

# ΕΔΑΦΟΜΗΧΑΝΙΚΗ Ι

## ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

από τις παραδόσεις του

Γ. ΜΠΟΥΚΟΒΑΛΑ  
Καθηγητή Ε.Μ.Π.

Ακαδ. Έτος 2022 - 2023





# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

σελίδα

<b>I.</b>	<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	1-28
	Τι είναι το έδαφος, έδαφος & Πολιτικός Μηχανικός, αντιμετώπιση προβλημάτων Γεωτεχνικής, ιδιαιτερότητες & δυσκολίες	
<b>II.</b>	<b>Η ΦΥΣΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ</b>	27-66
	Προέλευση & φύση του εδάφους, φυσικά χαρακτηριστικά του εδάφους, πρακτική χρησιμότητα φυσικών χαρακτηριστικών, κατάταξη εδαφών κατά AUSCS, εφαρμογές	
<b>III.</b>	<b>ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ</b>	67-108
	Τάσεις σε συνεχή και σε ασυνεχή μέσα, ενεργός & ολική τάση, πίεση πόρων, γεωστατικές τάσεις λόγω ιδίου βάρους, τάσεις λόγω εξωτερικών φορτίων, εφαρμογές	
<b>IV.</b>	<b>ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ</b>	109-116
	Παραμορφώσεις σε συνεχή μέσα, σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων, παραμορφώσεις σε ασυνεχή μέσα, έδαφος και νερό.	
<b>V.</b>	<b>ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΕΔΑΦΙΚΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ</b>	117-148
	Συνήθεις δοκιμές Εδαφομηχανικής, Μονοδιάστατη Συμπίεση, Υπολογισμός καθιζήσεων, Απλή & Απ' ευθείας Διάτμηση, Τριαξονική Φόρτιση, εφαρμογές	
<b>VI.</b>	<b>ΑΣΤΟΧΙΑ ΚΑΙ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΕΔΑΦΩΝ</b>	149-172
	Αστοχία εδαφών (στην φύση και στο εργαστήριο), κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb, πρακτικές σχέσεις και συνέπειες του κριτηρίου M-C, παράγοντες που επιδρούν στην διατμητική αντοχή των άμμων και των αργίλων, εφαρμογές.	
<b>VII.</b>	<b>ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ &amp; ΑΣΤΟΧΙΑ ΚΟΡΕΣΜΕΝΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ</b>	173-202
	Ο τρίπτυχος ρόλος του νερού των πόρων, ανάπτυξη υπερ-πίεσης πόρων υπό «αστράγγιστες» συνθήκες φόρτισης, η έννοια της «αστράγγιστης» διατμητικής αντοχής, εφαρμογές.	
	<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: ΑΣΚΗΣΕΙΣ</b>	203-248





# ΚΕΦΑΛΑΙΟ Ι: ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- + Τί είναι το Ε Δ Α Φ Ο Σ;
- + Έδαφος και Πολιτικός Μηχανικός
- + Ιδιαιτερότητες & Δυσκολίες

## Τι είναι το ΕΔΑΦΟΣ . . . . .

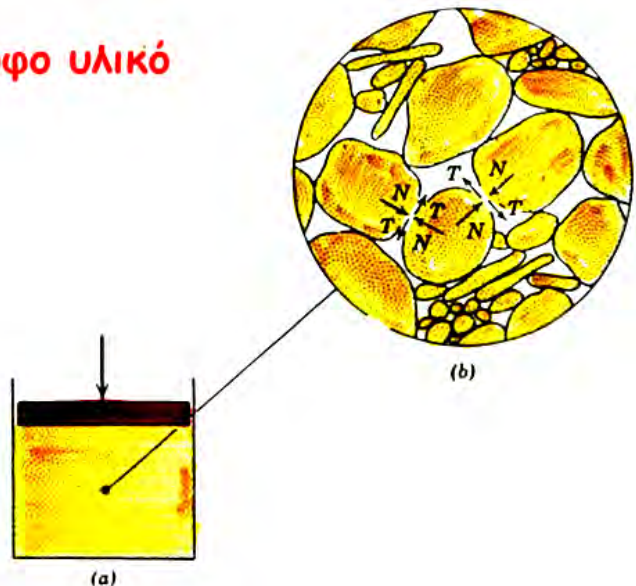
το ΕΔΑΦΟΣ καλύπτει την επιφάνεια της γης και έχει πάχος μερικές 10-δες μέτρα μόνον, **αλλά** .....



το ΕΔΑΦΟΣ καλύπτει την επιφάνεια της γης και έχει πάχος μερικές 10-δες μέτρα μόνον, **αλλά .....**

**..... είναι μη-συνεχές, ανομοιόμορφο υλικό** αποτελούμενο από:

- στερεούς κόκκους
  - νερό
  - αέρα
- } **κενά των πόρων**



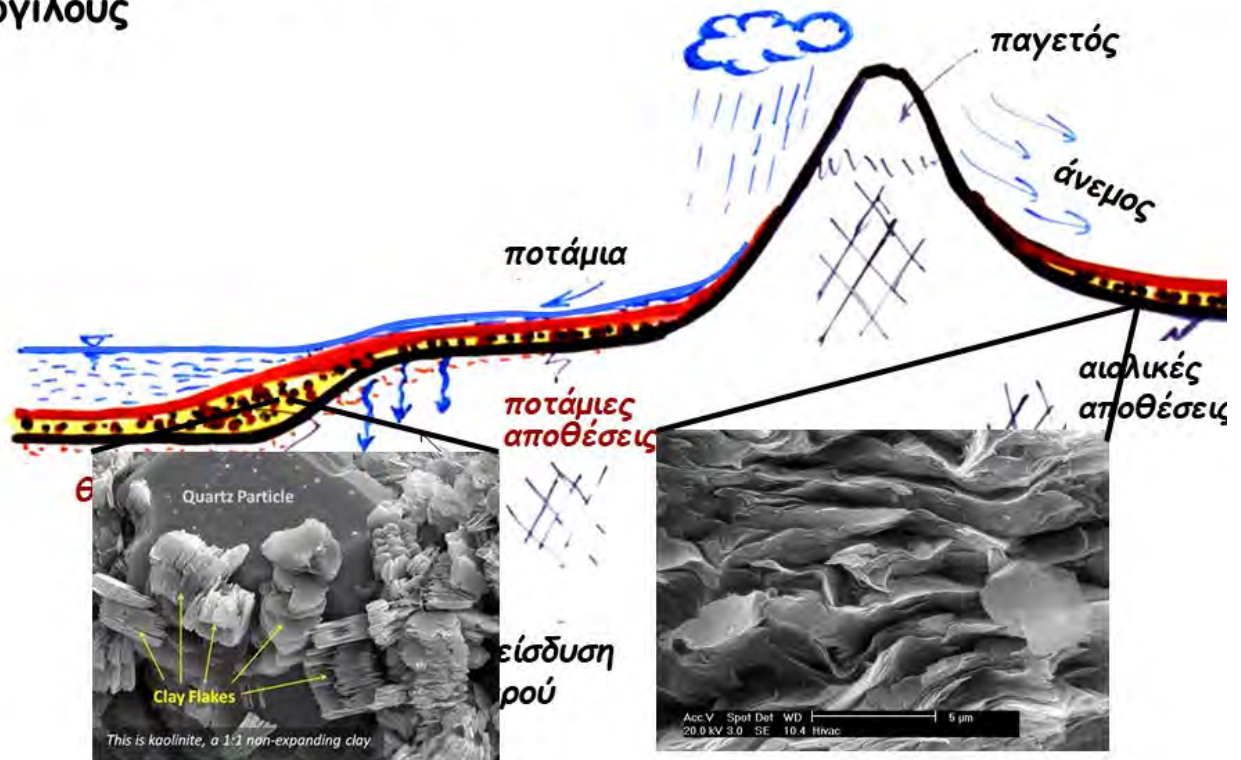
το ΕΔΑΦΟΣ καλύπτει την επιφάνεια της γης και έχει πάχος μερικές 10-δες μέτρα μόνον, **αλλά .....**

**.... η σύσταση** του μπορεί να ποικίλει από κροκάλες, σε χαλίκια, σε άμμους, ..





... σε ιλύες αργίλους και σε αργίλους



## Έδαφος και Πολιτικός Μηχανικός . . . . .

- ✦ Θεμελιώσεις
- ✦ Αντιστηρίξεις
- ✦ Υλικό κατασκευής  
(φραγμάτων, επιχωμάτων, κλπ.)
- ✦ Υπόγεια έργα
- ✦ Φυσικά ή τεχνητά πρανή
- ✦ Αποθήκευση αποβλήτων
- ✦ Σεισμοί

**Έδαφος**

**&**

**καλός Πολ. Μηχανικός.....**



**έδαφος & πολ. μηχανικός:  
επιφανειακές θεμελιώσεις**



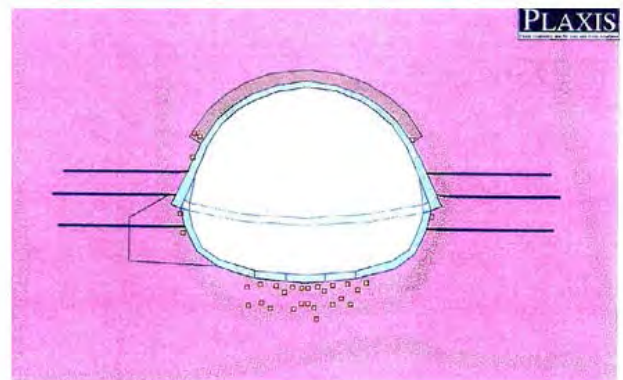


**έδαφος  
& πολ. μηχανικός:**  
βαθείς θεμελιώσεις  
με πασσάλους

κατασκευή με έμπηξη

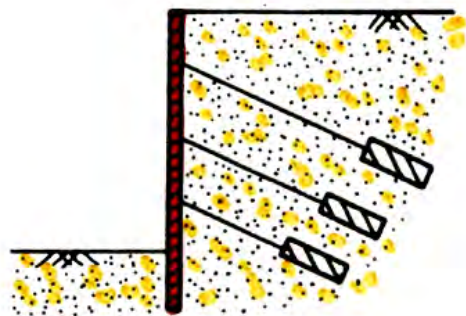


**έδαφος & πολ. μηχανικός:**  
υπόγεια έργα

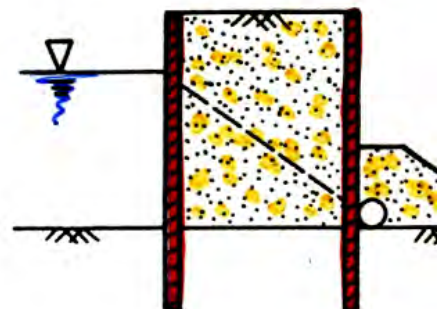
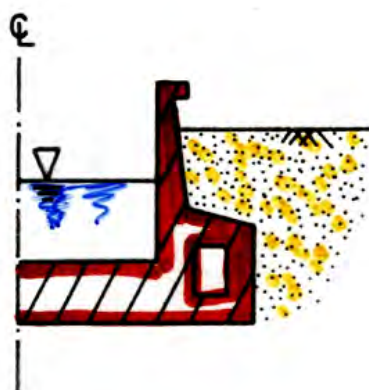




έδαφος &  
πολ. μηχανικός:  
αντιστηρίξεις

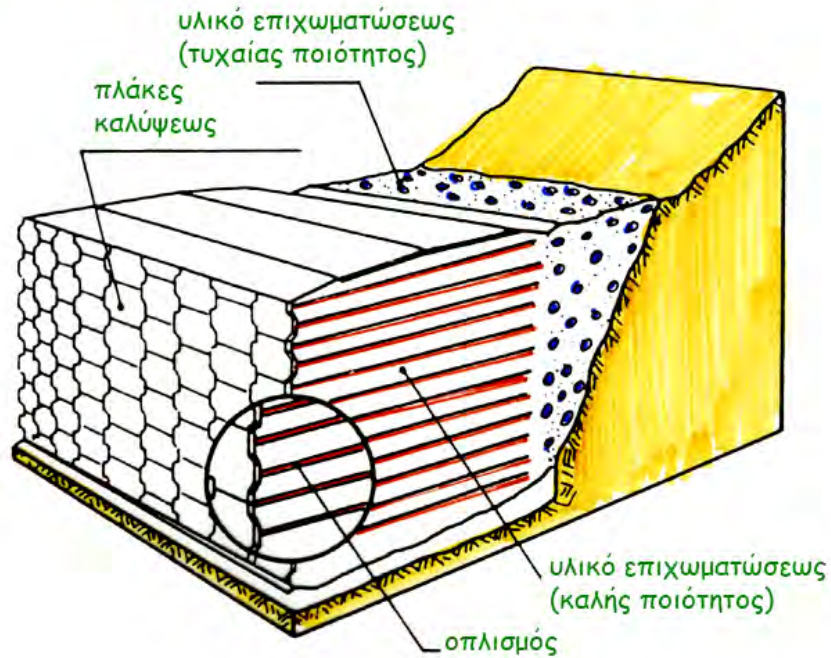


έδαφος &  
πολ. μηχανικός:  
αντιστηρίξεις





## έδαφος & πολ. μηχανικός: οπλισμένος τοίχος αντιστήριξης

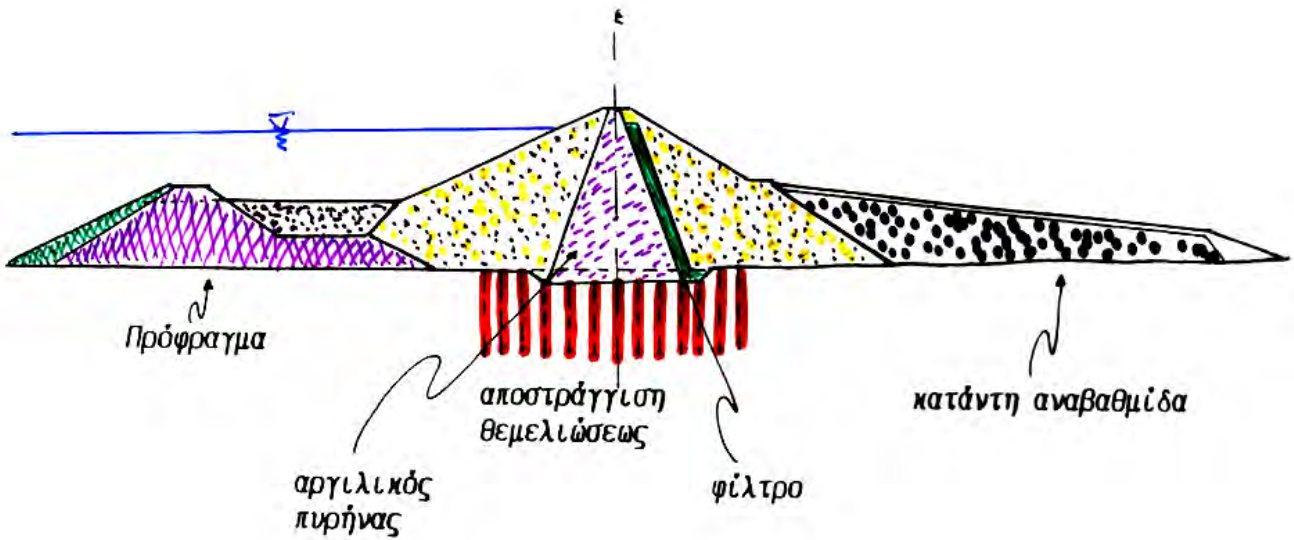


εδώ το έδαφος δεν αντιστηρίζεται μόνον,  
αλλά αποτελεί και υλικό κατασκευής του τοίχου αντιστήριξης . . .

