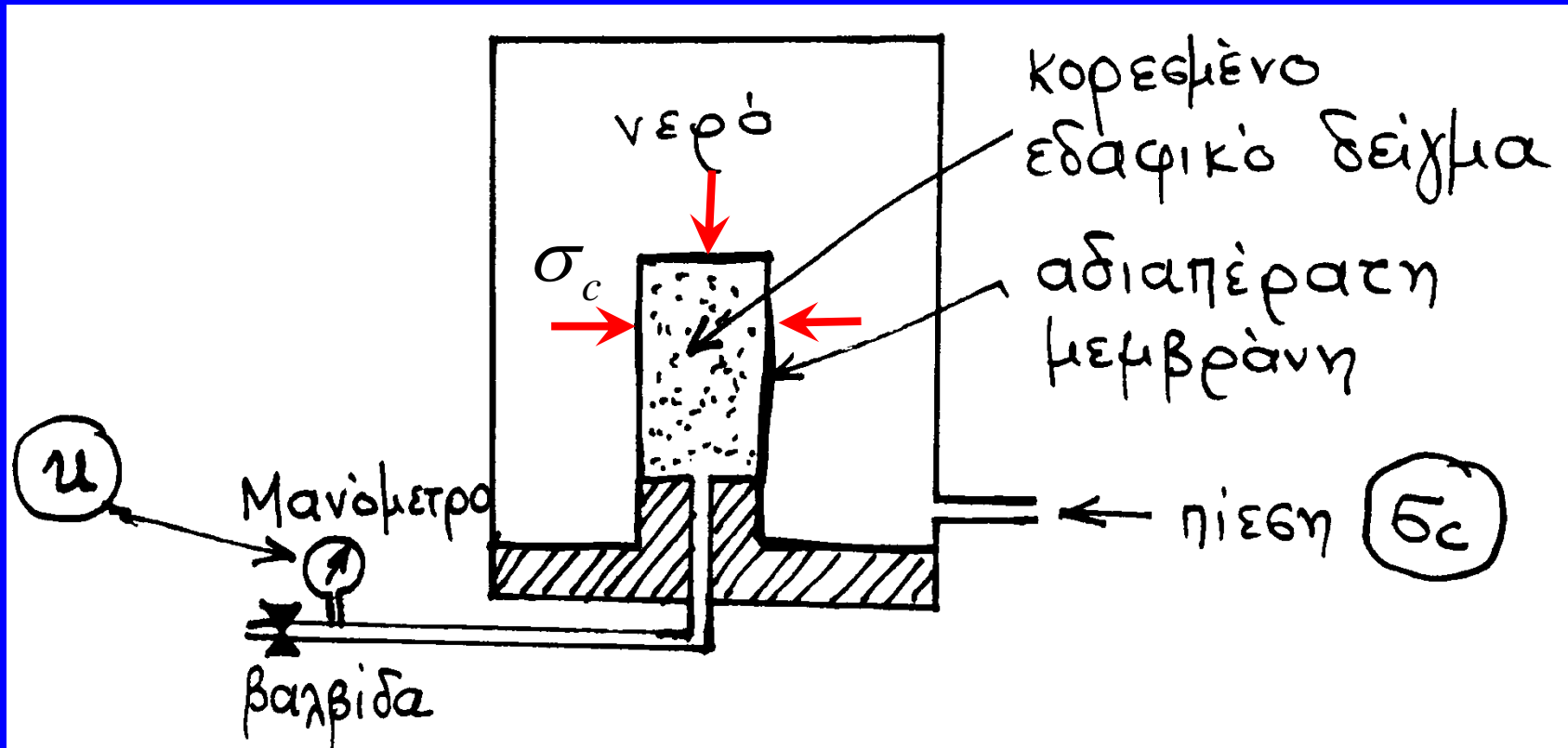
$$u = (H_w + d) \gamma_w$$

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = d (\gamma - \gamma_w) = d \gamma'$$

Η ενεργός τάση δεν μεταβάλλεται. Άρα ο πυθμένας δεν συμπιέζεται.

Αρχή των ενεργών τάσεων - Παραδείγματα εφαρμογής

Με κλειστή βαλβίδα, η πίεση (σ_c) του νερού στην κυψέλη αυξάνεται.
Θα συμπιεσθεί το εδαφικό δείγμα ;



Ολικές τάσεις στο εδαφικό δείγμα :

