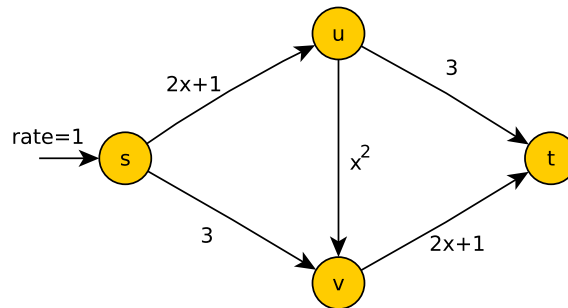


Πρόβλημα 1. (20 μονάδες) (i) (10 μονάδες) Δείξτε ότι το Τίμημα της Αναρχίας για μη ατομικά παίγνια συμφόρησης με συναρτήσεις καθυστέρησης της μορφής $ax^2 + c$ (με $a, c \geq 0$) είναι

$$PoA = \frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{3} - 2}.$$

(ii) (10 μονάδες) Δείξτε το ίδιο φράγμα για συναρτήσεις καθυστέρησης της μορφής $ax^2 + bx + c$ (με $a, b, c \geq 0$).

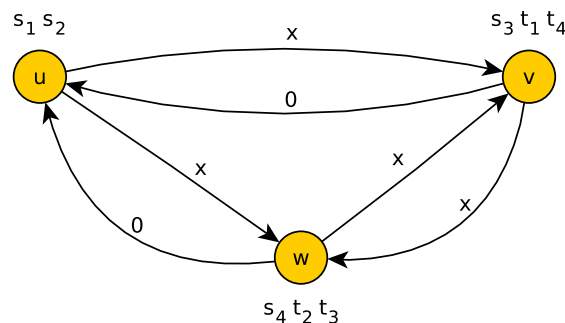
Πρόβλημα 2. (20 μονάδες) Έστω το παρακάτω non-atomic selfish routing στιγματότυπο, όπου η βέλτιστη ροή στέλνει $1/2$ στο πάνω μονοπάτι και $1/2$ στο κάτω μονοπάτι (και 0 στο zig-zag).



(i) (10 μονάδες) Βρείτε τα marginal tolls για αυτό το παίγνιο. Είναι τα διόδια που βρήκατε τα μοναδικά βέλτιστα διόδια, δηλ. διόδια που κάνουν τη βέλτιστη ροή, ροή ισορροπίας?

(ii) (10 μονάδες) Δείξτε ότι σε δίκτυα όπου όλοι οι παίκτες έχουν κοινή αφετηρία s και τερματισμό t , μπορούμε πάντα να βρούμε βέλτιστα διόδια όπου ένα $s - t$ μονοπάτι να έχει μηδενικά διόδια καθόλο το μήκος του. (Ξεκινήστε από το s και φτιάξτε το μονοπάτι προσθαφαιρώντας διόδια σε/από ακμές, διατηρώντας την ισορροπία).

Πρόβλημα 3. (20 μονάδες) Δείξτε ότι το Τίμημα της Αναρχίας για το παρακάτω ατομικό δικτυακό παίγνιο συμφόρησης 4 παικτών είναι $PoA \geq \frac{5}{2}$



Πρόβλημα 4. (20 μονάδες) Σκεφτείτε το max-cut game και βρείτε συνάρτηση δυναμικού (με απόδειξη) για τις περιπτώσεις που:

(i) (10 μονάδες) Κάθε ακμή $\{u, v\}$ έχει βάρος w_{uv} που δηλώνει πόσο πολύ αντιπαθεί ο u τον v και αντίστροφα (συμμετρική αντιπάθεια) και κάθε παίκτης u μεγιστοποιεί το $\sum_{v \in V_u} w_{uv}$, όπου V_u η μεριά του cut που δεν περιέχει τον u

(ii) (10 μονάδες) Κάθε παίκτης-κόμβος v έχει ένα βάρος w_v που δηλώνει πόσο πολύ τον αντιπαθούν οι υπόλοιποι παίκτες (κοινή αντιπάθεια, χάνετε η συμμετρία) και κάθε παίκτης u μεγιστοποιεί το $\sum_{v \in V_u} w_v$, όπου V_u η μεριά του cut που δεν περιέχει τον v .

Πρόβλημα 5. (20 μονάδες) Σκεφτείτε το παίγνιο 3 παικτών όπου ο 1ος παίκτης διαλέγει γραμμή, ο 2ος διαλέγει στήλη κι ο 3ος διαλέγει πίνακα, με τους πίνακες κερδών να είναι οι

0, 0, 3	0, 0, 0
1, 0, 0	0, 0, 0

2, 2, 2	0, 0, 0
0, 0, 0	2, 2, 2

0, 0, 0	0, 0, 0
0, 1, 0	0, 0, 3

(Οι παίκτες μεγιστοποιούν το κέρδος τους.)

(i) (10 μονάδες) Βρείτε ένα Correlated Equilibrium.

(ii) (10 μονάδες) Βρείτε ένα Correlated Equilibrium με αναμενόμενο κέρδος τουλάχιστον 2 για κάθε παίκτη (με αιτιολόγηση).