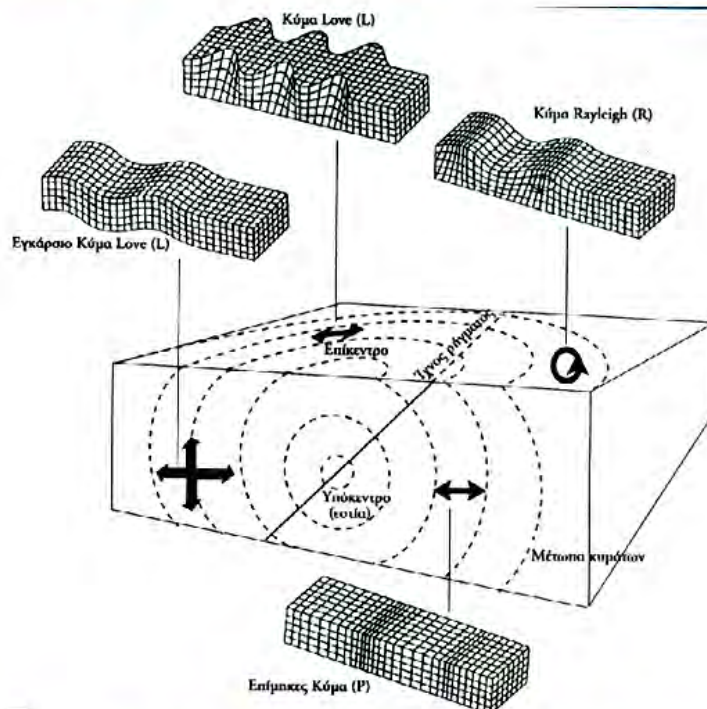
## έδαφος & πολ. μηχανικός: υλικό κατασκευής φράγματος



## έδαφος & πολ. μηχανικός: υλικό κατασκευής φράγματος



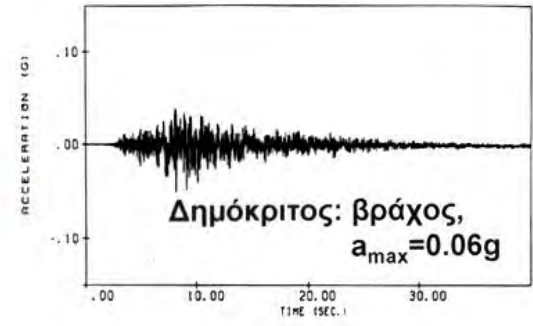
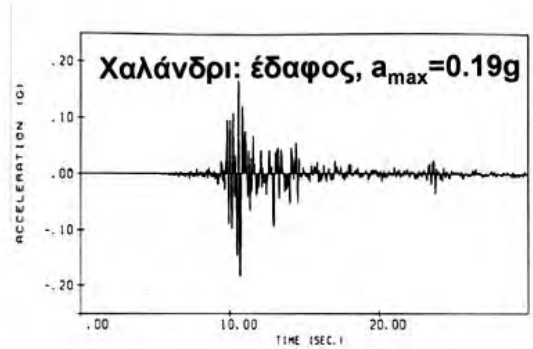
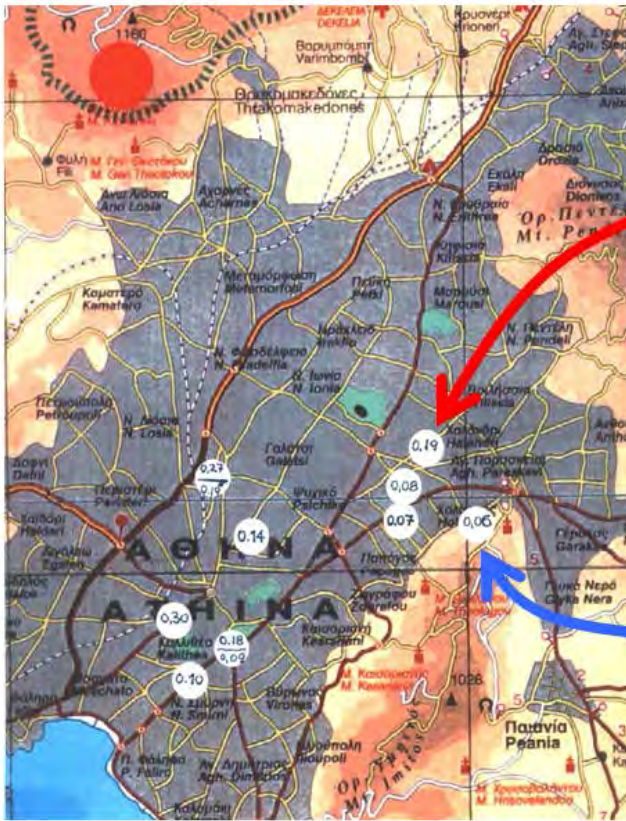
## έδαφος & πολ. μηχανικός: ((( Σεισμός )))



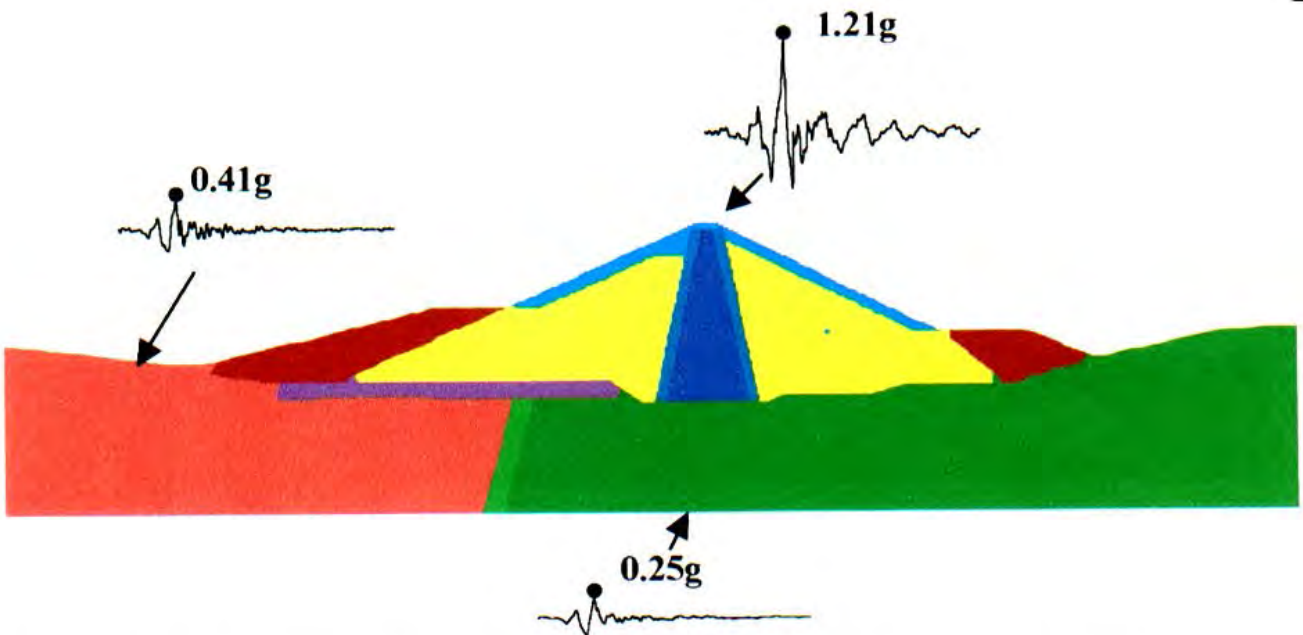
διαμήκη, εγκάρσια, Rayleigh και λοιπά κύματα  
διαδίδονται μέσω των εδαφικών στρώσεων...



**έδαφος & πολ. μηχανικός: ((( Σεισμός ))) της Αθήνας, 1999**



**έδαφος & πολ. μηχανικός: ((( Σεισμός )))**

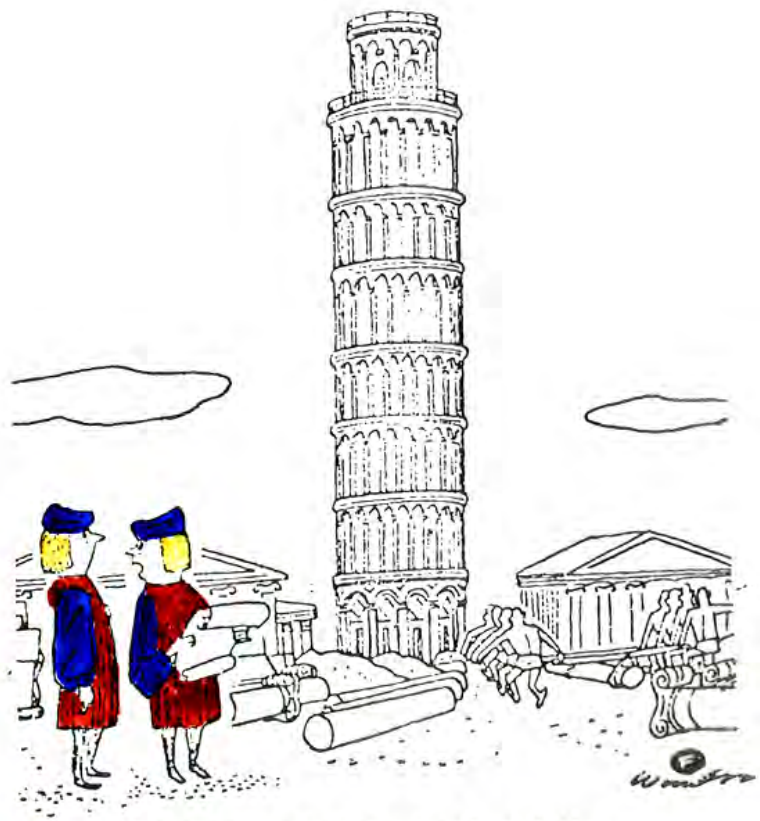


Προσέξτε την τεράστια ενίσχυση του σεισμικού κραδασμού από την βάση στην κορυφή του φράγματος! Που οφείλεται άραγε;

Έδαφος

&

κακός Πολ. Μηχανικός.....

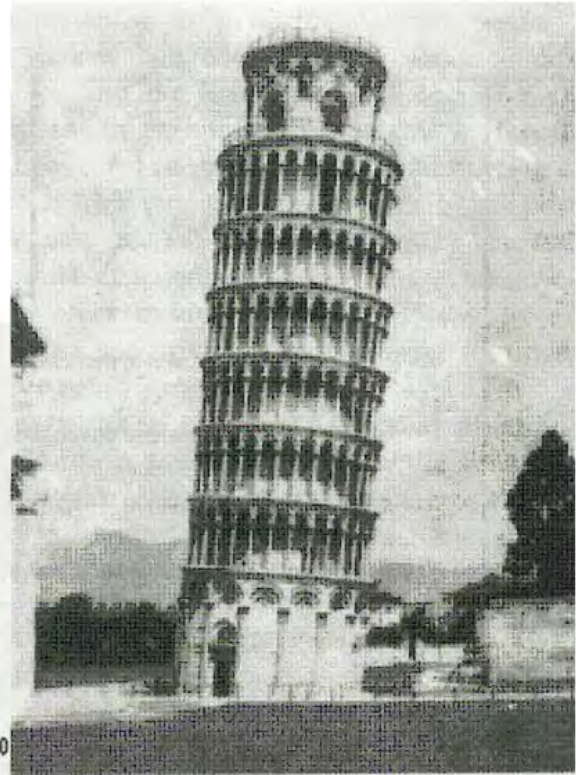
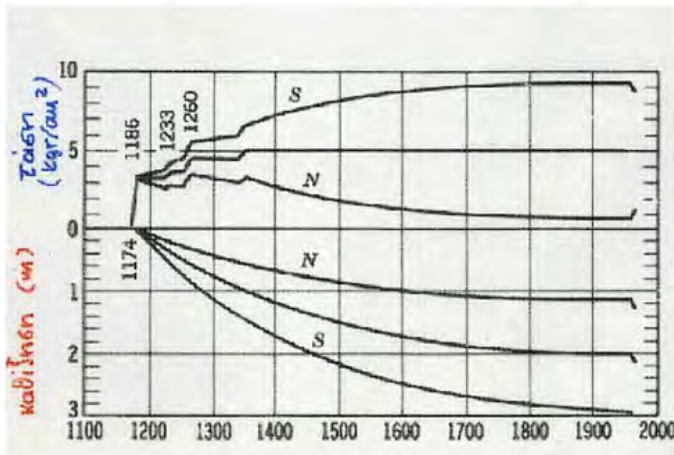


έκλεψα λίγο στην  
Θεμελίωση αλλά ποτέ  
δεν θα μαθευτεί !!!



"I skimped a little on the foundation,  
but no one will ever know it!"

**850 χρόνια μετά...**



At around 5:30am on June 27, 2009 an unoccupied building still under construction at Lianhuanan Road in the Minxing district of Shanghai city.....

**toppled over.**

One worker was **killed !**



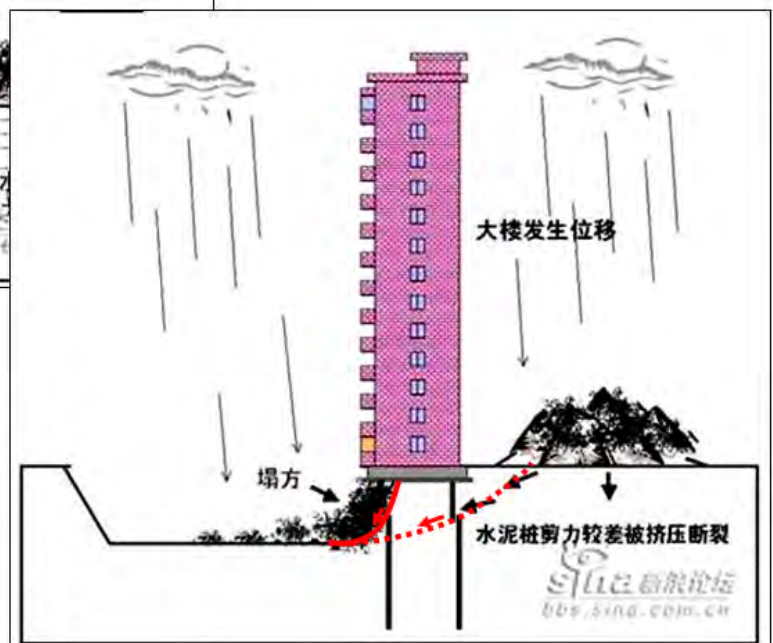
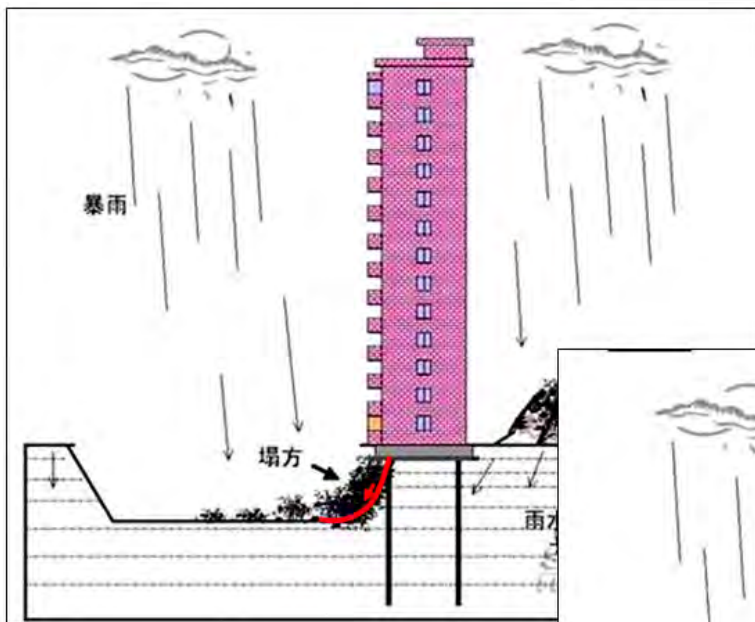
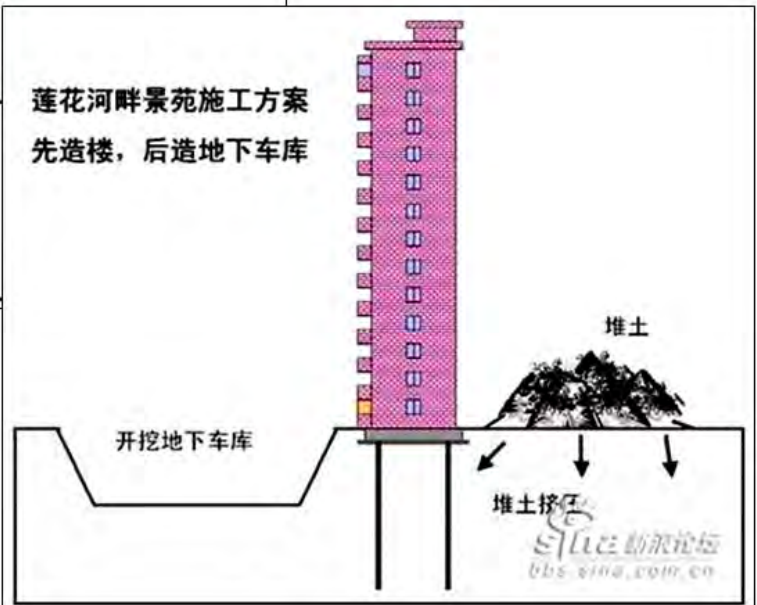