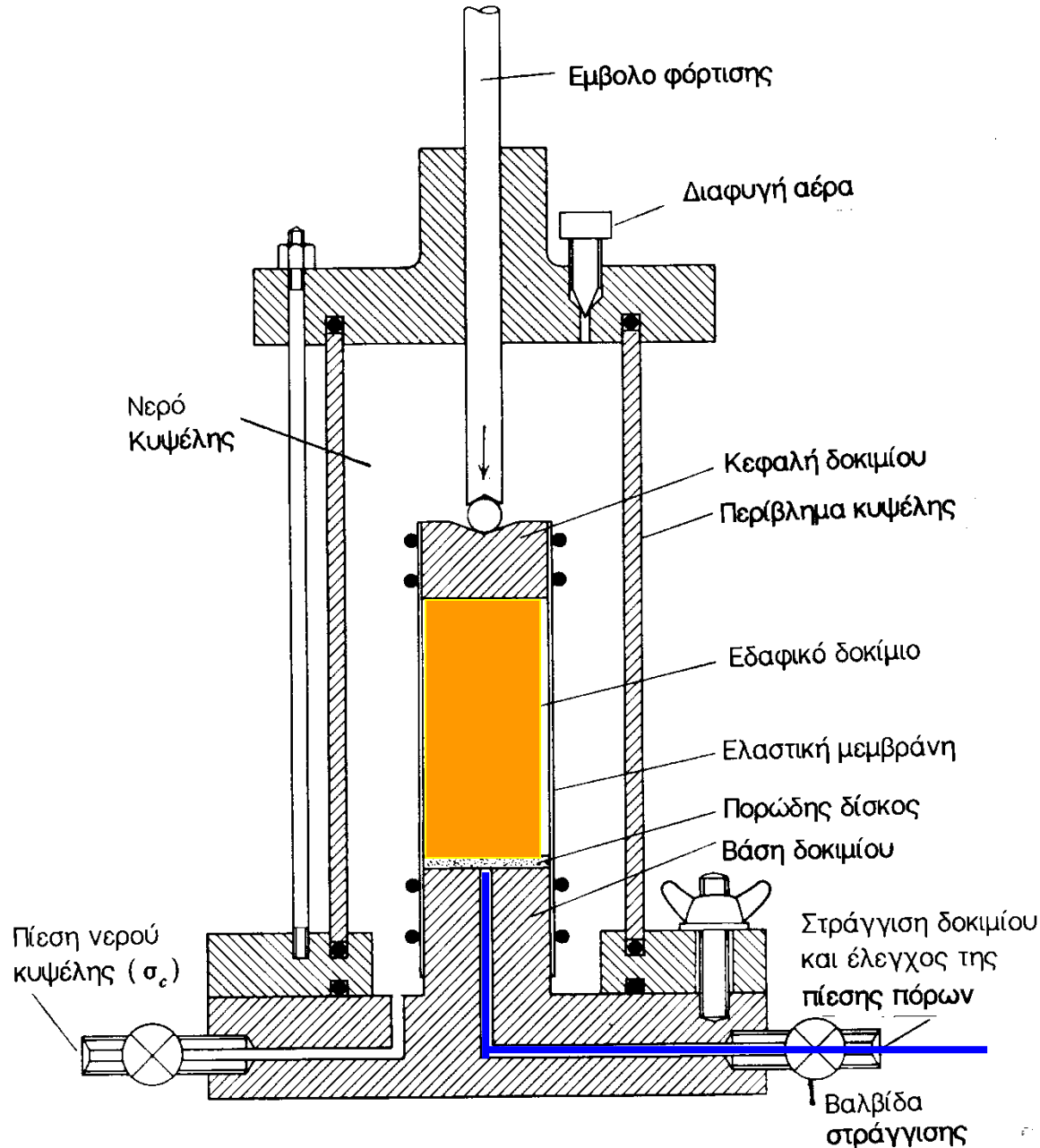
Αρχική : σ_c

Τελική : $\sigma_c + \Delta\sigma_c$

Μεταβολή : $\Delta\sigma_c$

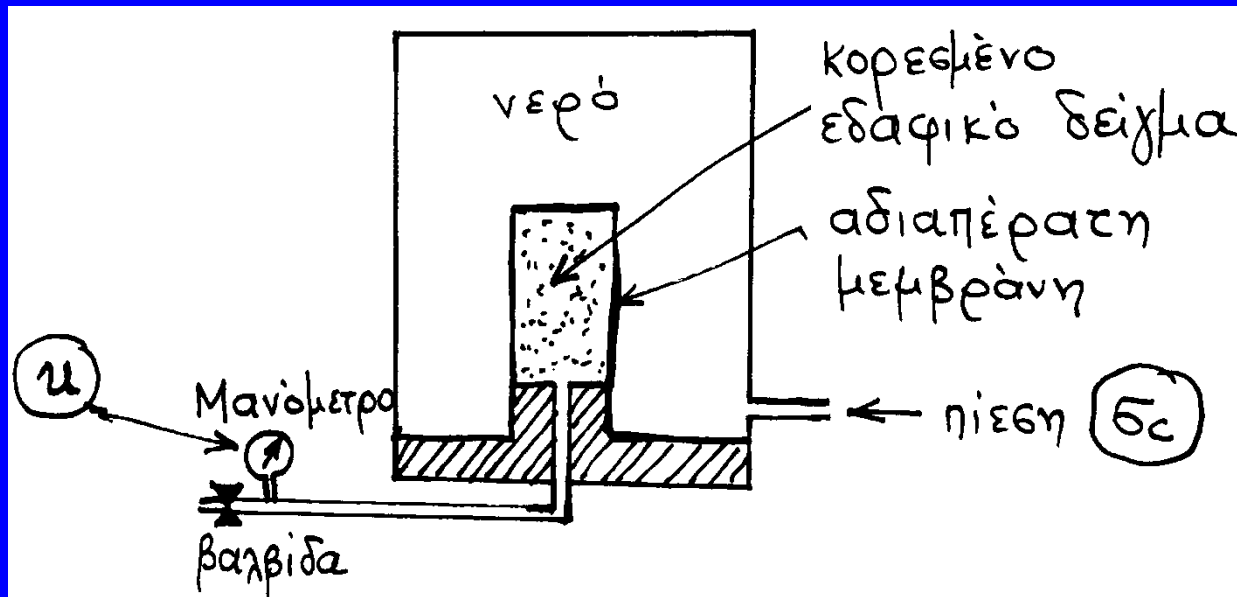
Πειραματική διάταξη της φόρτισης

Τριαξονική κυψέλη



Αρχή των ενεργών τάσεων - Παραδείγματα εφαρμογής

Με κλειστή βαλβίδα, η πίεση (σ_c) του νερού στην κυψέλη αυξάνεται.
Θα συμπιεσθεί το εδαφικό δείγμα ;



Ολικές τάσεις στο
εδαφικό δείγμα :

Αρχική : σ_c

Τελική : $\sigma_c + \Delta\sigma_c$

Μεταβολή : $\Delta\sigma_c$

$$V = V_s + V_w \Rightarrow \Delta V = \Delta V_s + \Delta V_w = 0 + 0 = 0$$

Άρα το δείγμα δεν αλλάζει όγκο, ούτε στρεβλώνεται (η φόρτιση είναι ισότροπη). Δηλαδή $\Delta\varepsilon=0$. Άρα οι ενεργές τάσεις δεν μεταβάλλονται.

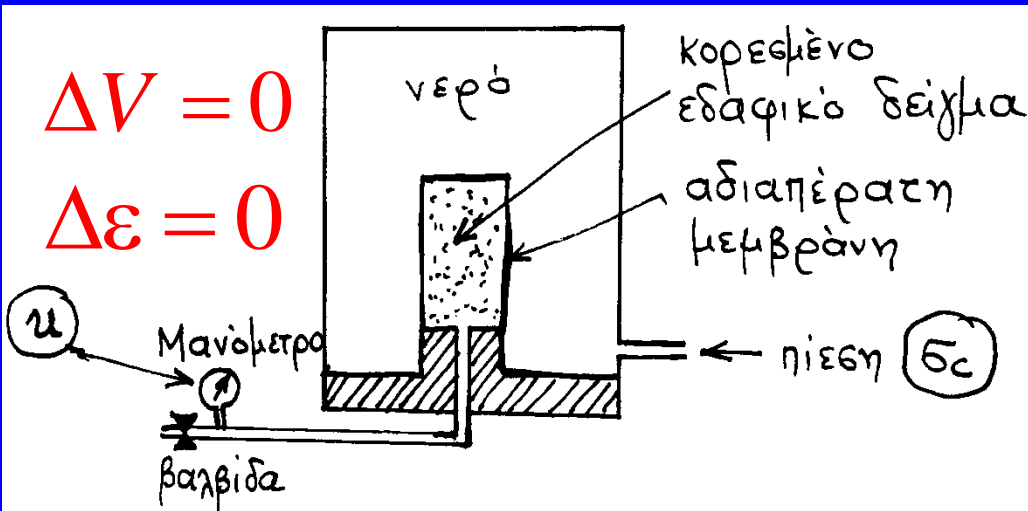
$$\text{Συνεπώς : } \Delta\sigma' = 0 \Rightarrow \Delta u = \Delta\sigma \Rightarrow \Delta u = \Delta\sigma_c$$

Το σύνολο της αύξησης της ολικής πίεσης, αναλαμβάνεται από τις πιέσεις πόρων, χωρίς μεταβολή των ενεργών τάσεων

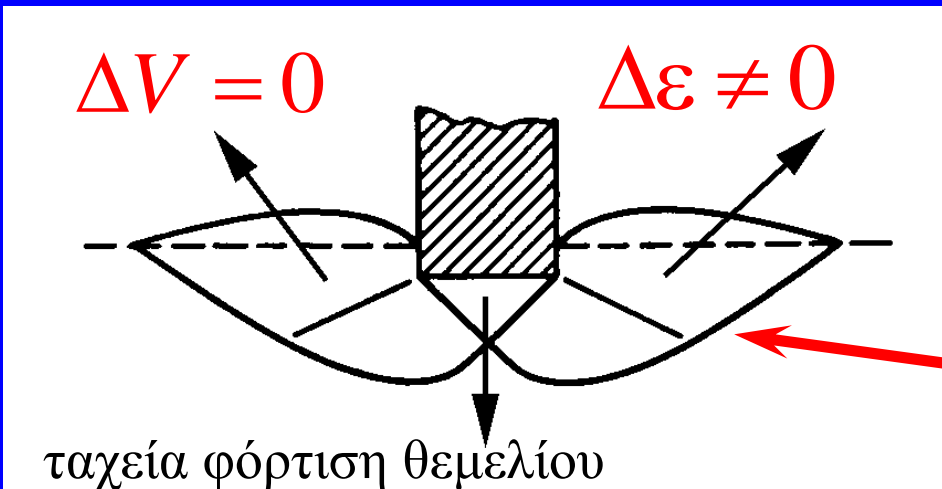
Φόρτιση των εδαφών υπό αστράγγιστες συνθήκες

Αστράγγιστη είναι η φόρτιση κατά την οποία το έδαφος δεν αποβάλλει νερό και συνεπώς παραμορφώνεται υπό σταθερό όγκο :

$$\Delta V = \Delta V_s + \Delta V_w = 0$$



Αστράγγιστη φόρτιση συμβαίνει συχνά στις αργίλους, όπου λόγω του πολύ μικρού μεγέθους των πόρων, το νερό δεν προλαβαίνει να διαφύγει εάν η φόρτιση είναι αρκετά ταχεία.