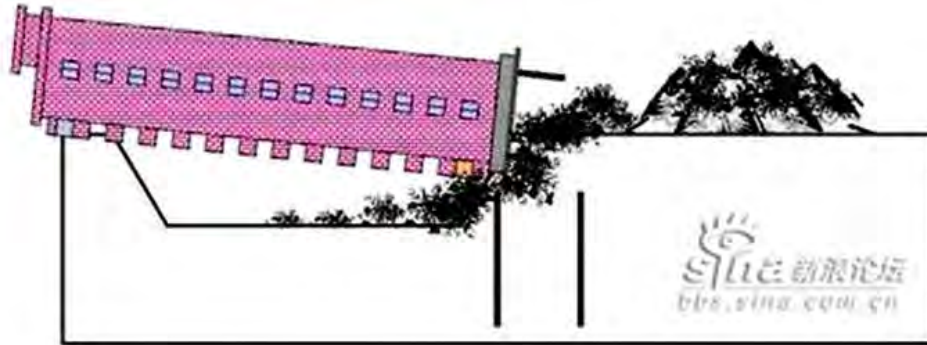
美丽的  
莲花河畔景苑大楼  
是怎样倒塌的



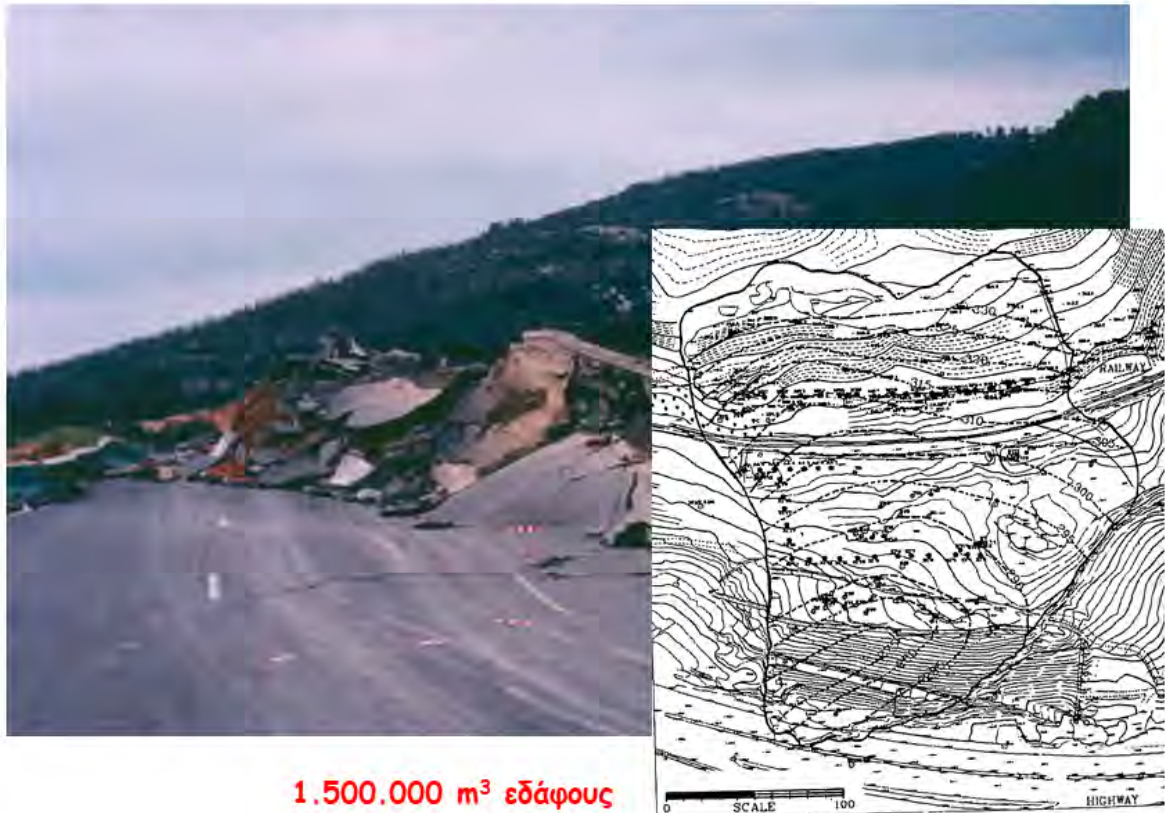
莲花河畔景苑施工方案  
先造楼，后造地下车库



## 创造世界房屋倒塌奇迹



## κατολίσθηση Μαλακάσας 1995



1.500.000 m<sup>3</sup> εδάφους



## κατολίσθηση Μαλακάσας 1995



## κατολίσθηση Νεμέας 2002





## αστοχία φράγματος Σπαρμού (26/3/2016)

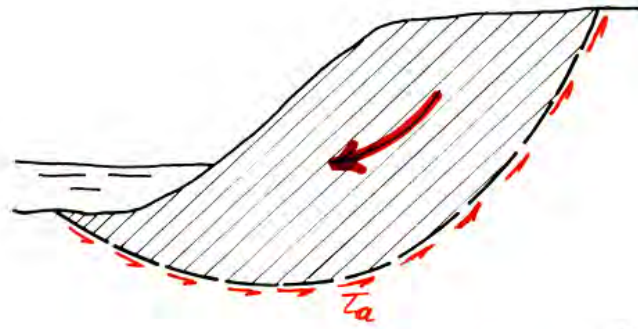


## κατολίσθηση Αμυνταίου 2017



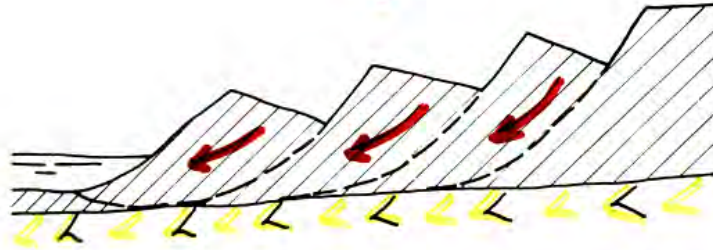
**80.00.000 m<sup>3</sup> εδάφους !!!!**





περιστροφική  
αστοχία

πολλαπλή  
περιστροφική  
ολίσθηση



συνεχείς  
αστοχίες



## ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗ ΔΙΑΦΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΤΟΙΧΟΥ ΣΤΟ DUBAI





**ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗ ΔΙΑΦΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΤΟΙΧΟΥ ΣΤΟ DUBAI**

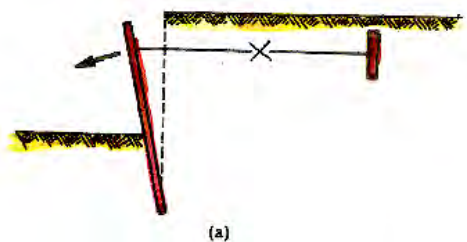


**ΚΑΤΑΡΡΕΥΣΗ ΔΙΑΦΡΑΓΜΑΤΙΚΟΥ ΤΟΙΧΟΥ ΣΤΟ DUBAI**

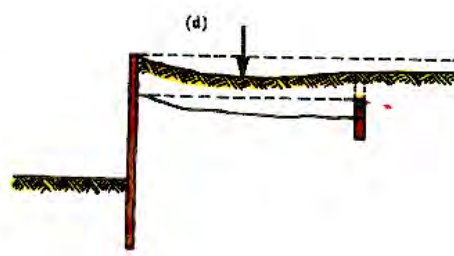
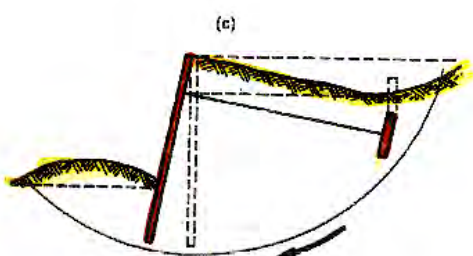
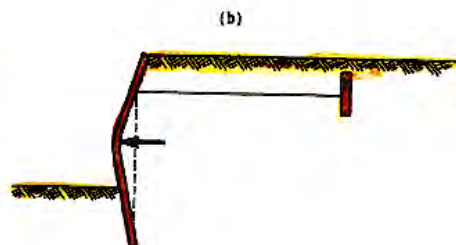
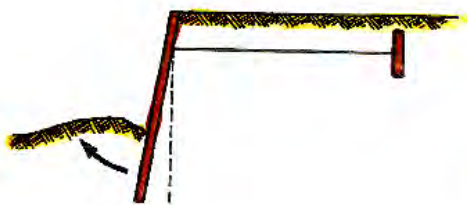




## Αστοχία: (κατάρρευση) τοίχου αντιστήριξης



Διάφοροι μηχανισμοί αστοχίας  
αγκυρωμένων  
τοιχών αντιστήριξης (πετασμάτων)





**Αστοχία: σήραγγα Δ. Πλακεντίας**



**από μέσα...**





## αστοχία πυλώνα γέφυρας Διάβας (Πηνειός) ....16/01/2016



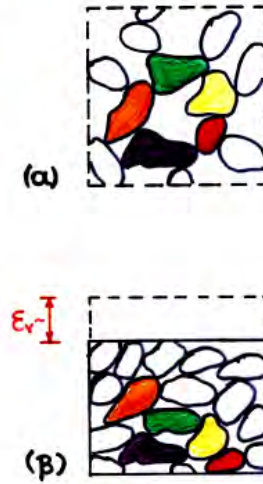
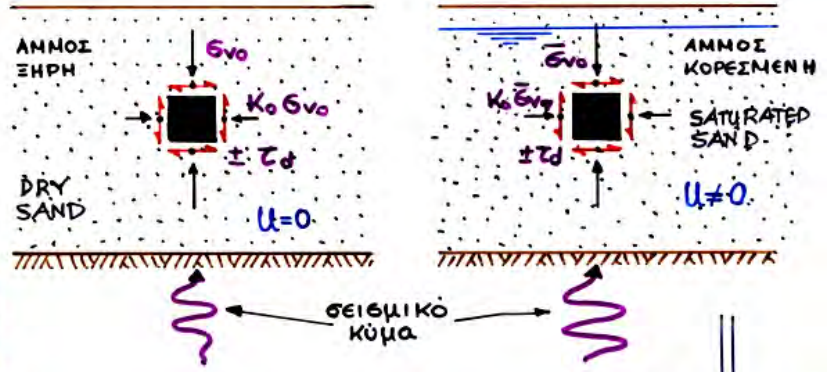
**Αστοχίες από σεισμό**

**Adarazari, Turkey (1999)**

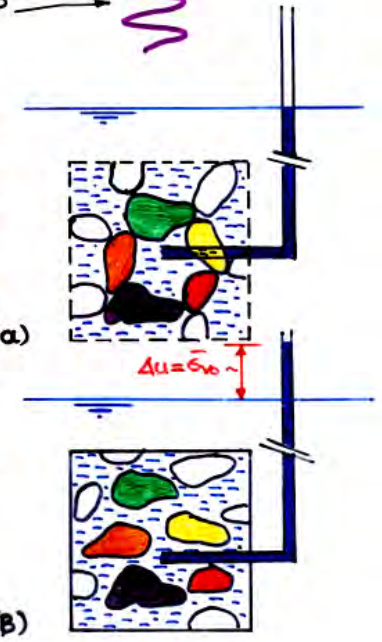


**ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ  
ΡΕΥΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΚΟΚΚΩΔΟΥΣ ΕΔΑΦΟΥΣ**

**ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΝΙΖΗΣΗ**

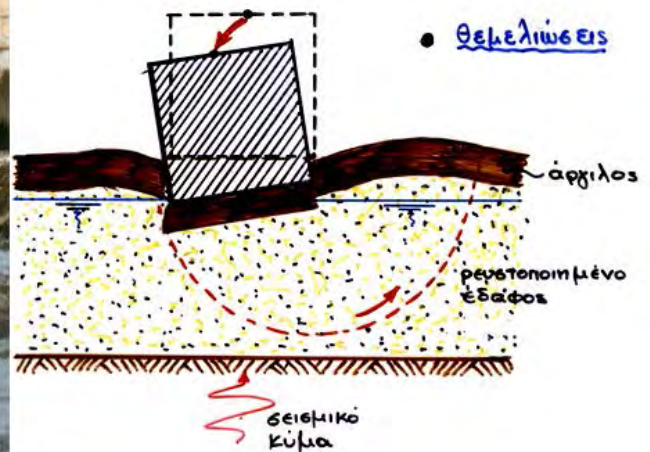


**ΡΕΥΣΤΟΠΟΙΗΣΗ**



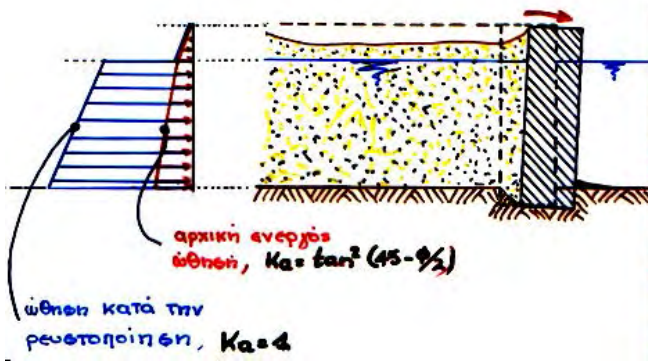
**Αστοχίες από σεισμό**

Αδαρζαρι, Turkey (1999)





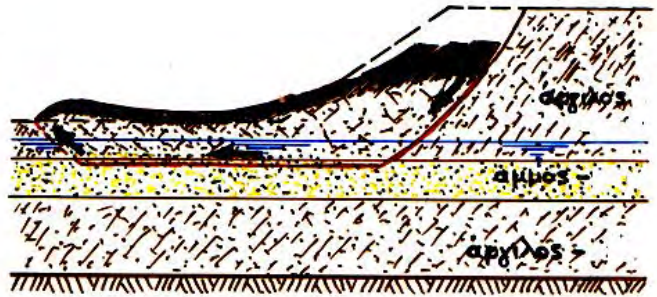
## Kobe (1995)



## Kobe (1995)



## Chile Earthquake, Mw = 8.8 February 27, 2010





ΤΥΠΙΚΕΣ ΕΔΑΦΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ . . . .

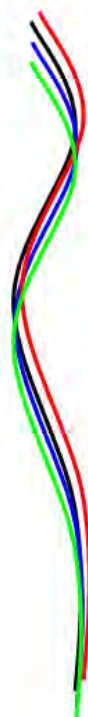


ανομοιογενές,  
ανισότροπο, κλπ...

Σύνθετη (έως αδύνατη μερικές φορές) .....  
η περιγραφή της μηχανικής συμπεριφοράς !

## Σκυρόδεμα ή Χάλυβας

- ✚ ειδικό βάρος,  $\gamma$
- ✚ Μέτρο Ελαστικότητας,  $E$
- ✚ Λόγος Poisson,  $\nu$
- ✚ Τάση θραύσης,  $\sigma_{\theta\rho}$



## Έδαφος

- ✚ ειδικό βάρος,  $\gamma_{\Xi}$ ,  $\gamma_{\text{κορ}}$ ,  $\gamma_b$
- ✚ δείκτης πόρων,  $e$
- ✚ πορώδες,  $n$
- ✚ φυσική υγρασία,  $w$
- ✚ βαθμός κορεσμού,  $S_r$
- ✚ όρια Atterberg,  $LL, PL, PI$
- ✚ συνοχή,  $c$
- ✚ γωνία εσωτερικής τριβής,  $\phi$
- ✚ αστράγγιστη διατμητική αντοχή,  $C_u$
- ✚ κλπ...



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙ: Η ΦΥΣΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

1. Προέλευση & Φύση του εδάφους
2. Φυσικά Χαρακτηριστικά του Εδάφους
  - + Κοκκομετρική διαβάθμιση
  - + Πυκνότητα όγκου ( $e$ ,  $n$ ,  $D_r$ )
  - + Φυσική υγρασία ( $w$ ,  $S_r$ )
  - + Φαινόμενο ειδικό βάρος - πυκνότητα μάζας
  - + Όρια Atterberg
3. Κατάταξη Εδαφών κατά AUSCS

### 1. Προέλευση & Φύση του Εδάφους

Το έδαφος προέρχεται από την **ΜΗΧΑΝΙΚΗ** και ακολούθως την **ΧΗΜΙΚΗ** αποσάθρωση του «μητρικού» βραχώδους υποβάθρου





### (A) Μηχανική αποσάθρωση

[ άνεμος, βροχή, θαλάσσιοι  
κυματισμοί, παγετός, κλπ. ]



Κοκκώδη εδάφη της ίδιας  
σύστασης με το μητρικό  
πέτρωμα:

Κροκκάλες:  $d > 50 \text{ mm}$   
Χάλικες:  $d = 2 - 50 \text{ mm}$   
Άμμοι:  $d = 0.06 - 2 \text{ mm}$

### (B) Χημική αποσάθρωση

[ χημική δράση νερού, οξέα,  
 $\text{CO}_2$ , κλπ. ]



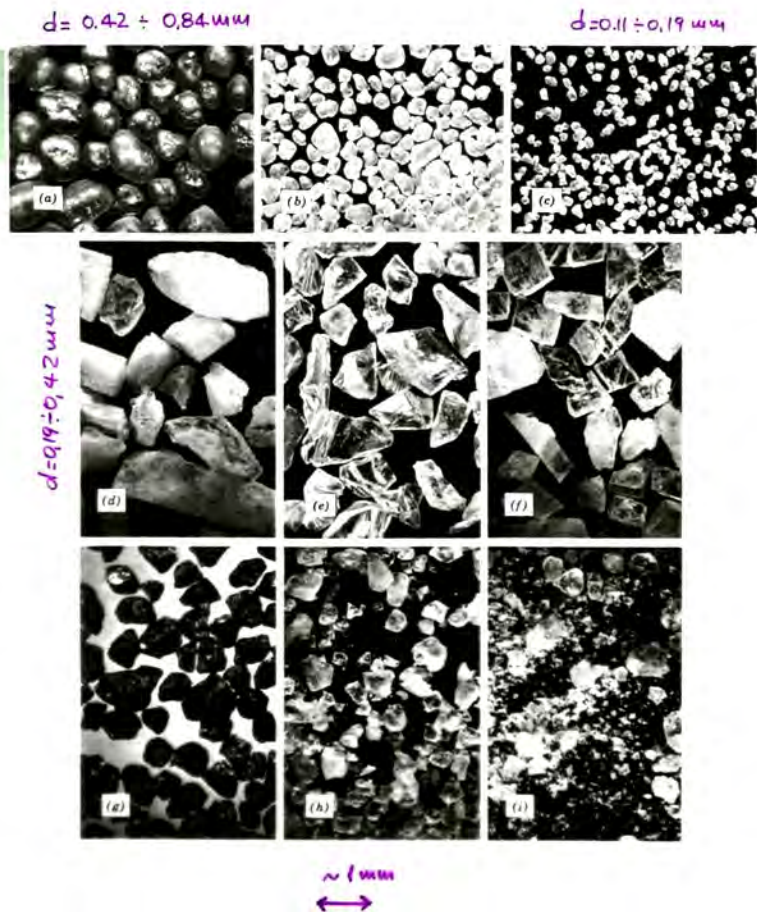
Λεπτόκοκκα εδάφη  
διαφορετικής σύστασης από  
το μητρικό πέτρωμα:

Ιλύες:  $d = 0.002 - 0.06 \text{ mm}$   
Άργιλοι:  $d < 0.002 \text{ mm}$

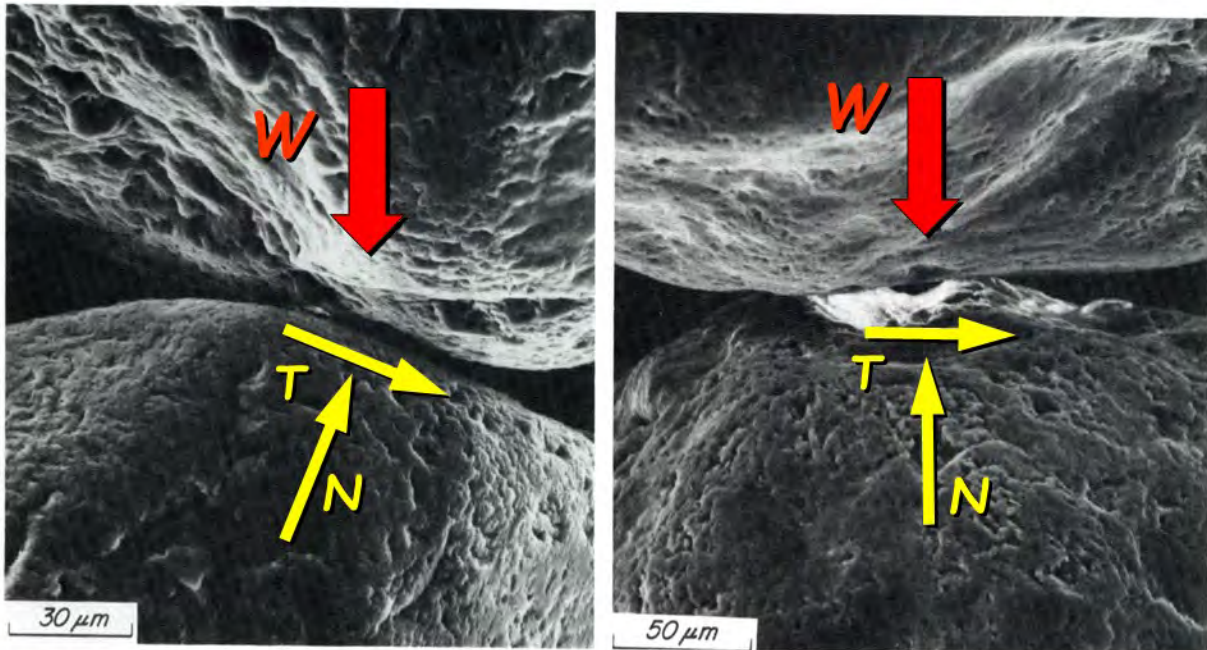
### (A) ΚΟΚΚΩΔΗ εδάφη

π.χ.

ΑΜΜΟΙ  
 $d = 0.06 - 2.00 \text{ mm}$



## Μηχανική Συμπεριφορά ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΕΔΑΦΩΝ



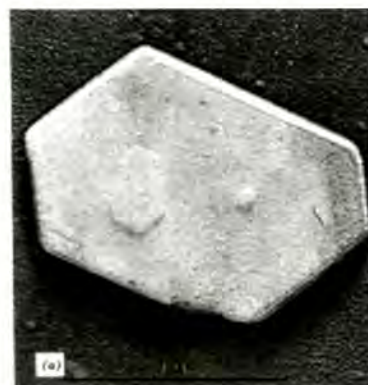
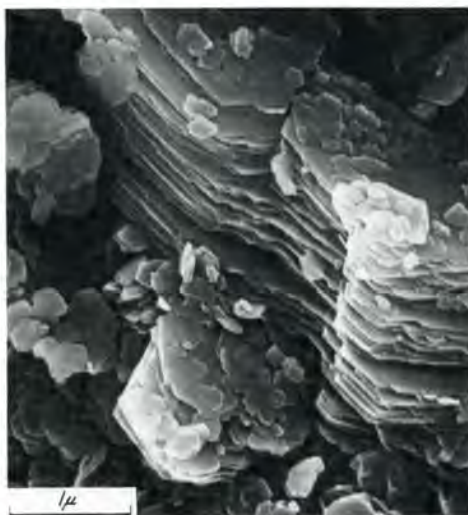
Δεν υπάρχει «συνοχή» μεταξύ των κόκκων



«ΜΗ ΣΥΝΕΚΤΙΚΑ»  
ΕΔΑΦΗ

### (B) ΛΕΠΤΟΚΟΚΚΑ (ή ΑΡΓΙΛΙΚΑ) εδάφη $D < 0.002 \text{ mm}$

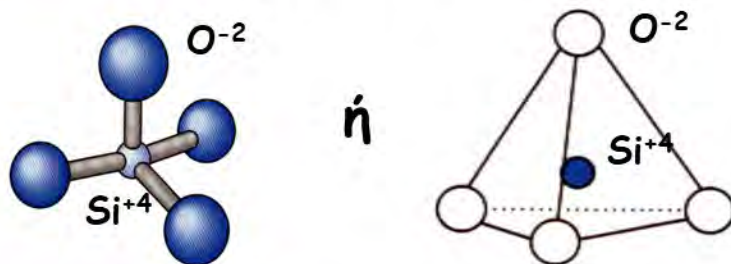
Τα εδάφη αυτά έχουν προέλθει από χημική αποσάθρωση του μητρικού πετρώματος, με αποτέλεσμα η ορυκτολογική τους δομή να έχει διαφοροποιηθεί. Αποτελούνται από πολύ-πολύ μικρά (κολοειδή) σωματίδια, πεπλατυσμένης ή (πιο σπάνια) επιμήκους μορφής, με πάχος ίσο με  $10^{-5}$  έως  $10^{-6} \text{ mm}$ .



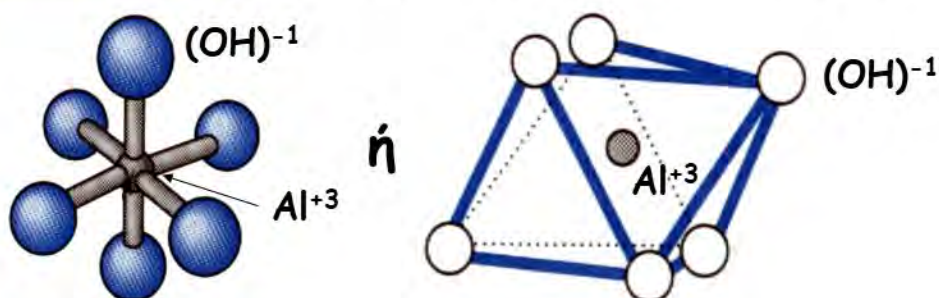


**Σε μοριακό επίπεδο**, δύο είναι οι πλέον συνήθεις βάσεις των αργιλικών σωματιδίων:

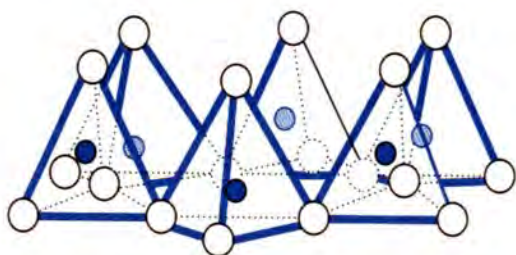
**το Πυριτικό 4-έδρο**  $\text{SiO}_4$ , με αρνητικό συνολικό φορτίο -4



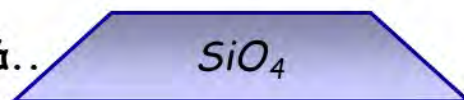
**& το Αργιλικό 8-έδρο**  $\text{Al}(\text{OH})_6$ , με αρνητικό συνολικό φορτίο -3



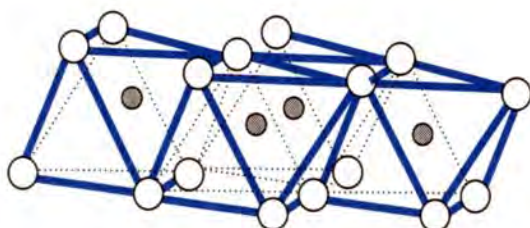
Για να εξουδετερώσουν το αρνητικό τους σθένος, τα μόρια αυτά ενώνονται και δημιουργούν επίπεδες στιβάδες . . . .



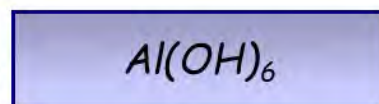
ή, συμβολικά..



**στιβάδα πυριτικών 4-έδρων**



ή, συμβολικά..



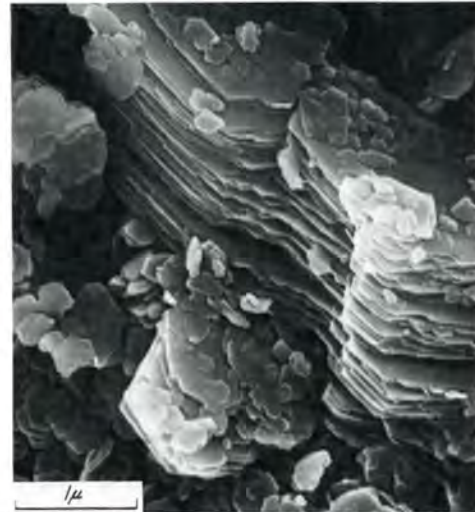
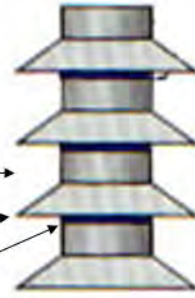
**στιβάδα αργιλικών 8-έδρων**

## Συνήθη αργιλικά εδάφη: ΚΑΟΛΙΝΙΤΗΣ

Αποτελείται από  
επάλληλες στιβάδες (περί τις 100)

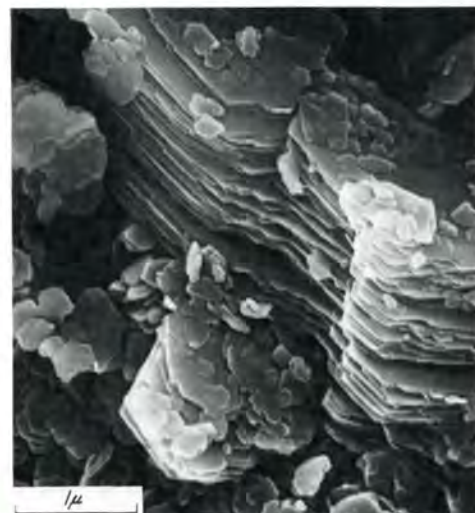
Αργιλίου  
&  
Πυριτίου

ισχυρά συγκολλημένες με  
Δεσμούς Υδρογόνου



Τα σωματίδια του Καολινίτη είναι πεπλατυσμένα και εξαγωνικά,  
με (περίπου):

- ✚ Πάχος  $d=100 \text{ nm} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ mm} = 10^{-4} \text{ mm}$
- ✚ Πλάτος/πάχος  $L/h = 5 \div 10$
- ✚ Ειδική Επιφάνεια\*  $E.E. = 5 \div 15 \text{ m}^2/\text{gr}$



\*E.E. = συνολική παράπλευρη επιφάνεια / μάζα



## Συνήθη αργιλικά εδάφη: ΙΛΛΙΤΗΣ

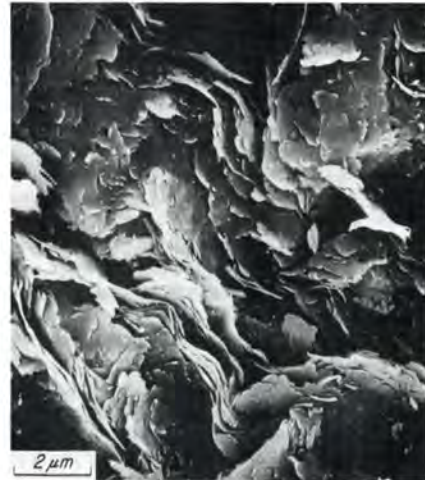
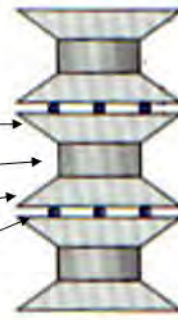
Αποτελείται από επάλληλες στιβάδες

Πυριτίου

Αργιλίου

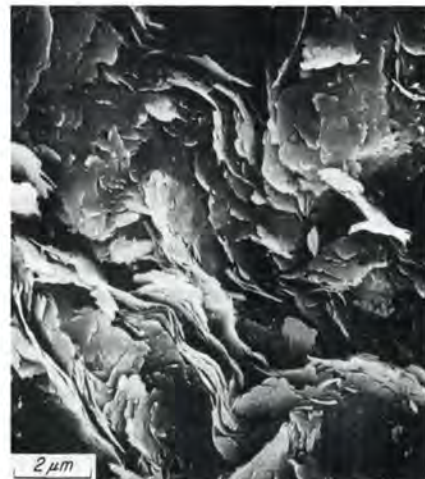
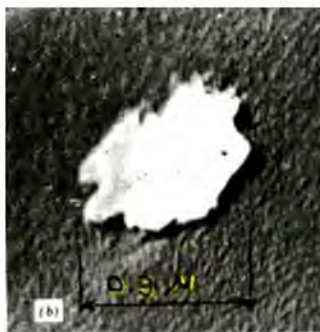
Πυριτίου

χαλαρά συγκολλημένες με  
Κατιόντα Καλίου ( $K^+$ )



Τα σωματίδια του Ιλίτη είναι επίσης πεπλατυσμένα,  
με (περίπου):

- ✚ Πάχος  $d=10\div 30 \text{ nm} = 10\div 30 \cdot 10^{-6}\text{mm} = 10^{-6}\div 3 \cdot 10^{-6}\text{mm}$
- ✚ Πλάτος/πάχος  $L/h = 15 \div 30$
- ✚ Ειδική Επιφάνεια\*  $E.E. = 80 \div 100 \text{ m}^2/\text{gr}$



\*E.E. = συνολική παράπλευρη επιφάνεια / μάζα



## Συνήθη αργιλικά εδάφη: ΜΟΝΤΜΟΡΙΛΟΝΙΤΗΣ

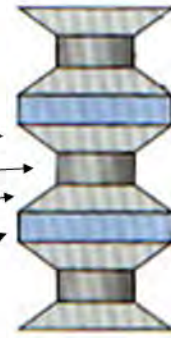
Αποτελείται από επάλληλες στιβάδες

Πυριτίου

Αργιλίου

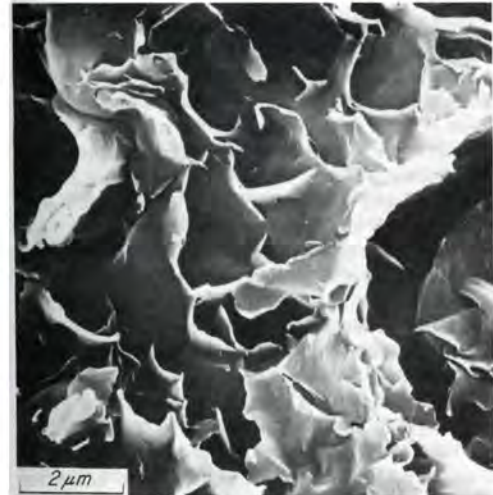
Πυριτίου

χαλαρά συγκολλημένες με  
στιβάδες  $H_2O$  (& ιόντων)

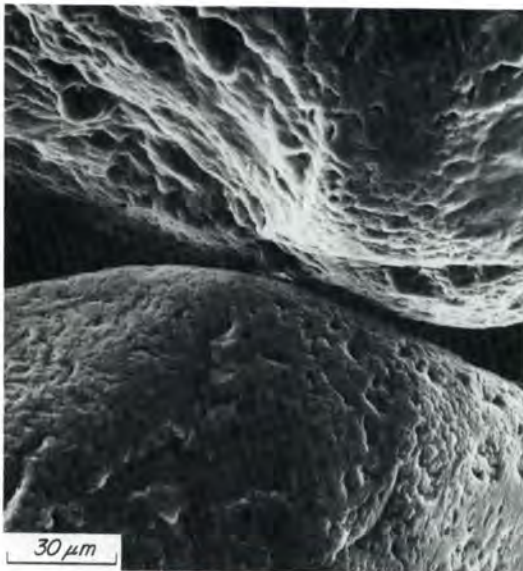


Τα σωματίδια του Μοντμοριλονίτη είναι πεπλατυσμένα, με (περίπου):