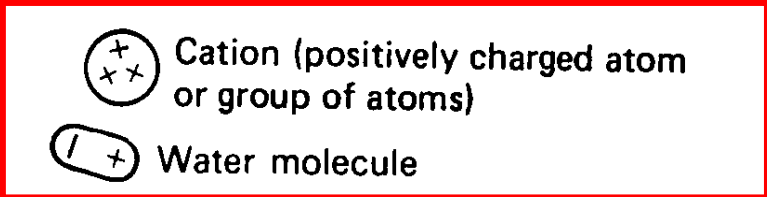
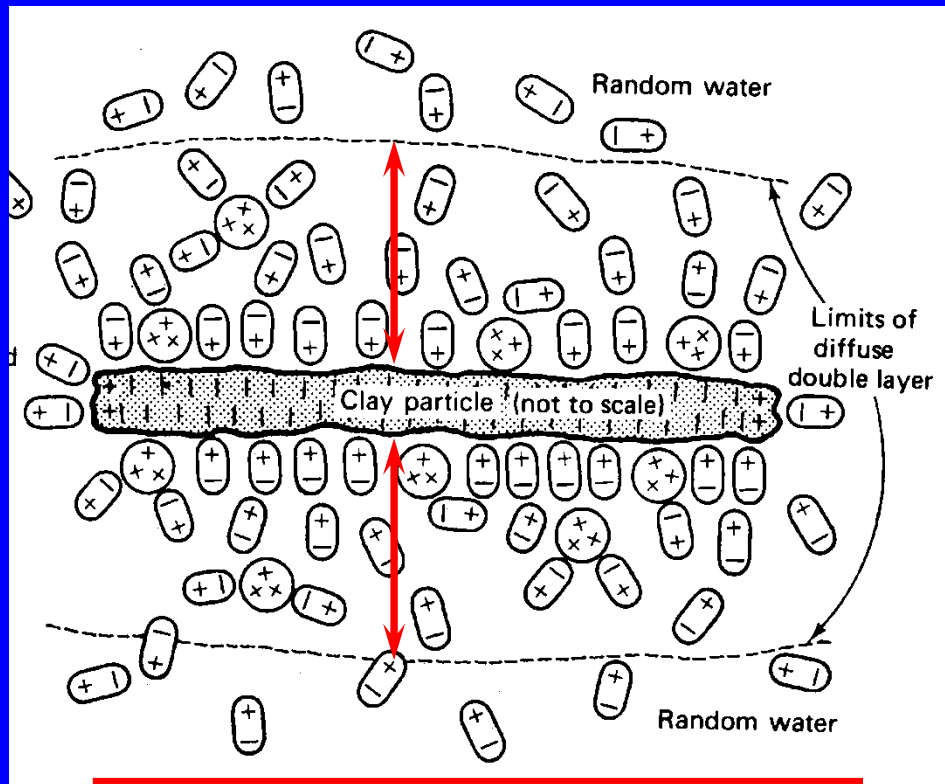
Προσοχή :

Αστράγγιστη φόρτιση σημαίνει μηδενική μεταβολή του όγκου, **ΟΧΙ** πάντοτε μηδενική παραμόρφωση. Συνεπώς μπορεί να συμβούν διατμητικές παραμορφώσεις οπότε οι ενεργές τάσεις μεταβάλλονται.

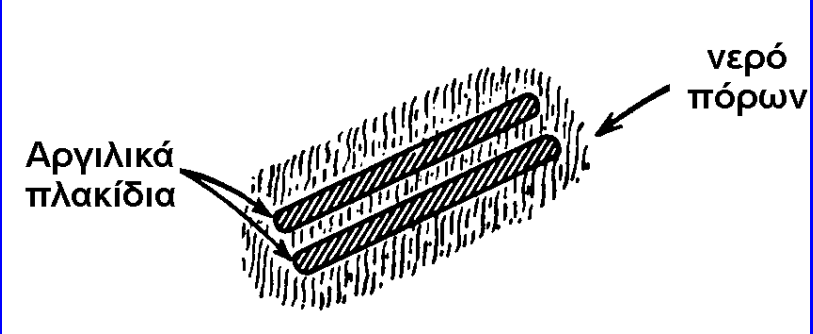
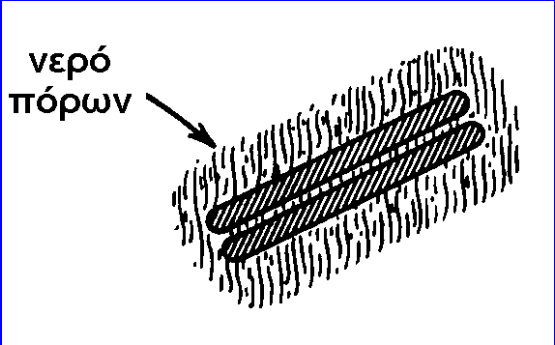
Ο τριπλός ρόλος του νερού στην παραμόρφωση του εδάφους

1. Χημική αλληλεπίδραση

Τα μόρια του νερού των πόρων (ηλεκτρικά δίπολα) έλκονται από τα αργιλικά πλακίδια και προσκολλώνται επ' αυτών (προσροφημένο νερό ή διπλή στρώση νερού)



Με την αύξηση της υγρασίας, αυξάνει το πάχος των διπλών στρώσεων, οι άργιλοι διογκώνονται και μειώνεται η αντοχή τους

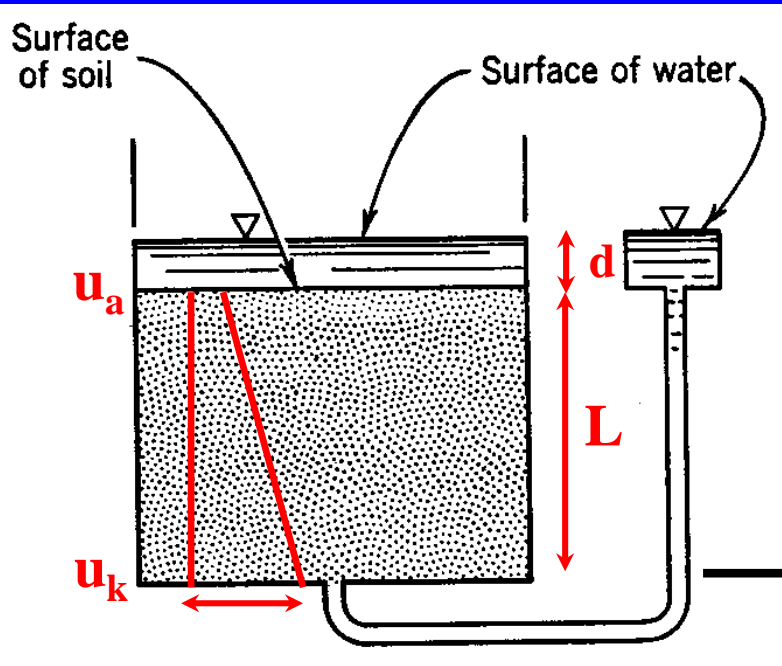


Ο τριπλός ρόλος του νερού στην παραμόρφωση του εδάφους

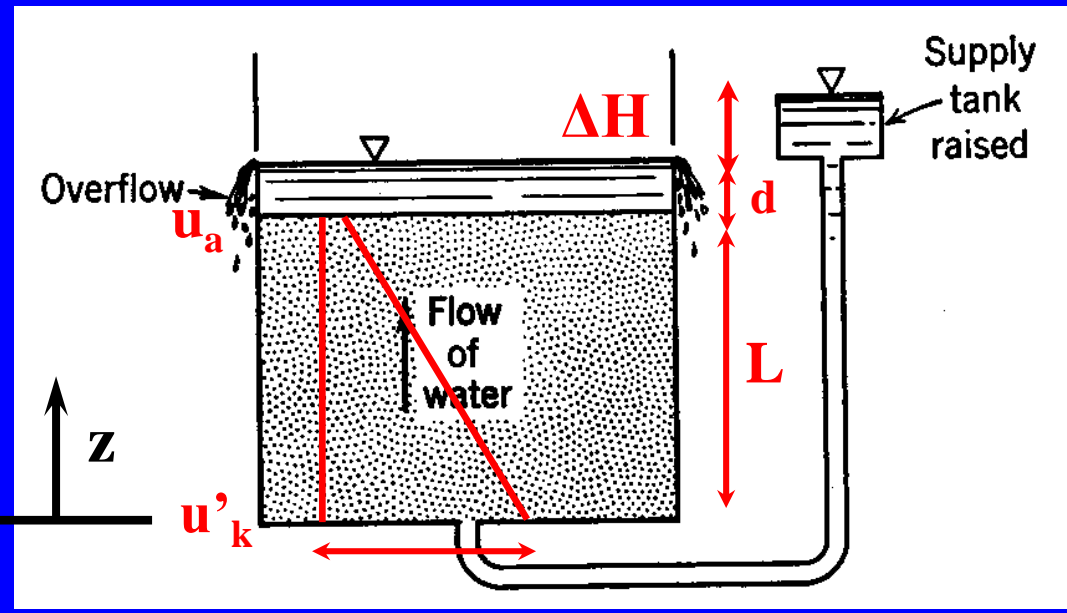
2. Φυσική αλληλεπίδραση

Υδραυλικό φορτίο :
$$H = z + \frac{u}{\gamma_w}$$

υδροστατική πίεση



υδροδυναμική πίεση



$$u_a = \gamma_w d$$

$$u_k = \gamma_w (d + L)$$

$$H_a = H_k = L + d$$

$$u_a = \gamma_w d$$

$$u'_k = \gamma_w (\Delta H + d + L)$$

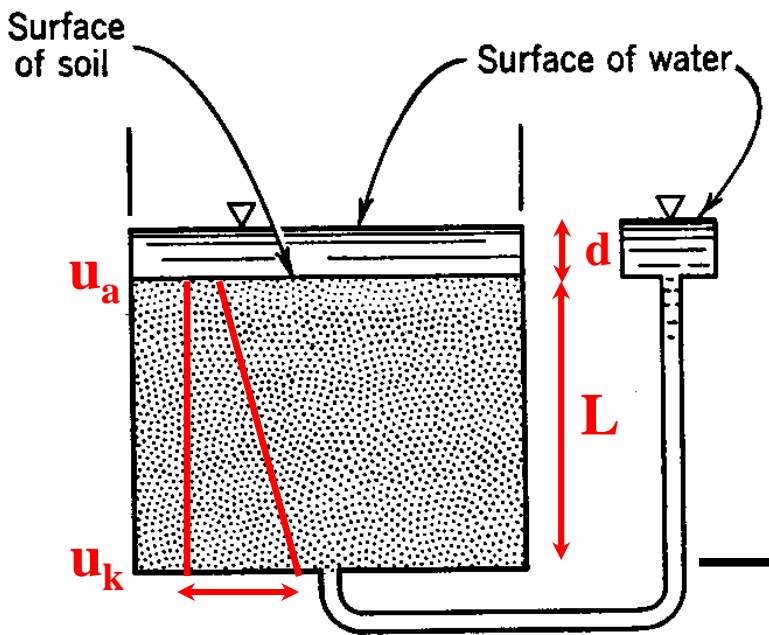
$$H_a = L + d \quad H'_k = \Delta H + L + d$$

Ο τριπλός ρόλος του νερού στην παραμόρφωση του εδάφους

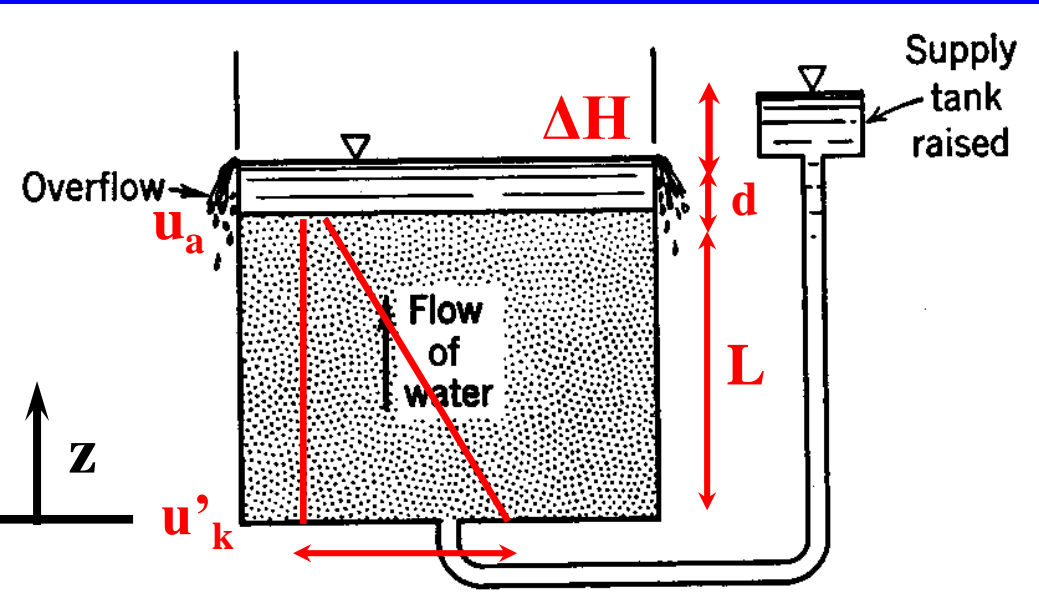
2. Φυσική αλληλεπίδραση (συνέχεια)

$$\text{Υδραυλική κλίση: } i = (H_k - H_a) / L$$

υδροστατική πίεση



υδροδυναμική πίεση



$$H_a = H_k = L + d$$

$$i = 0$$

$$H_a = L + d \quad H'_k = \Delta H + L + d$$

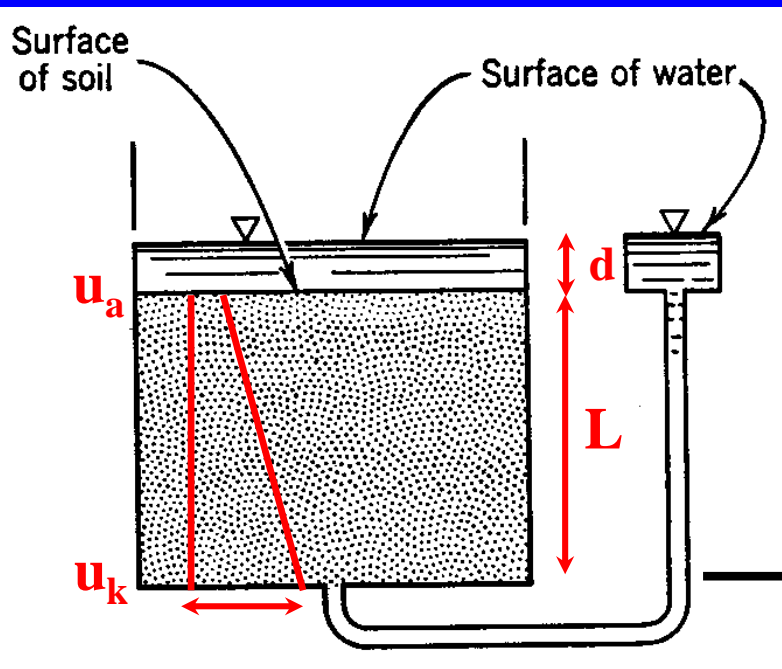
$$i = \frac{\Delta H}{L}$$

Ο τριπλός ρόλος του νερού στην παραμόρφωση του εδάφους

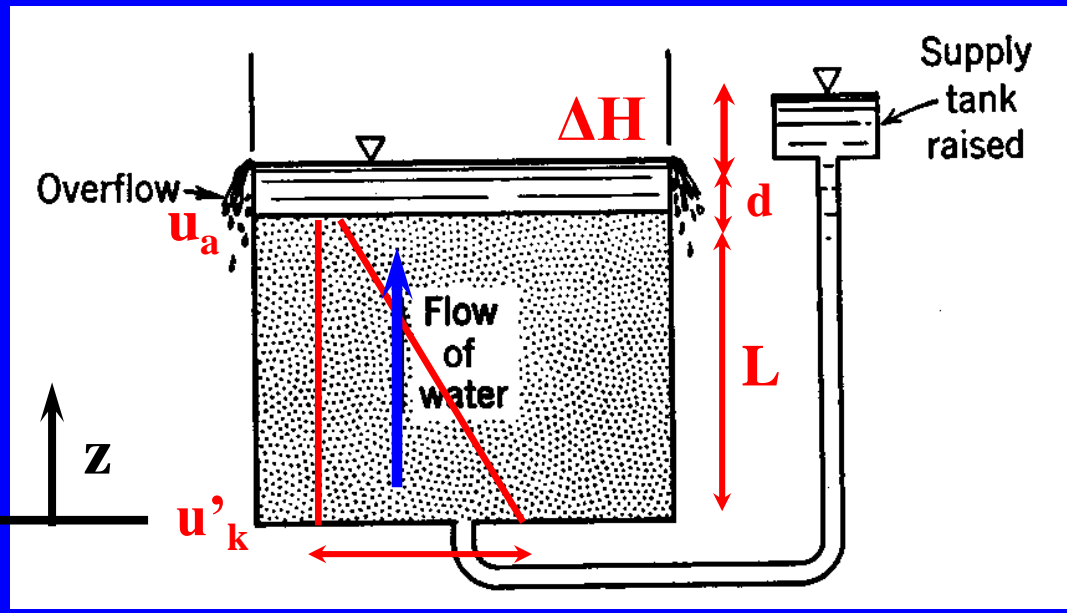
2. Φυσική αλληλεπίδραση (συνέχεια)