- ✚ Πάχος  $d=1 \text{ nm} = 10^{-6} \text{ mm}$
- ✚ Πλάτος/πάχος  $L/h = 100$
- ✚ Ειδική Επιφάνεια\*  $E.E. = 800 \text{ m}^2/\text{gr}$



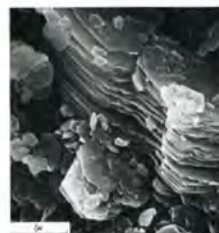
## Σύγκριση Άμμου, Καολινίτη, Ιλλίτη & Μοντμοριλονίτη



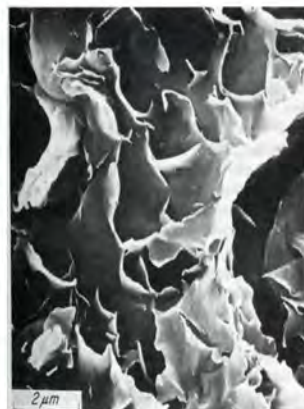
**ΑΜΜΟΣ/10** (E.E.  $\approx 0 \text{ m}^2/\text{gr}$ )



Όλες οι φωτό.. είναι περίπου στην ίδια κλίμακα



**Καολινίτης**  
E.E. = 5-15  $\text{m}^2/\text{gr}$



**Ιλλίτης**  
E.E. = 80-100  $\text{m}^2/\text{gr}$

**Μοντμοριλονίτης**  
E.E. = 800  $\text{m}^2/\text{gr}$

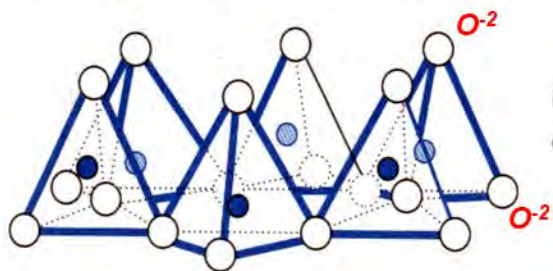
### Ερωτήσεις:

- ✚ Σε σύγκριση με τα αργυλικά υλικά που είδαμε, πόση είναι άραγε η ειδική επιφάνεια μιας μέσης άμμου με διάμετρο κόκκου 1.0 mm;
- ✚ Πόση ποσότητα μάζας **Άμμου, Καολινίτη, Ιλλίτη & Μοντμοριλονίτη** χρειάζεστε για να καλύψετε (με μία στρώση) ένα γήπεδο ποδοσφαίρου 100m x 50m ;
- ✚ Πως νομίζετε ότι επιδρά η διαφορά της ειδικής επιφάνειας κόκκων αργίλου στην μηχανική συμπεριφορά των αντίστοιχων εδαφικών υλικών;

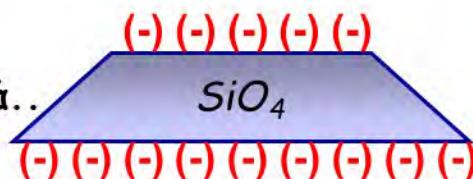


## Μηχανική Συμπεριφορά ΑΡΓΙΛΙΚΩΝ ΕΔΑΦΩΝ

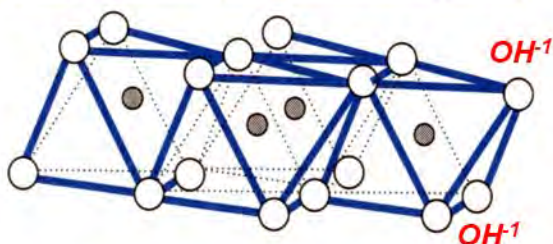
Για να εξουδετερώσουν το αρνητικό τους σθένος, τα μόρια αυτά ενώνονται και δημιουργούν επίπεδες στιβάδες . . . .



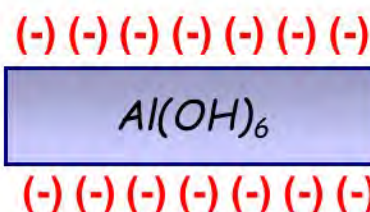
ή, συμβολικά..



**στιβάδα πυριτικών 4-έδρων**

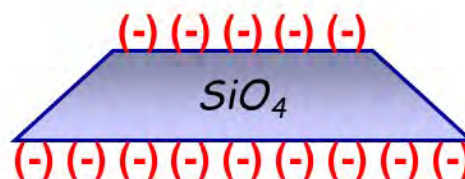
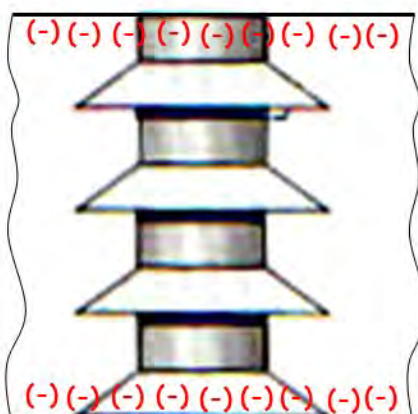


ή, συμβολικά..

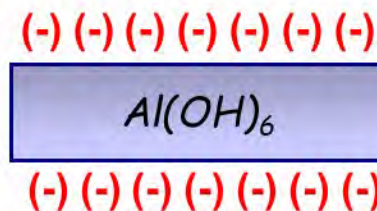


**στιβάδα αργιλικών 8-έδρων**

Οι οποίες ενώνονται περαιτέρω μεταξύ τους για να φτιάξουν ένα αργιλικό σωματίδιο .....

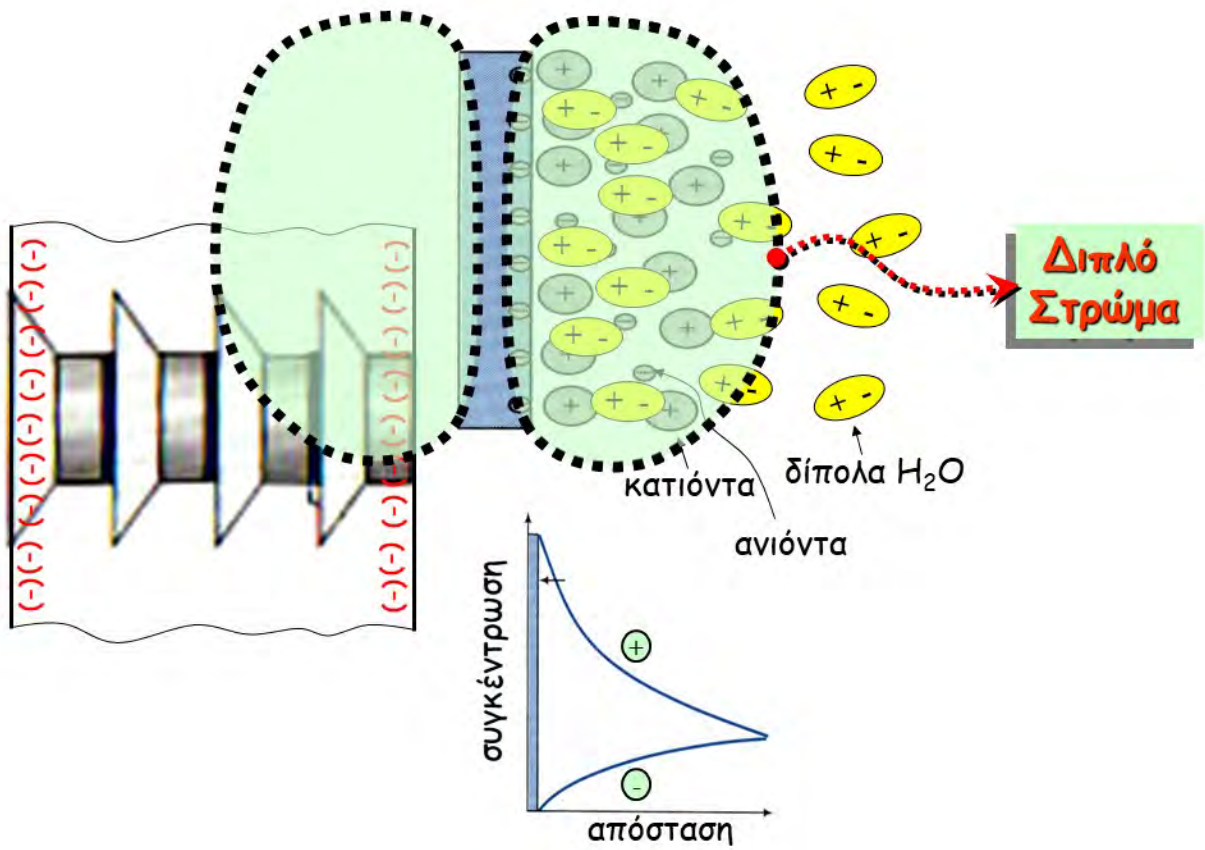
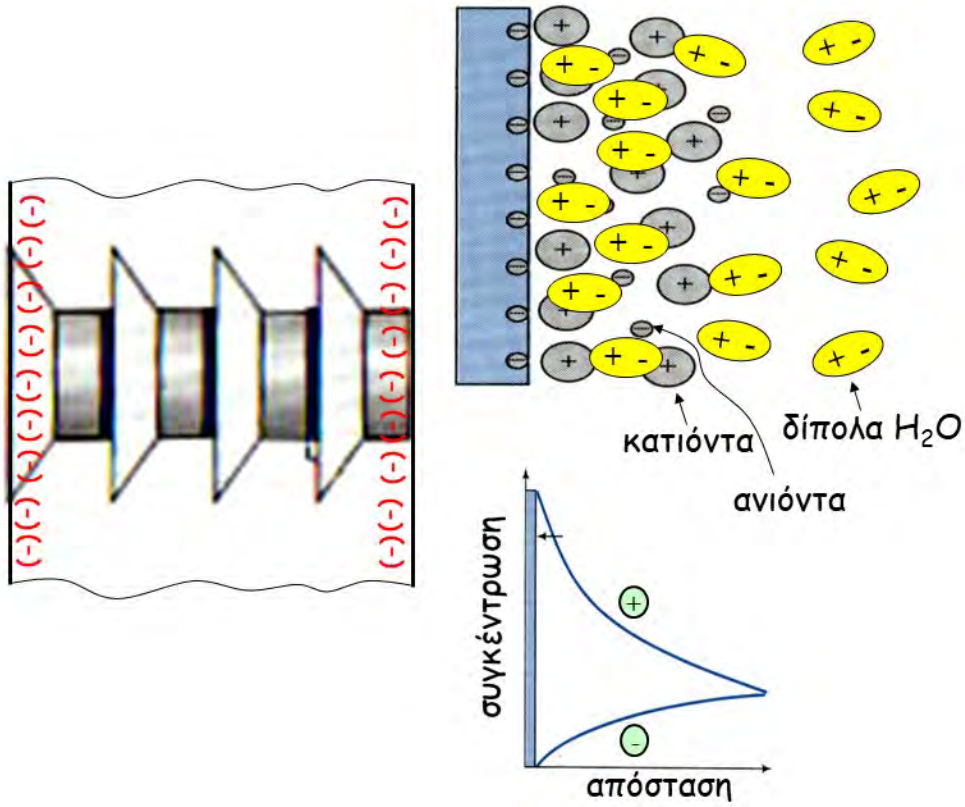


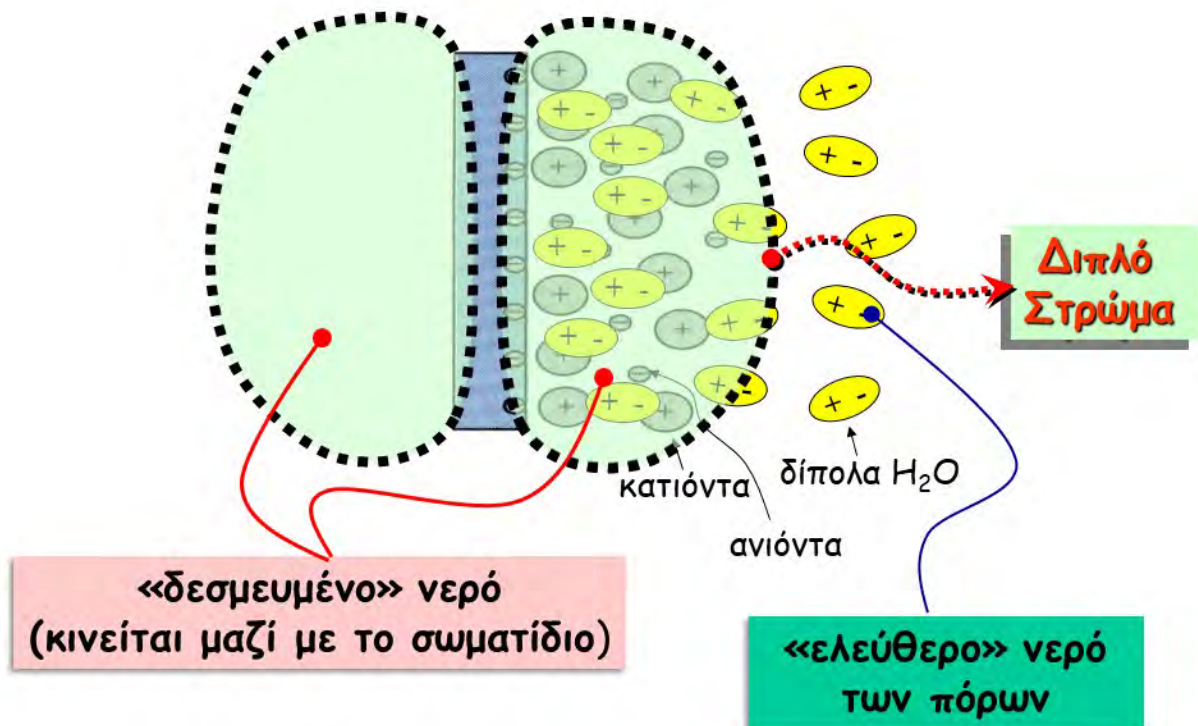
**στιβάδα πυριτικών 4-έδρων**



**στιβάδα αργιλικών 8-έδρων**



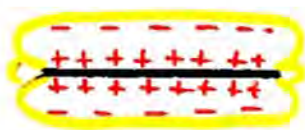




## Θεωρία Stern-Γου:

- A. Υπό κανονικές συνθήκες (φυσικό νερό, κλπ) το πάχος του «διπλού στρώματος» είναι σταθερό,  $2d=3\text{nm}$  για όλα τα αργιλικά υλικά.

Άρα



μοντμοριλονίτης



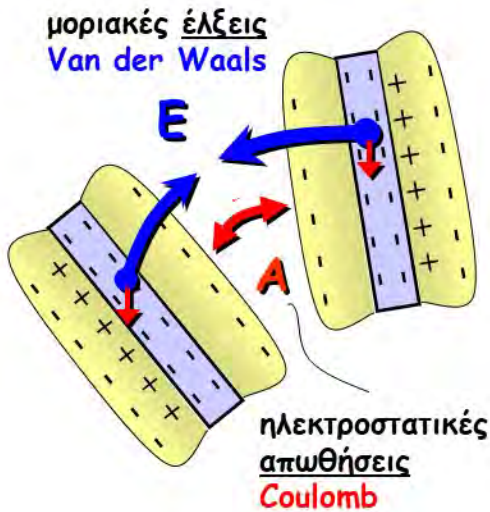
ιλλίτης

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$$

- B. Το πάχος του «διπλού στρώματος» μειώνεται όταν:
- αυξάνει η συγκέντρωση αλάτων (π.χ. **NaCl**)
  - αυξάνει το σθένος των διαθέσιμων κατιόντων
  - μειώνεται η θερμοκρασία



## Σημασία του 2-πλού στρώματος για την Μηχανική Συμπεριφορά

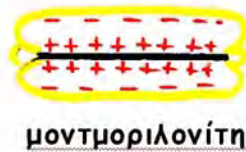


Στα αργιλικά σωματίδια, το βάρος είναι αμελητέο σε σχέση με:

✦ τις **μοριακές έλξεις E** που αναπτύσσονται μεταξύ των ίδιων των σωματιδίων και .....

✦ τις **ηλεκτροστατικές απωθήσεις A** που αναπτύσσονται μεταξύ των εξωτερικών επιφανειών των 2-πλών στρωμάτων, που είναι βέβαια αρνητικά φορτισμένες

Η **δομή** των αργιλικών εδαφών διαμορφώνεται επομένως ανάλογα με το ισοζύγιο μεταξύ E και A.....