Ενεργό ειδικό βάρος του εδάφους : $\gamma' = (\gamma - \gamma_w) - i \gamma_w$
 $\sigma' = \gamma' (\text{βάθος})$

υδροστατική πίεση



υδροδυναμική πίεση



$$i = 0$$

$$\gamma' = \gamma - \gamma_w$$

Μείωση του γ'
με την αύξηση του i

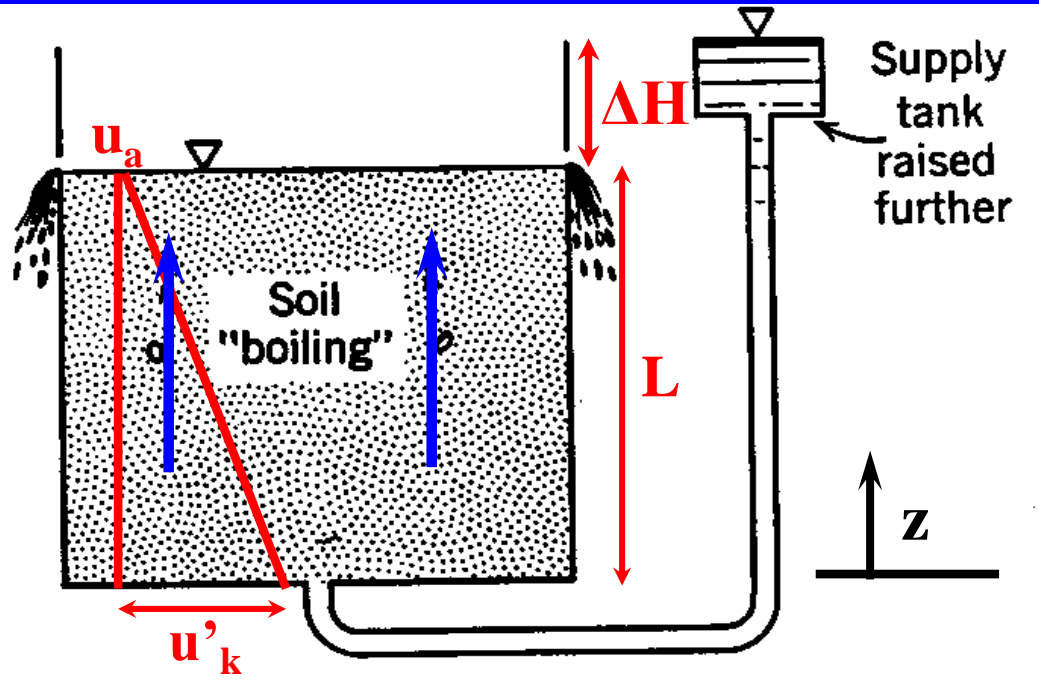
$$i = \frac{\Delta H}{L}$$

$$\gamma' = (\gamma - \gamma_w) - i \gamma_w$$

Ο τριπλός ρόλος του νερού στην παραμόρφωση του εδάφους

2. Φυσική αλληλεπίδραση (συνέχεια) $\sigma' = \gamma' (\text{βάθος})$

$$\text{Ενεργό ειδικό βάρος του εδάφους: } \gamma' = (\gamma - \gamma_w) - i \gamma_w$$



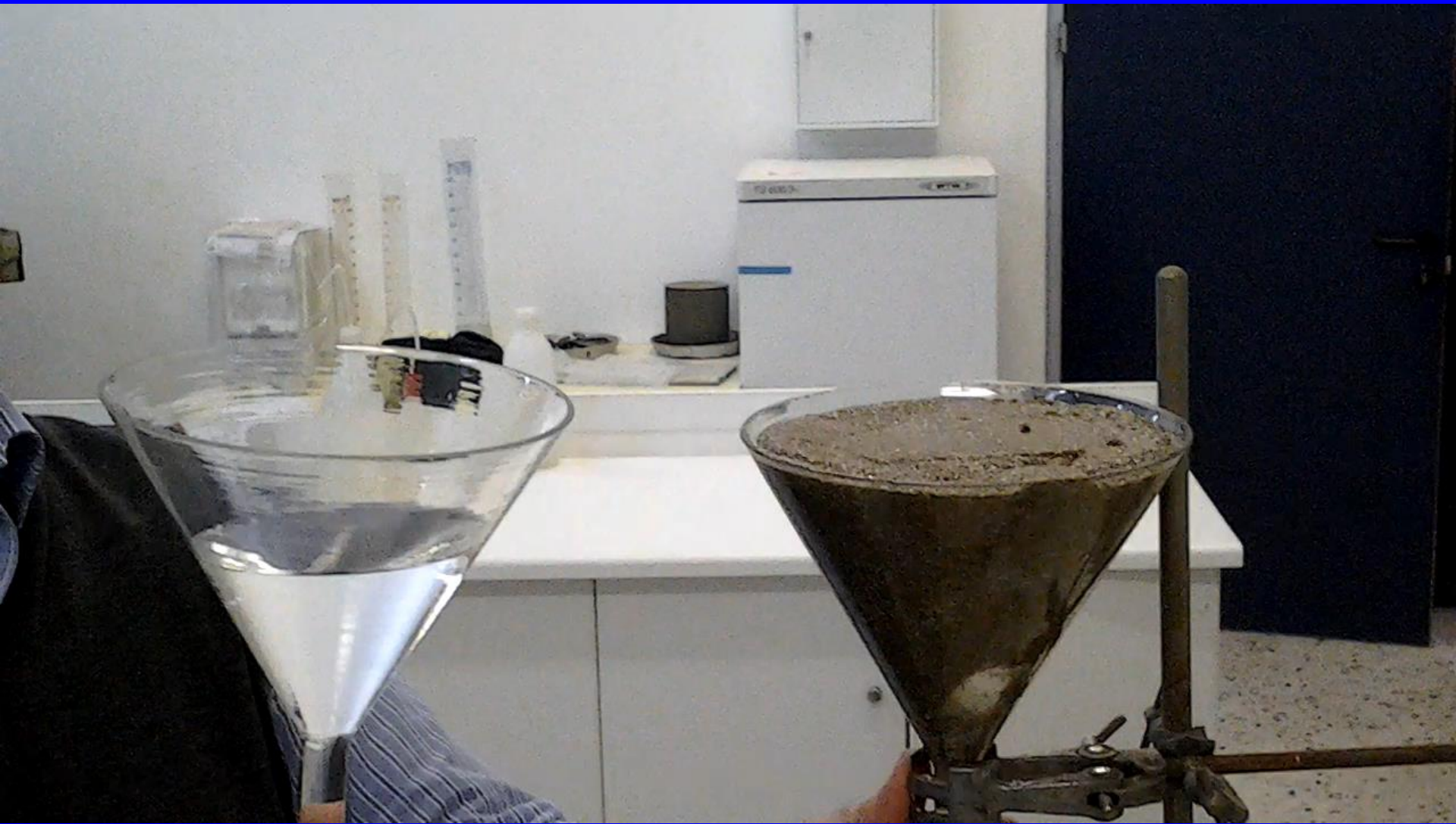
Κρίσιμη υδραυλική κλίση είναι η υδραυλική κλίση για την οποία : $\gamma' = 0$

$$i_{cr} = \frac{\gamma}{\gamma_w} - 1$$

Στην κρίσιμη κατάσταση ($\sigma' = 0$) οι κόκκοι αιωρούνται στο νερό και το έδαφος χάνει τελείως την αντοχή του

$$\text{Στο παράδειγμα: } i = \frac{\Delta H}{L} \quad \text{Άρα: } \Delta H_{cr} = \left(\frac{\gamma}{\gamma_w} - 1 \right) L$$

$$\text{Παράδειγμα: } \gamma = 20 \text{ kN/m}^3, \gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3, L = 10 \text{ cm} \quad \text{Άρα: } \Delta H_{cr} = 10 \text{ cm}$$



Ρευστοποίηση του εδάφους κατά τον σεισμό της Niigata (1964)

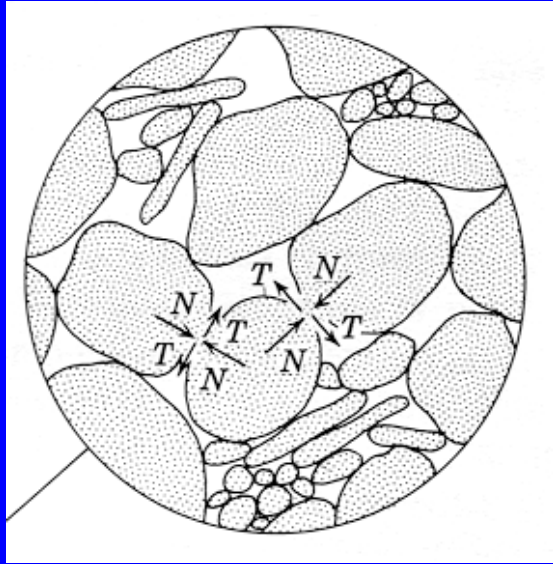


$$\sigma' = \sigma - u$$

Κατά τον σεισμό, $\sigma = \text{σταθ.}$ ενώ οι πιέσεις πόρων αυξάνουν λόγω των διατμητικών παραμορφώσεων, έως ότου $u = \sigma$. Τότε $\sigma' = 0$, με συνέπεια την πλήρη απώλεια της αντοχής του εδάφους

Ο τριπλός ρόλος του νερού στην παραμόρφωση του εδάφους

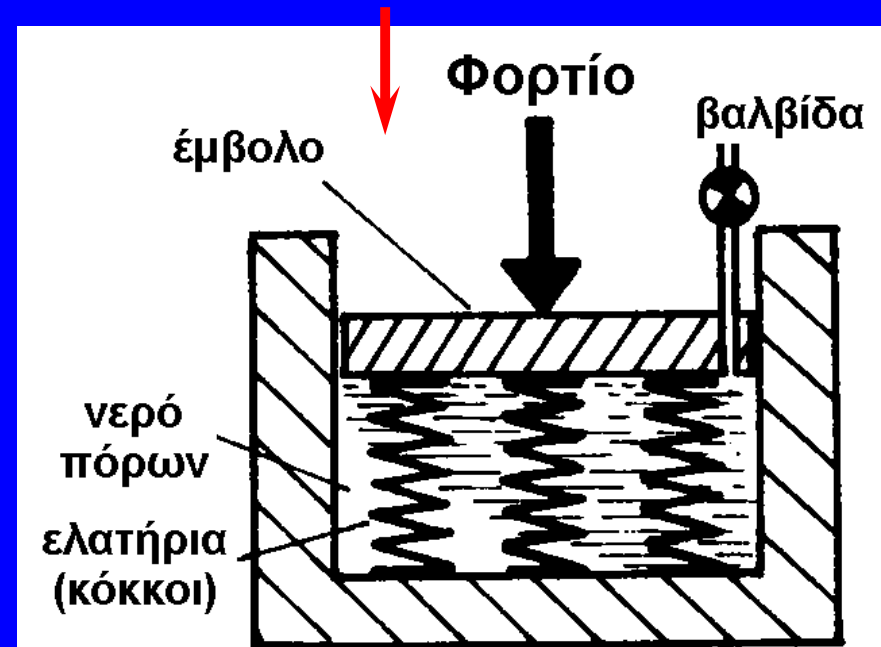
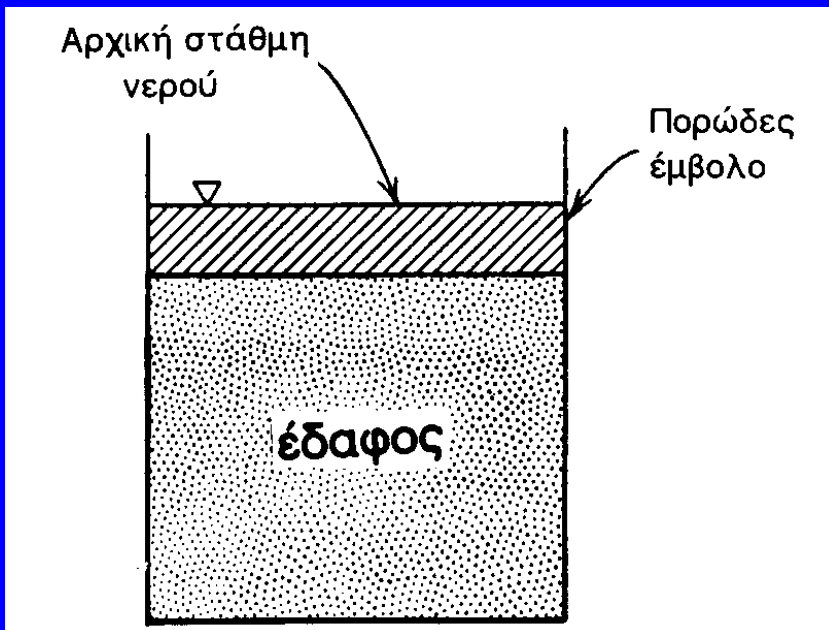
3. Μηχανική αλληλεπίδραση



Τα φορτία που επιβάλλονται στο έδαφος αναλαμβάνονται εν-μέρει από τον εδαφικό σκελετό (κόκκοι) και εν-μέρει από το νερό των πόρων

$$\sigma = \sigma' + u$$

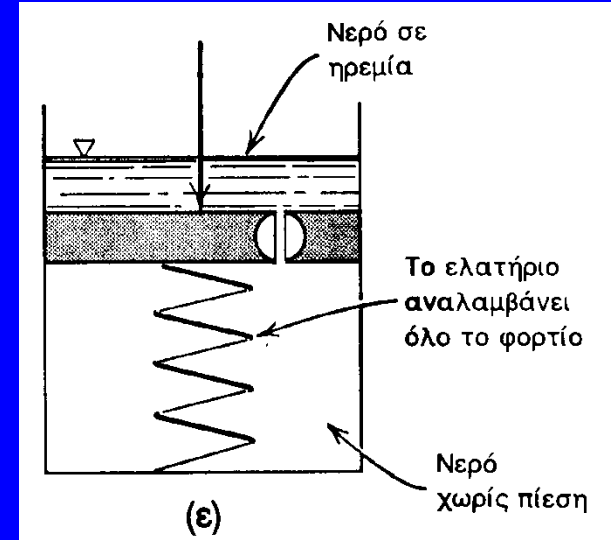
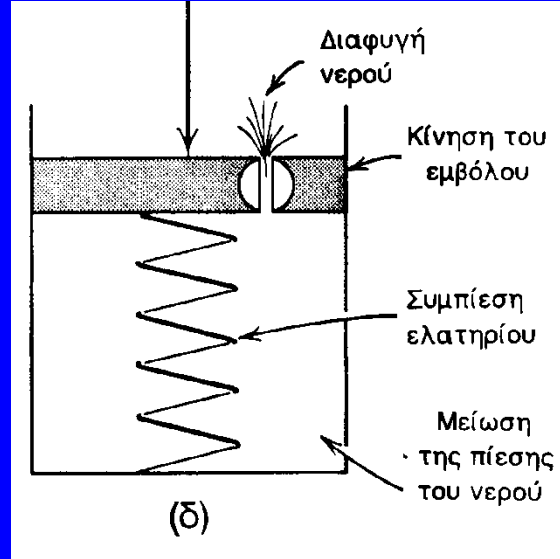
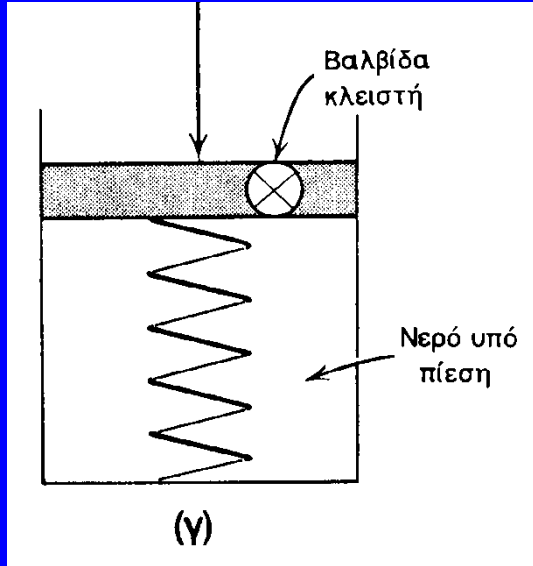
Η μεταξύ τους αλληλεπίδραση μπορεί να περιγραφεί με το εξής μοντέλο :