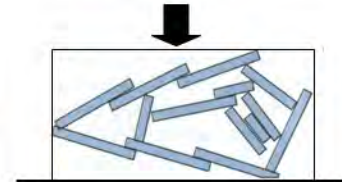
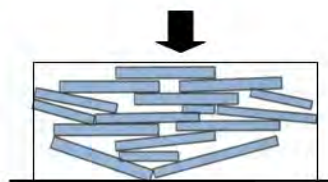
μοντμοριλονίτης

$$A > E$$



ιλλίτης

$$A < E$$



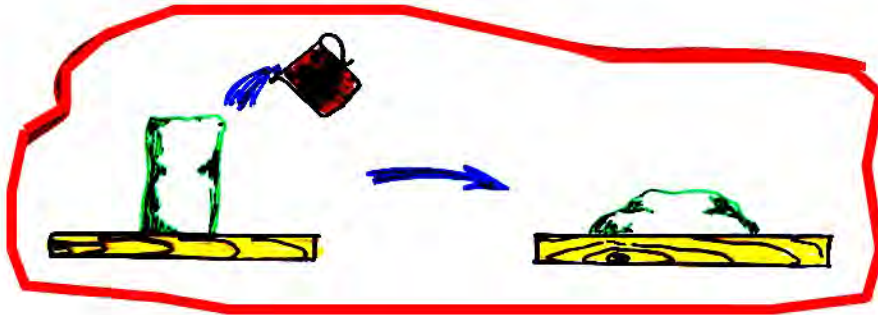
Επιπλέον, οι καθοριστικοί παράγοντες της μηχανικής συμπεριφοράς είναι τώρα:

- ✦ η ΤΡΙΒΗ,
- &
- ✦ η ΣΥΝΟΧΗ (λόγω Van der Waals)

➔ «Συνεκτικά» εδάφη

## ΕΡΩΤΗΣΗ:

✚ Πως εξηγείται το γεγονός ότι εδαφικό δοκίμιο ΜΟΝΤΜΟΡΙΛΟΝΙΤΗ που ελήφθη από θαλάσσιο περιβάλλον (marine clay), χάνει πρακτικά την αντοχή του όταν κορεσθεί με «γλυκό» νερό;



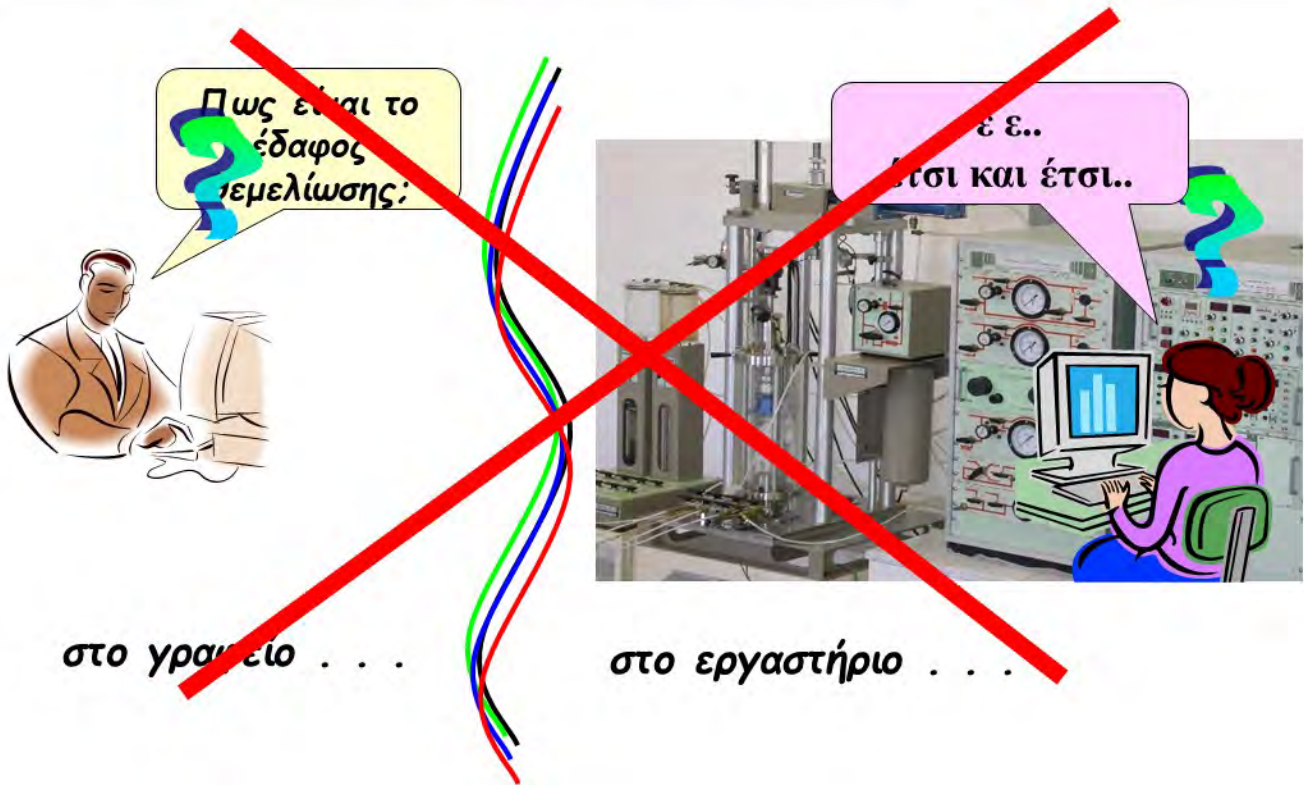
✚ Θα περιμένετε αντίστοιχη συμπεριφορά και από εδαφικό δοκίμιο ΚΑΟΛΙΝΙΤΗ;



## Σύνοψη 1<sup>ης</sup> Ενότητας

- ✚ Μηχανική & Χημική αποσάθρωση
- ✚ «Άμμοι» & «Άργιλοι»
- ✚ Παράγοντες που επιδρούν στην μηχανική συμπεριφορά των άμμων
- ✚ Σύσταση αργιλικών σωματιδίων
- ✚ Διπλό στρώμα νερού
- ✚ Θεωρία Stern - Γουγ
- ✚ Σημασία του διπλού στρώματος στην μηχανική συμπεριφορά των αργίλων
- ✚ Ποια εδάφη καλούνται «μη συνεκτικά» και ποια «συνεκτικά»; Από πού προέρχεται αυτή η ονομασία;

## 2. Φυσικά Χαρακτηριστικά του Εδάφους

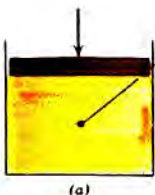
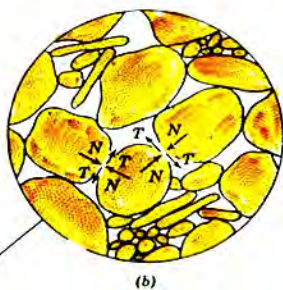


Θυμηθείτε ότι,

το έδαφος είναι ένα μη-συνεχές, ανομοιόμορφο υλικό αποτελούμενο από τρεις διαφορετικές

«φάσεις»:

- στερεούς κόκκους
  - νερό
  - αέρα
- } κενά των πόρων



**που θα πρέπει να είμαστε σε θέση να περιγράψουμε με αρκετή ακρίβεια....**



Πως είναι το έδαφος θεμελίωσης;



στο γραφείο . . .

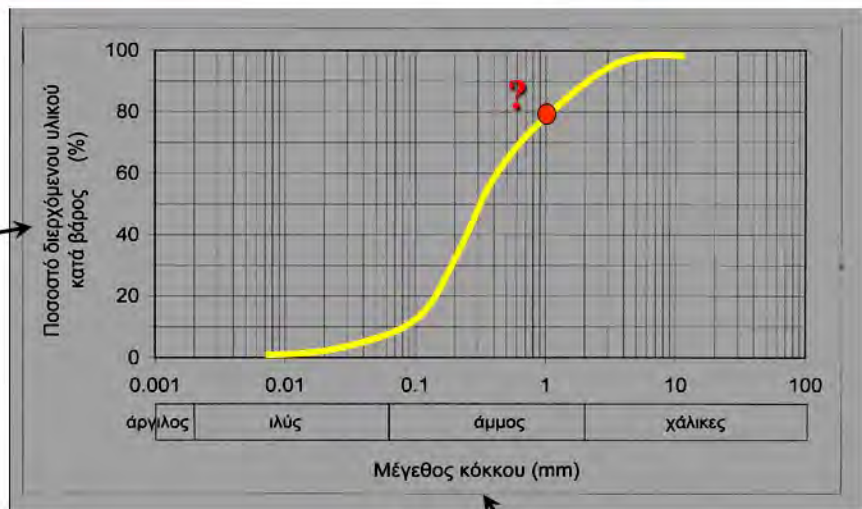
- ✦ Τι μέγεθος έχουν οι κόκκοι (χάλικες, άμμος ή άργιλος)...
- ✦ είναι πυκνό ή χαλαρό....
- ✦ είναι υγρό ή ξηρό...
- ✦ Τι (ειδικό) βάρος έχει...
- ✦ σε τι κατάσταση βρίσκεται υδαρή, ημιστερεά ή στερεά...



στο εργαστήριο . . .

### ✦ Τι μέγεθος έχουν οι κόκκοι (χάλικες, άμμος, ιλύς ή .....);

κοκκομετρική ανάλυση:



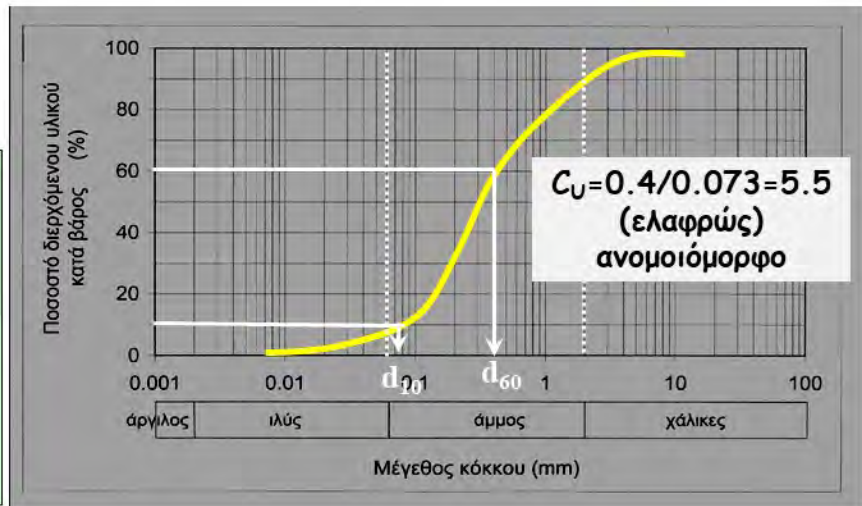
Κόσκινα (i) με συγκεκριμένη διάμετρο οπής ( $d_i$ ) η οποία μικραίνει από επάνω προς τα κάτω. Από συνολικό βάρος εδαφικού δείγματος  $W$ , σε κάθε κόσκινο συγκρατείται βάρος  $W_i$  και επομένως διέρχεται βάρος  $W_{\delta,i} = W - \sum_1^i W_i$

ή ποσοστό διερχομένου υλικού κατά βάρος:

$$\text{ΠΔΥ} = \frac{W - \sum_1^i W_i}{W}$$

## κοκκομετρική ανάλυση:

- ✚ ΧΑΛΙΚΕΣ  
 $d > 2 \text{ mm}$
- ✚ ΑΜΜΟΙ  
 $d = 0.06 \div 2 \text{ mm}$
- ✚ ΙΛΥΕΣ-ΑΡΓΙΛΟΙ  
 $d < 0.06 \text{ mm}$



ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΙΑΣ:  $C_U = d_{60} / d_{10}$

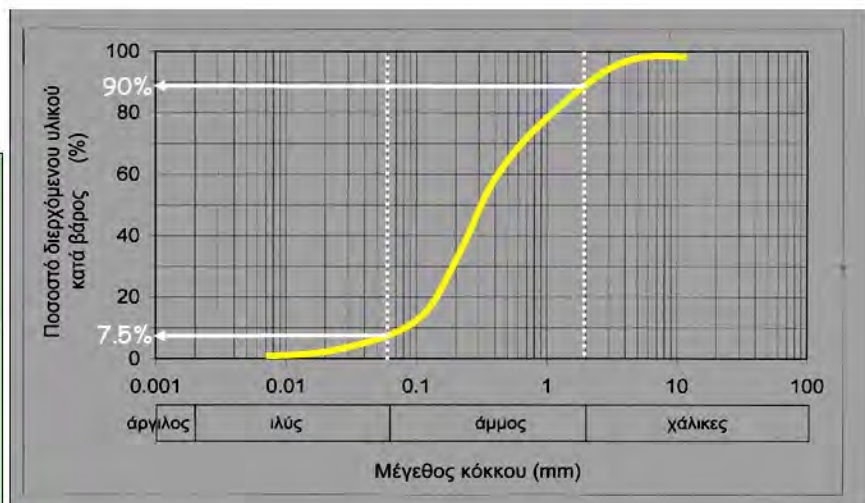
$C_U < 5.0$  ομοιόμορφα εδάφη

$C_U \geq 5.0$  αν-ομοιόμορφα (ή καλά διαβαθμισμένα) εδάφη

### Εφαρμογή Ι:

Για εδαφικό δείγμα με τηνκοκκομετρική καμπύλη του σχήματος, να υπολογισθούν τα ποσοστά: ιλύος & αργίλου, άμμου και χαλίκων ..

- ✚ ΧΑΛΙΚΕΣ  
 $d > 2 \text{ mm}$
- ✚ ΑΜΜΟΙ  
 $d = 0.06 \div 2 \text{ mm}$
- ✚ ΙΛΥΕΣ-ΑΡΓΙΛΟΙ  
 $d < 0.06 \text{ mm}$



ιλύς-άργιλος =

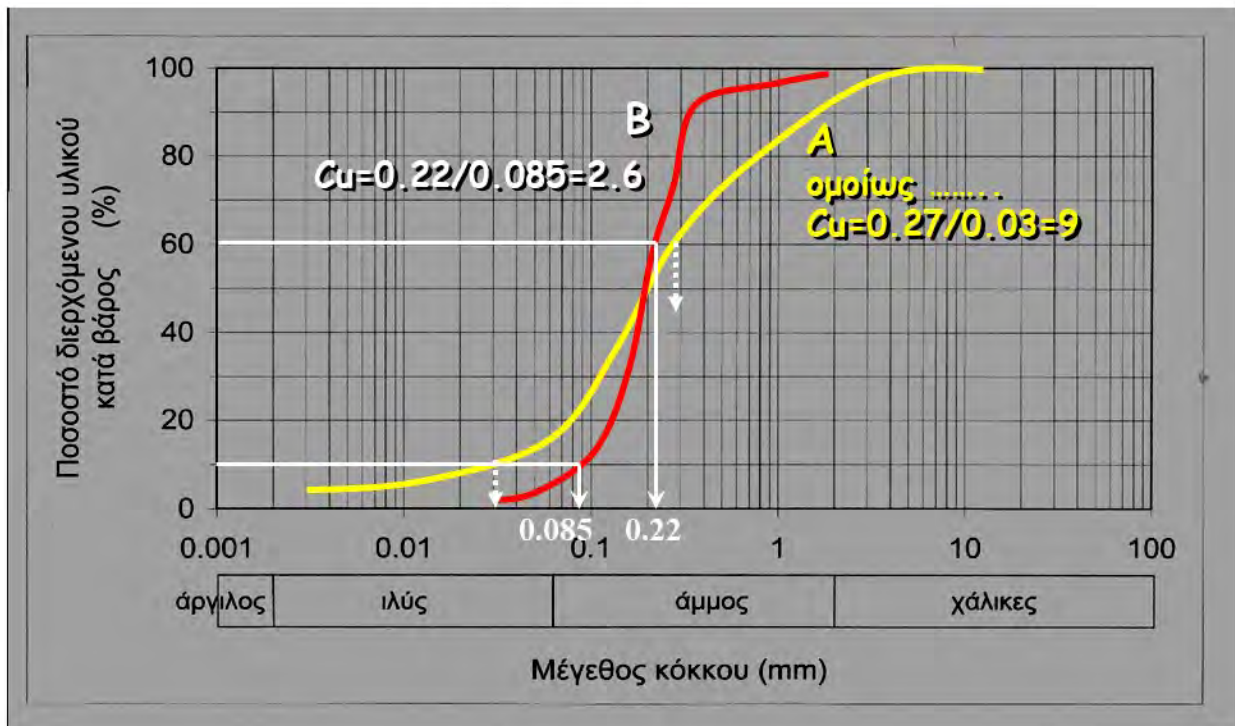
χαλίκες =

άμμος =



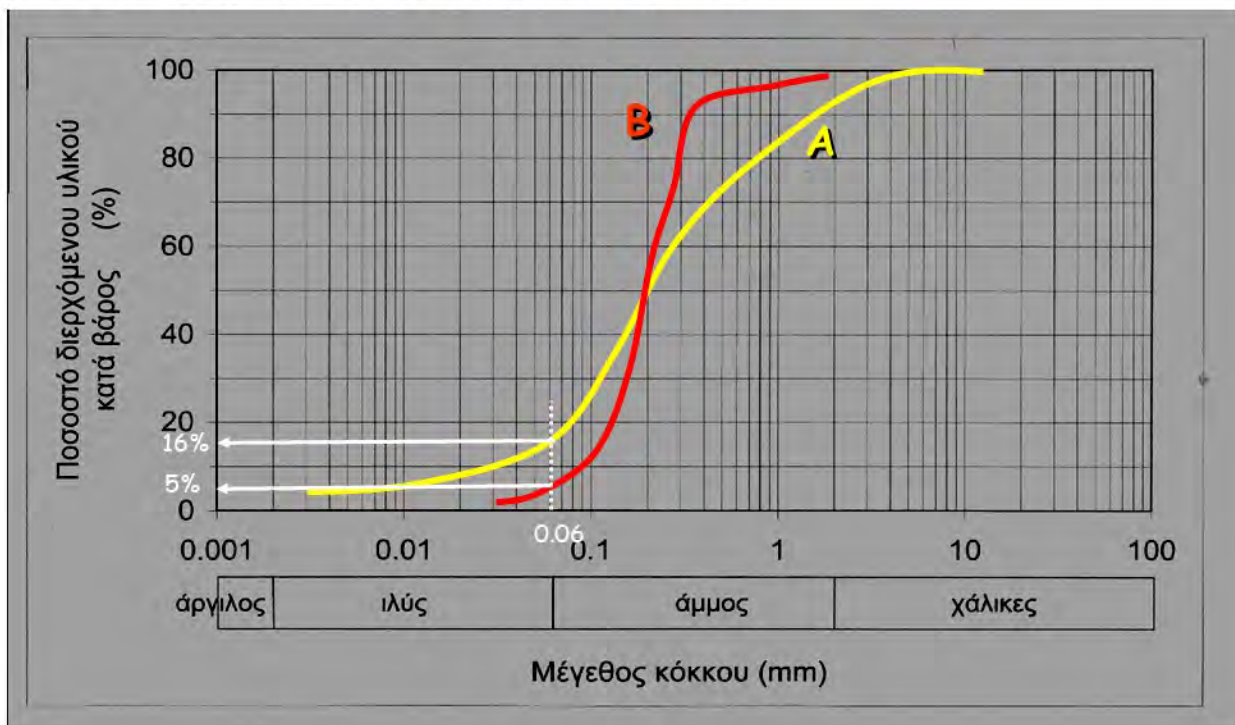
### Εφαρμογή II:

Ποιο από τα δείγματα A και B είναι πιο ομοιόμορφο; Γιατί;



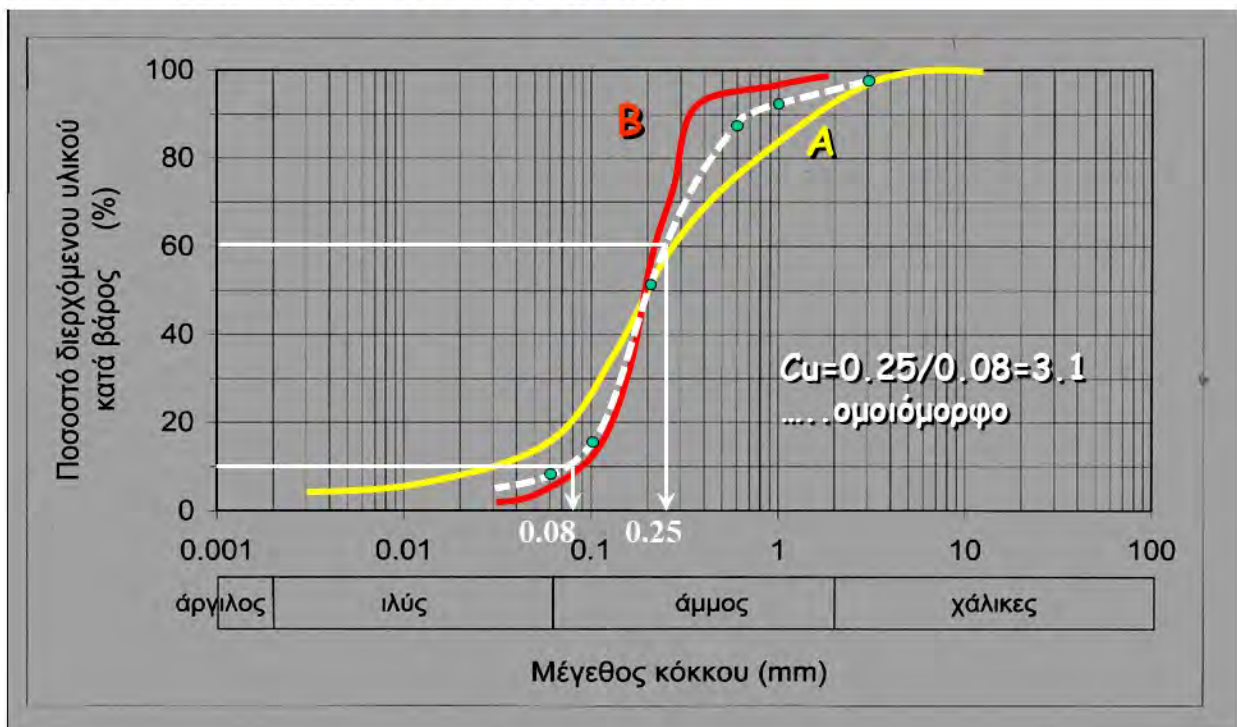
### Εφαρμογή III:

Να υπολογισθεί και να σχεδιασθεί η καμπύλη κοκκομετρικής διαβάθμισης σε μίγμα 500gr εδάφους A και 1500gr εδάφους B. Ποιος είναι ο συντελεστής ομοιομορφίας  $C_u$  του νέου μίγματος;



d (mm)	ΠΔΥ <sub>A</sub>	M <sub>A</sub> (gr)	ΠΔΥ <sub>B</sub>	M <sub>B</sub> (gr)	M <sub>A</sub> + M <sub>B</sub> (gr)	ΠΔΥ <sub>A+B</sub>
0.06	0.16	0.16*500 =80	0.05	0.05*1500 =75	80+75 =155	155/2000 = <b>0.0775</b>
0.10	0.26	130	0.11	165	295	<b>0.1475</b>
0.20	0.50	250	0.52	780	1030	<b>0.515</b>
0.60	0.76	380	0.93	1395	1775	<b>0.8875</b>
1.00	0.83	415	0.97	1455	1870	<b>0.935</b>
2.00	0.92	460	1.00	1500	1960	<b>0.98</b>
6.00	1.00	500	1.00	1500	2000	<b>1.00</b>

**Άσκηση :** Να υπολογισθεί και να σχεδιασθεί η καμπύλη κοκκομετρικής διαβάθμισης σε μίγμα **500gr εδάφους A** και **1500gr εδάφους B**. Ποιος είναι ο συντελεστής ομοιομορφίας  $C_u$  του μίγματος;





Πως είναι το έδαφος θεμελίωσης;



στο γραφείο . . .

- ✦ τι μέγεθος έχουν οι κόκκοι (χάλικες, άμμος ή άργιλος)...
- ✦ είναι πυκνό ή χαλαρό....
- ✦ είναι υγρό ή ξηρό...
- ✦ τι (ειδικό) βάρος έχει...
- ✦ σε τι κατάσταση βρίσκεται υδαρή, ημιστερεά ή στερεά...



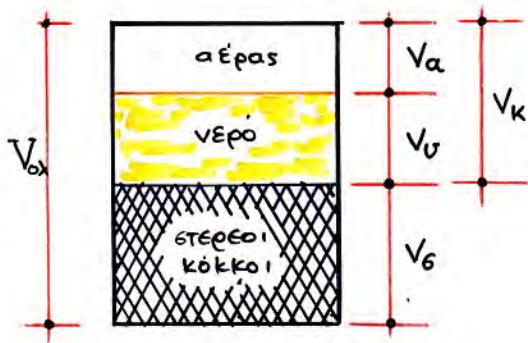
στο εργαστήριο . . .

## ✦ Πυκνότητα Δομής, κλπ.

### Διάγραμμα φάσεων

Η κατανομή των τριών φάσεων στον όγκο του εδάφους είναι εντελώς τυχαία και θα μπορούσε να προσδιορισθεί μόνον στατιστικά. Για να απλοποιήσουμε όμως τους υπολογισμούς, ενοποιούμε και διαχωρίζουμε τις τρεις φάσεις του εδαφικού υλικού, δημιουργώντας έτσι το «**διάγραμμα φάσεων**»:





➤ Δείκτης πόρων:  $e = \frac{V_K}{V_\sigma}$  (0.50 ÷ 1.0)

➤ Πορώδες:  $n = \frac{V_K}{V_o}$  (0.30 ÷ 0.5)

➤ Σχετική Πυκνότητα:

$$D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \times 100 \quad (0 \div 100)$$

➤  $e_{min}$ : δείκτης πόρων στην πλέον **πυκνή** δομή

➤  $e_{max}$ : δείκτης πόρων στην πλέον **χαλαρή** δομή

Πως είναι το έδαφος θεμελίωσης;



στο γραφείο . . .

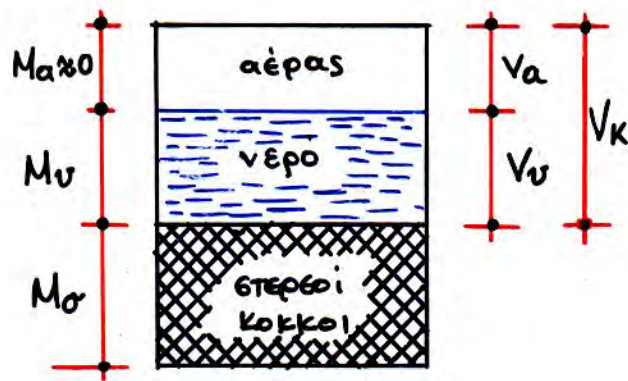
- ✚ τι μέγεθος έχουν οι κόκκοι (χάλικες, άμμος ή άργιλος)...
- ✚ είναι πυκνό ή χαλαρό....
- ✚ είναι υγρό ή ξηρό...
- ✚ τι (ειδικό) βάρος έχει...
- ✚ σε τι κατάσταση βρίσκεται υδαρή, ημιστερεά ή στερεά...



στο εργαστήριο . . .



## # Υγρό ή Ξηρό : → "ΦΥΣΙΚΗ ΥΓΡΑΣΙΑ"



→ ποσοστό «φυσικής υγρασίας»:  $w = \frac{M_v}{M_σ} \times 100 \quad (0 \div 60\%)$

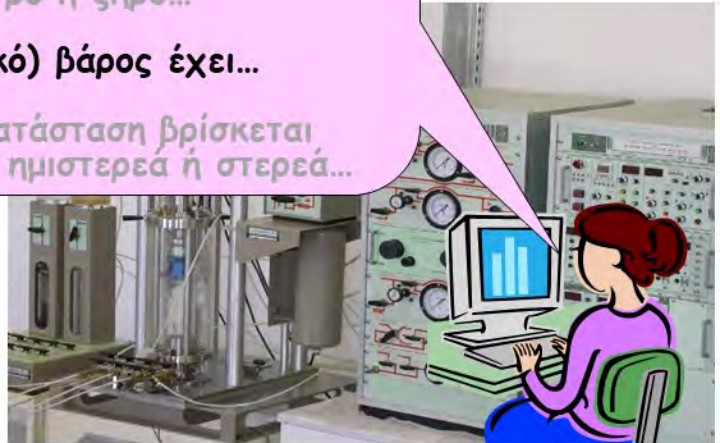
→ βαθμός κορεσμού:  $S_r = \frac{V_v}{V_K} \times 100 \quad (0 \div 100\%)$

Πως είναι το έδαφος θεμελίωσης;



στο γραφείο . . .

- ✦ τι μέγεθος έχουν οι κόκκοι (χάλικες, άμμος ή άργιλος)...
- ✦ είναι πυκνό ή χαλαρό....
- ✦ είναι υγρό ή ξηρό...
- ✦ τι (ειδικό) βάρος έχει...
- ✦ σε τι κατάσταση βρίσκεται υδαρή, ημιστερεά ή στερεά...

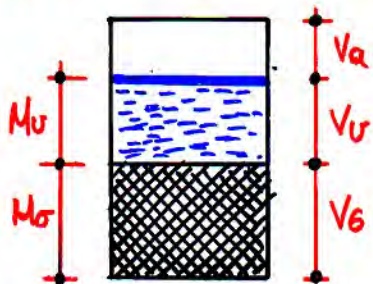


στο εργαστήριο . . .

### ✦ τι ειδικό βάρος (ή τι πυκνότητα) έχει :

$$\gamma = \rho \cdot g$$

$\text{kN/m}^3$     $\text{Mg/m}^3$     $\text{m/sec}^2$



- πυκνότητα στερεού σωματιδίου:

$$\rho_\sigma = \frac{M_\sigma}{V_\sigma} \approx 2,7 \text{ Mg/m}^3$$

- πυκνότητα νερού:

$$\rho_w = \frac{M_u}{V_u} \approx 1 \text{ Mg/m}^3$$

- (φαινόμενη) πυκνότητα εδάφους:

$$\rho = \frac{M_u + M_s}{V_{\sigma\lambda}} = \frac{1+w}{1+e} \rho_\sigma \quad (1,6 \div 2,2 \text{ Mg/m}^3)$$

- ΞΗΡΗ (φαινόμενη) πυκνότητα (w=0):

$$\rho_\xi = \frac{M_s}{V_{\sigma\lambda}} = \frac{1}{1+e} \rho_\sigma \quad (1,5 \div 1,8 \text{ Mg/m}^3)$$



Πως είναι το έδαφος θεμελίωσης;



στο γραφείο . . .

- ✦ τι μέγεθος έχουν οι κόκκοι (χάλικες, άμμος ή άργιλος)...
- ✦ είναι πυκνό ή χαλαρό....
- ✦ είναι υγρό ή ξηρό...
- ✦ τι (ειδικό) βάρος έχει...
- ✦ σε τι κατάσταση βρίσκεται υδαρή, ημιστερεά ή στερεά...

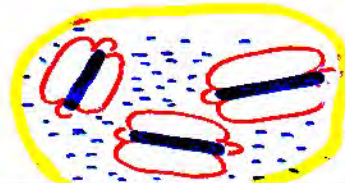


στο εργαστήριο . . .

✦ Σε τι κατάσταση βρίσκεται (υδαρή, ημιστερεά,.....) : ➡ "ΟΡΙΑ ΑΤΤΕΡΒΕΡΓ"

όριο υδαρότητας  $w=LL$

υδαρής κατάσταση



$A \gg E$

όριο πλασιμότητας  $w=PL$

πλάσιμη κατάσταση



$E > A$

όριο συρρικνώσεως  $w=SL$

ημιστερεά κατάσταση



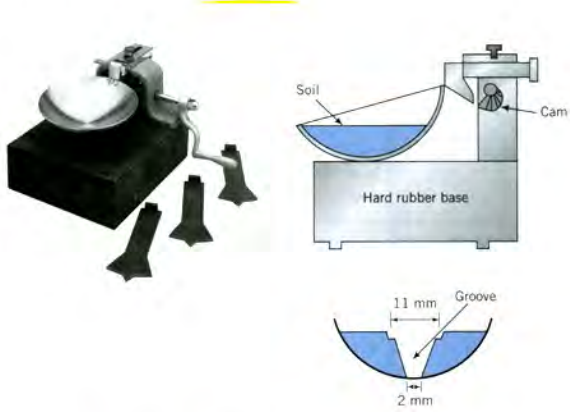
$E \gg \gg A$

στερεά κατάσταση



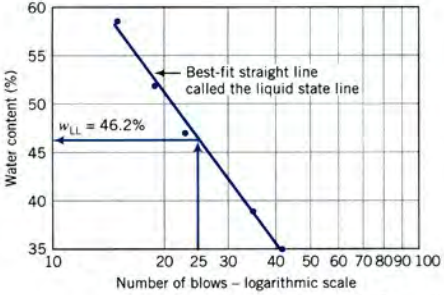
$E, A \approx 0$

όριο υδαρότητας  $w=LL$



όριο πλασιμότητας  $w=PL$

όριο συρρικνώσεως  $w=SL$

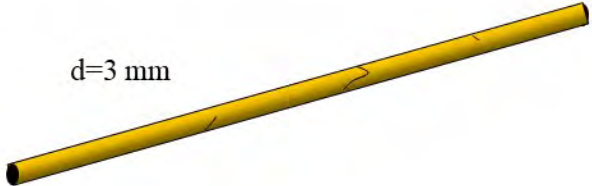


όριο υδαρότητας  $w=LL$

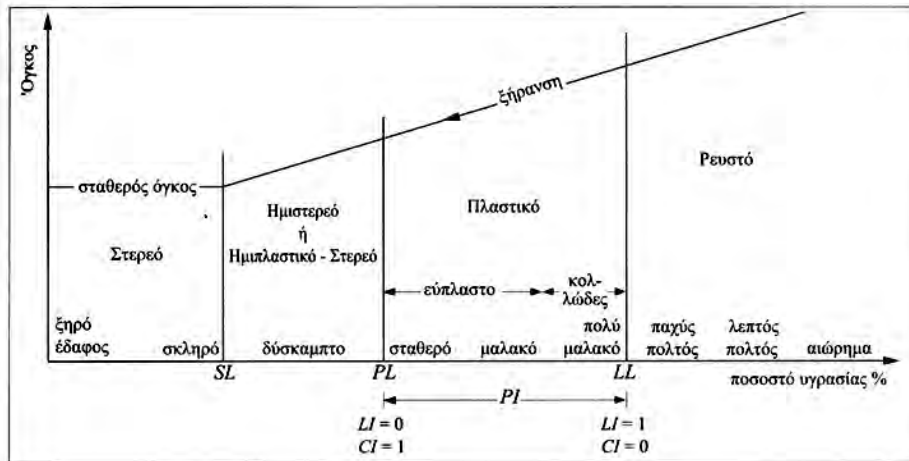
όριο πλασιμότητας  $w=PL$



όριο συρρικνώσεως  $w=SL$







όριο συρρικνώσεως  $w=SL$

Με βάση τα «Όρια Atterberg» ορίζονται ακόμη ....