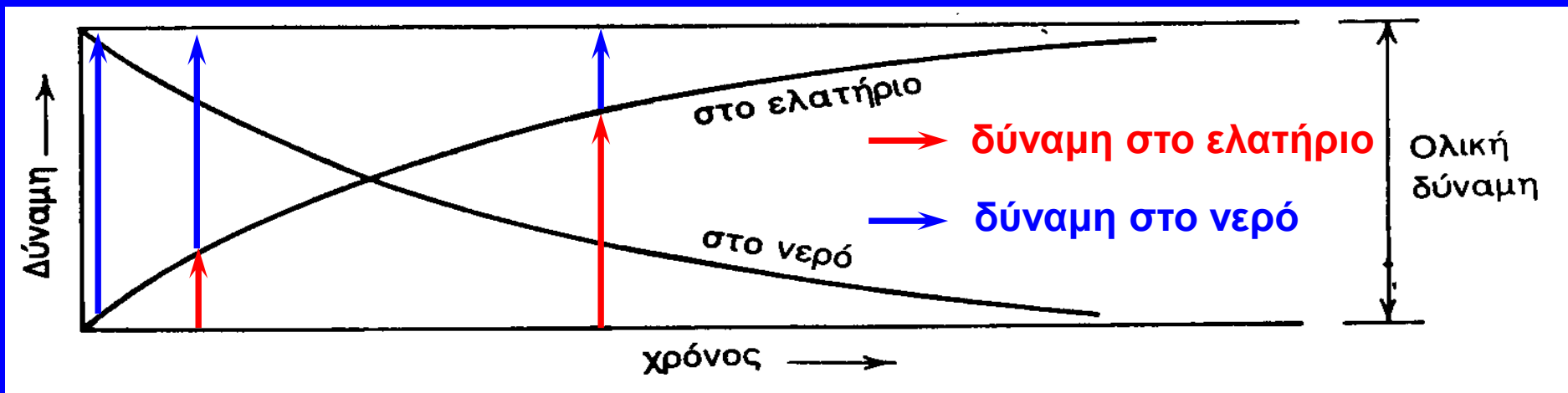
Ο τριπλός ρόλος του νερού στην παραμόρφωση του εδάφους

3. Μηχανική αλληλεπίδραση (συνέχεια)

ελατήριο = κόκκοι νερό = νερό πόρων



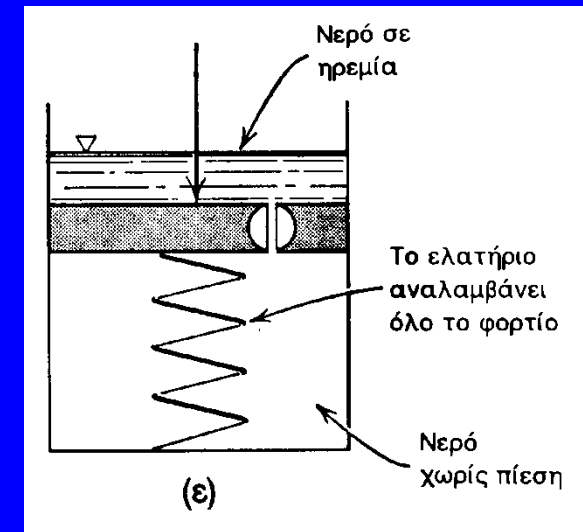
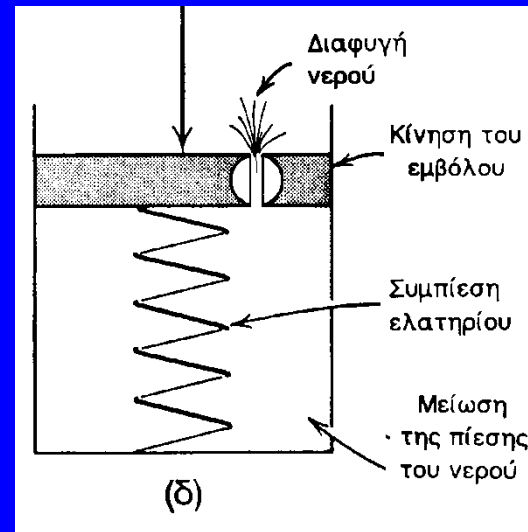
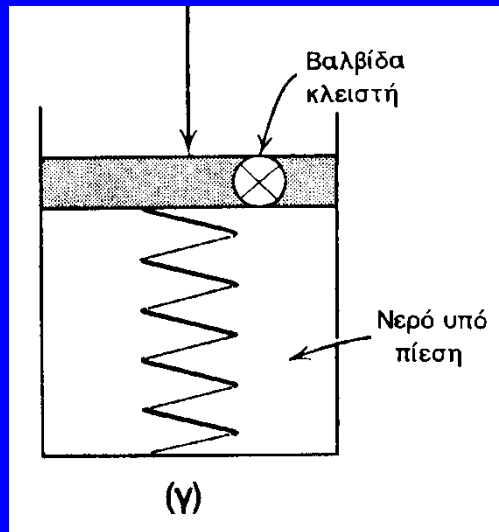
Χρόνος από την επιβολή του κατακόρυφου φορτίου στο έμβολο \longrightarrow



Ο τριπλός ρόλος του νερού στην παραμόρφωση του εδάφους

3. Μηχανική αλληλεπίδραση (συνέχεια)

ελατήριο = κόκκοι
νερό = νερό πόρων

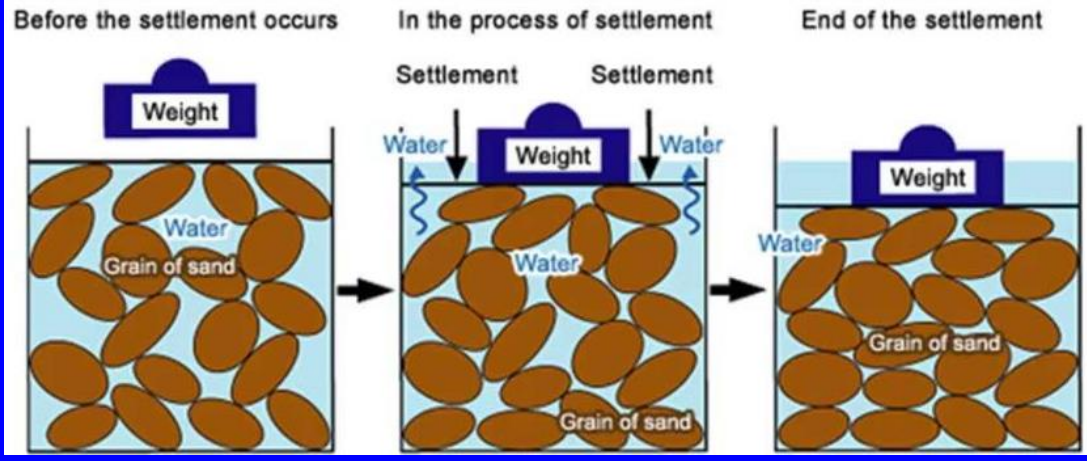
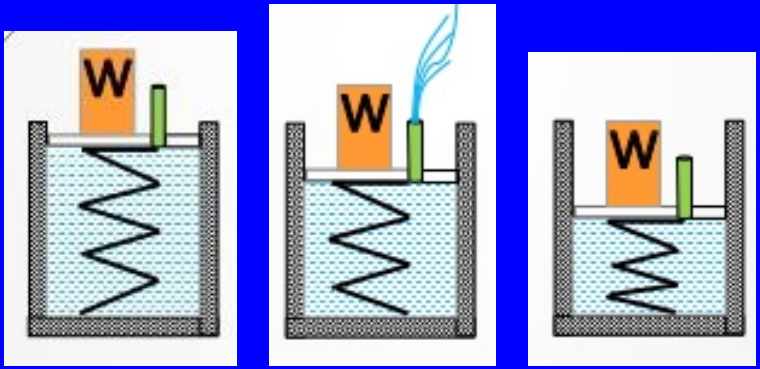


Χρόνος από την επιβολή του κατακόρυφου φορτίου στο έμβολο \longrightarrow

- Το φορτίο αρχικώς αναλαμβάνεται από το νερό των πόρων χωρίς συμπίεση του εδάφους : $\Delta u = \Delta \sigma$, ενώ $\Delta \sigma' = 0$, (αφού: $\Delta u = \Delta \sigma - \Delta \sigma'$) .
- Βαθμιαία, το φορτίο μεταφέρεται στον εδαφικό σκελετό (κόκκους) και το έδαφος συμπιέζεται : Μείωση του Δu και ισόπροση αύξηση του $\Delta \sigma'$.
- Η παραμόρφωση του εδάφους είναι χρονικά εξελισσόμενη. Το φαινόμενο είναι πιο έντονο στα λεπτόκοκκα εδάφη λόγω δυσχέρειας του νερού να διαφύγει διαμέσου των λεπτών πόρων.

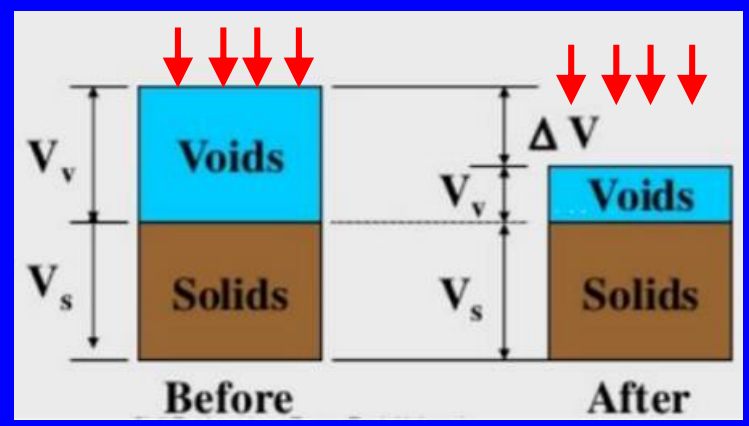
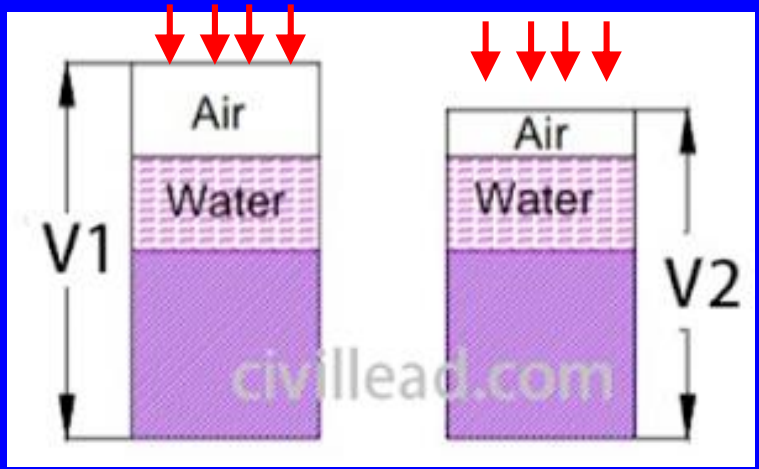
Το φαινόμενο αυτό λέγεται στερεοποίηση του εδάφους.

Στερεοποίηση του εδάφους:



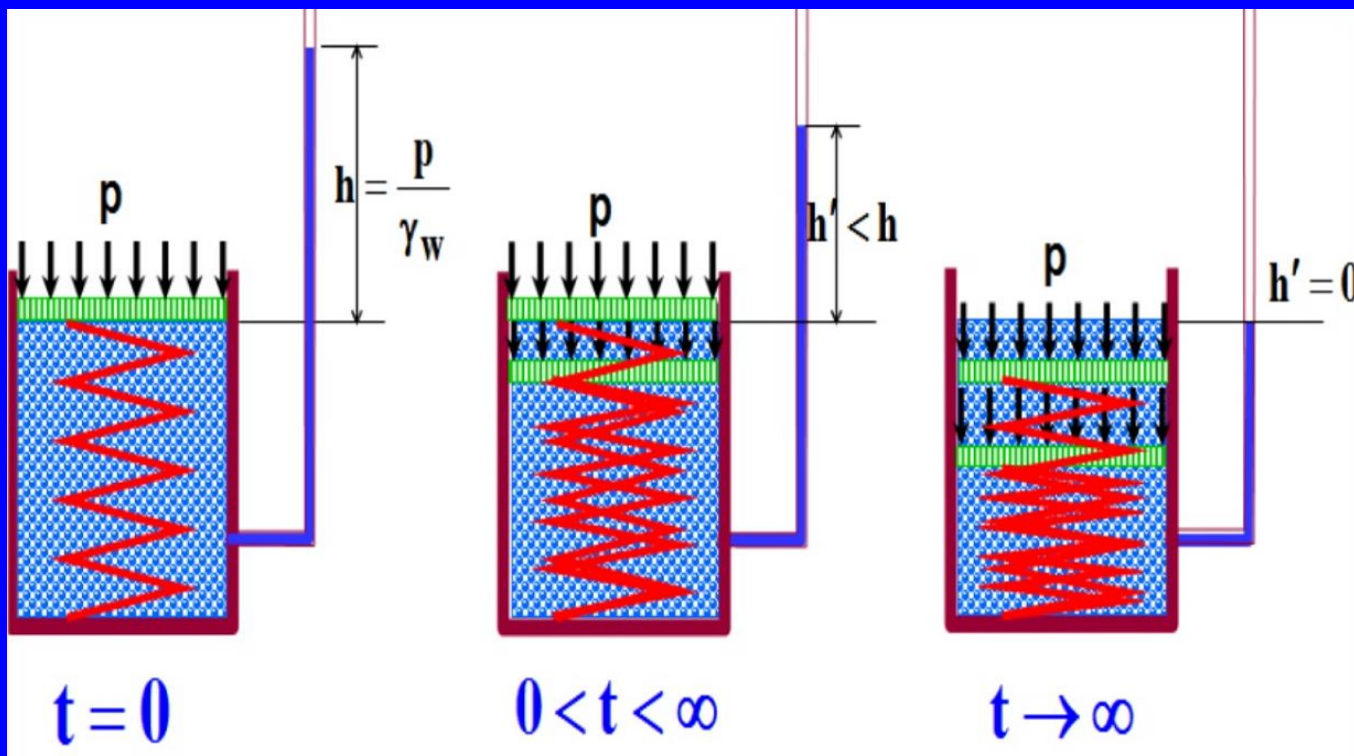
Μηχανικό ανάλογο:

Το ελατήριο ισοδυναμεί με την ελαστικότητα της επαφής μεταξύ των κόκκων



Συμπύεση ακόρεστου εδάφους

Στερεοποίηση κορεσμένου εδάφους



Στερεοποίηση του εδάφους