- **δείκτης πλασιμότητας:**

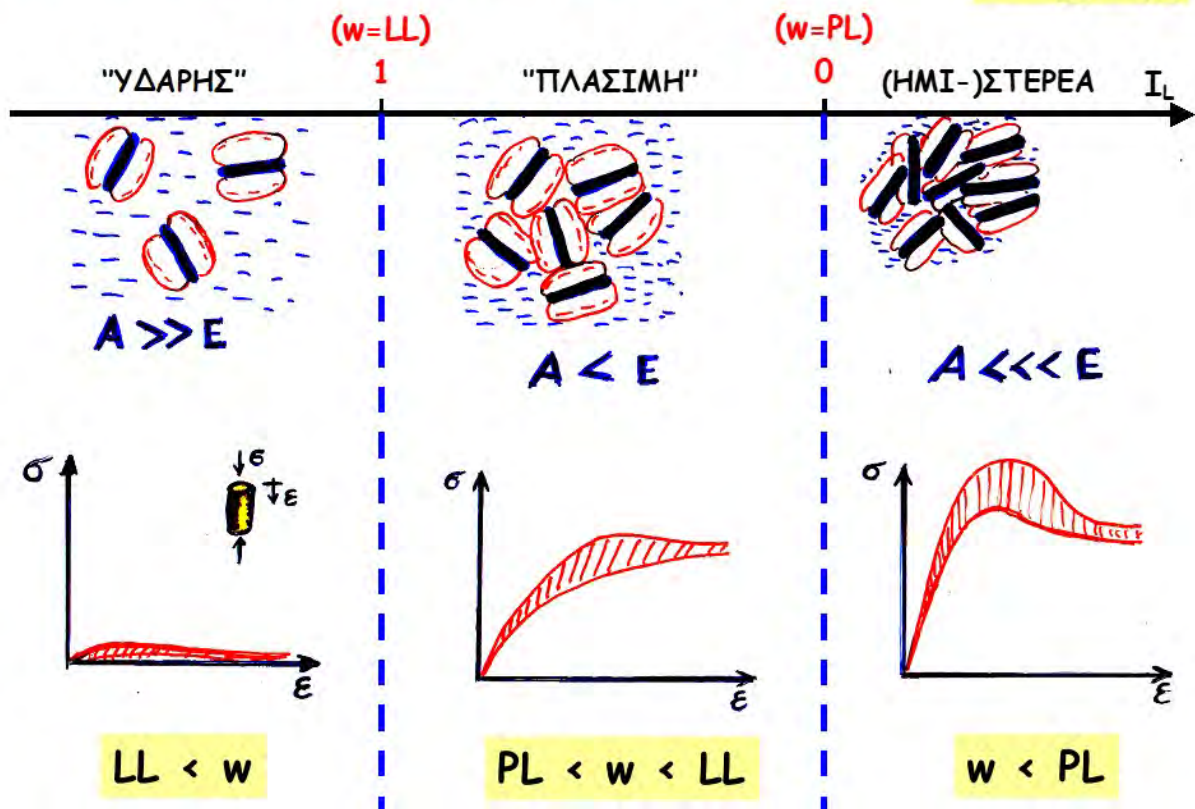
$$PI \text{ ή } I_p = LL - PL$$

- **σχετική υδαρότητα:**

$$I_L = \frac{w - PL}{LL - PL} \begin{cases} I_L > 1 & \text{υδαρής κατάσταση} \\ 0 < I_L < 1 & \text{πλάσιμη κατάσταση} \\ I_L < 0 & \text{ημιστερεά ή στερεά κατάσταση} \end{cases}$$

### Φυσικό νόημα ορίων ΑΤΤΕΡΒΕΡΓ . . .

$$I_L = \frac{w - PL}{LL - PL}$$





## Ερώτηση .....

- ✦ Για συνεκτικά - λεπτόκοκκα εδάφη (πλαστικές ιλεις, αργίλους, οργανικά)

**LL=25-100%, PL=15 - 50% & PI =10-50%**

- ✦ Για μη συνεκτικά - κοκκώδη εδάφη (μη πλαστικές ιλεις, άμμοι, χαλίκια,..)

**LL= ?? , PL=?? & PI =??**

- ✦ Ο Μοντμοριλονίτης ή ο Κασολινίτης έχει μεγαλύτερο LL ??

## Ασκήσεις

1. Να αποδειχθούν οι παρακάτω γενικές σχέσεις μεταξύ των φυσικών χαρακτηριστικών του εδάφους:

$$n=e/(1+e), \quad \rho_{\sigma} w = S_r e \rho_w, \quad \rho = \frac{1+w}{1+e} \rho_{\sigma} = (1+w) \rho_{\varepsilon}$$

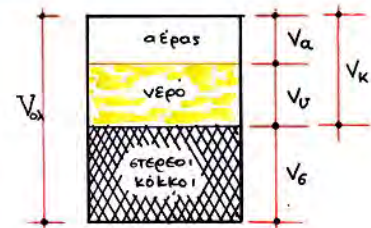
2. Πόσα κυβικά μέτρα επιχώματος με  $e_{\varepsilon\pi.}=0.60$  και  $w_{\varepsilon\pi.}=20\%$  μπορούν να κατασκευασθούν από  $190,000 \text{ m}^3$  υλικό δανειοθαλάμου με  $e_{\delta}=0.90$  και  $w_{\delta}=10\%$  και  $\rho_{\sigma\tau,\delta}=2.7 \text{ Mg/m}^3$ ;
3. Ποια είναι η φυσική υγρασία του επιχώματος εάν δεν προστεθεί (ή αφαιρεθεί νερο);
4. Πόσα κυβικά νερού θα πρέπει να προστεθούν στο υλικό του δανειοθαλάμου για να επιτευχθεί η επιθυμητή φυσική υγρασία ( $w_{\varepsilon\pi.}=20\%$ ) του επιχώματος;
5. Είναι δυνατόν να αυξήσω την φυσική υγρασία του επιχώματος σε  $30\%$ ;

1. Να αποδειχθούν οι παρακάτω γενικές σχέσεις μεταξύ των φυσικών χαρακτηριστικών του εδάφους:

$$n=e/(1+e), \quad \rho_{\sigma} w = S_r e \rho_w, \quad \rho = \frac{1+w}{1+e} \rho_{\sigma} = (1+w) \rho_{\varepsilon}$$

$$n = \frac{V_k}{V_{ολ}} = \frac{V_k}{V_k + V_{\sigma\tau}} = \frac{V_k/V_{\sigma\tau}}{1 + V_k/V_{\sigma\tau}} = \frac{e}{1+e}$$

$$\left( e = \frac{n}{1-n} \right)$$



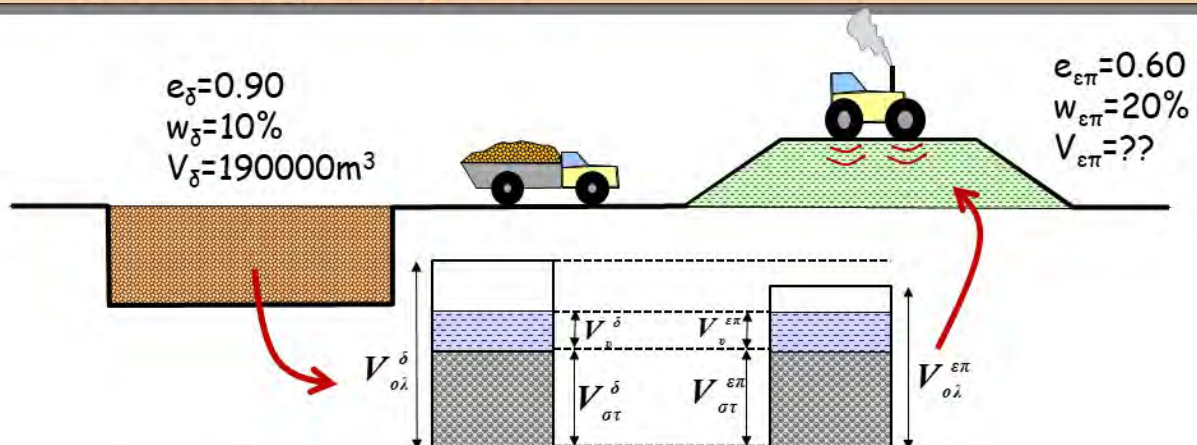
$$\left. \begin{aligned} \rho_{\sigma\tau} w &= \rho_{\sigma\tau} \frac{M_v}{M_{\sigma\tau}} = \rho_{\sigma\tau} \frac{V_v \rho_w}{V_{\sigma\tau} \rho_{\sigma\tau}} = \frac{V_v}{V_{\sigma\tau}} \rho_w \\ S_r e \rho_w &= \frac{V_v}{V_k} \frac{V_k}{V_{\sigma\tau}} \rho_w = \frac{V_v}{V_{\sigma\tau}} \rho_w \end{aligned} \right\} \rho_{\sigma\tau} w = S_r e \rho_w$$

$$\rho = \frac{M_{\sigma\tau} + M_v}{V_{\sigma\tau} + V_k} = \frac{(1 + M_v/M_{\sigma\tau}) M_{\sigma\tau}}{(1 + V_k/V_{\sigma\tau}) V_{\sigma\tau}} = \frac{1+w}{1+e} \rho_{\sigma\tau} \quad [\rho = (1+w) \rho_{\varepsilon}]$$

$$w = 0 \rightarrow \rho = \rho_{\varepsilon} = \frac{1}{1+e} \rho_{\sigma\tau}$$



2. Πόσα κυβικά μέτρα επιχώματος με  $e_{\varepsilon\pi.}=0.60$  και  $w_{\varepsilon\pi.}=20\%$  μπορούν να κατασκευασθούν από  $190,000 \text{ m}^3$  υλικό δανειοθαλάμου με  $e_{\delta}=0.90$  και  $w_{\delta}=10\%$  και  $\rho_{\sigma\tau,\delta}=2.7 \text{ Mgr/m}^3$ ;

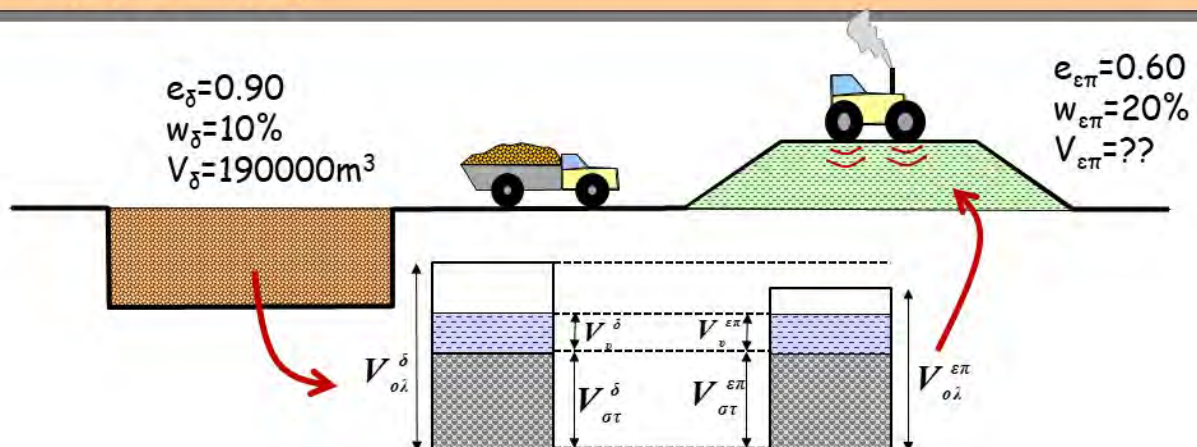


$$e = \frac{V_k}{V_{\sigma\tau}} = \frac{V_{ολ} - V_{\sigma\tau}}{V_{\sigma\tau}} = \frac{V_{ολ}}{V_{\sigma\tau}} - 1 \rightarrow \dots\dots V_{\sigma\tau} = \frac{V_{ολ}}{1 + e}$$

$$V_{\sigma\tau} = \frac{V_{ολ}^{\delta}}{1 + e^{\delta}} = \frac{V_{ολ}^{\varepsilon\pi}}{1 + e^{\varepsilon\pi}} \rightarrow V_{ολ}^{\varepsilon\pi} = V_{ολ}^{\delta} \frac{1 + e^{\varepsilon\pi}}{1 + e^{\delta}}$$

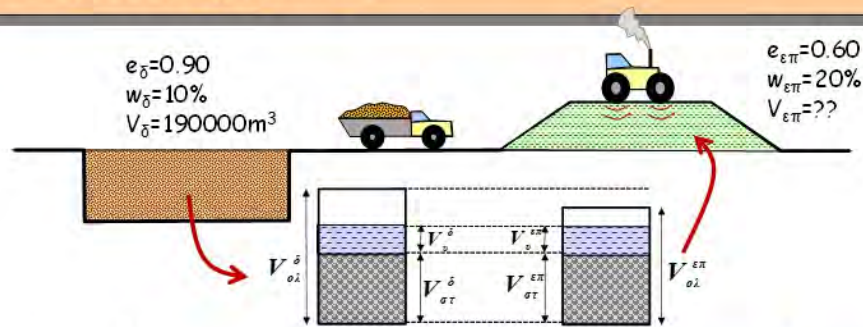
$$= 190000 \frac{1 + 0.60}{1 + 0.90} = 160000 \text{ m}^3$$

3. Ποια είναι η φυσική υγρασία του επιχώματος εάν δεν προστεθεί (ή αφαιρεθεί νερό);



$$w^{\delta} = \frac{M_v^{\delta}}{M_{\sigma\tau}^{\delta}} = \frac{M_v^{\varepsilon\pi}}{M_{\sigma\tau}^{\varepsilon\pi}} = w^{\varepsilon\pi} \quad (\delta\text{εν θα αλλάξει})$$

4. Πόσα κυβικά νερού θα πρέπει να προστεθούν στο υλικό του δανειοθαλάμου για να επιτευχθεί η επιθυμητή φυσική υγρασία ( $w_{επ}=20\%$ ) του επιχώματος;



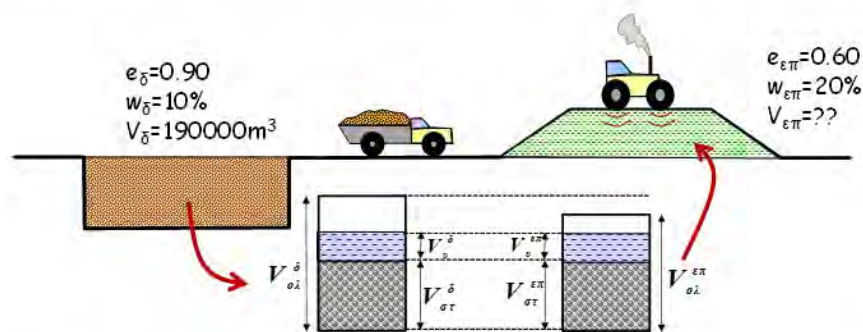
$$w = \frac{M_v}{M_{στ}} \rightarrow M_v = wM_{στ} = wV_{στ}\rho_{στ} = w \frac{V_{ολ}}{1+e} \rho_{στ}$$

$$\Delta M_v = \Delta w \frac{V_{ολ}}{1+e} \rho_{στ} = \Delta w \frac{V_{ολ}}{1+e^δ} \rho_{στ}$$

$$= (0.20 - 0.10) \frac{190000}{1 + 0.90} 2.7 = 27000 \text{ Mgr}$$

$$\Delta V_v = \frac{\Delta M_v}{\rho_v} = \frac{27000}{1.0} = 27000 \text{ m}^3$$

5. Είναι δυνατόν να αυξήσω την φυσική υγρασία του επιχώματος σε 30%;



Για οποιοδήποτε έδαφος, υπάρχει ένα μέγιστο ποσοστό φυσικής υγρασίας  $w_{\max}$  που αντιστοιχεί σε βαθμό κορεσμού  $S_r = V_u/V_k = 1.0$  (100%).

Επίσης, ισχύει ότι.....  $\rho_{στ} \cdot w = S_r \cdot e \cdot \rho_u$  ή  $w = (S_r \cdot e \cdot \rho_u) / \rho_{στ}$

Επομένως, για το επίχωμα ....  $w_{\max} = (1 \cdot 0.60 \cdot 1) / 2.7 = 0.222$  ή 22.2% (<30%)



### 3. ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΕΔΑΦΩΝ κατά AUSCS

**A.U.S.C.S. :**

**A**merican  
**U**nified  
**S**oil  
**C**lassification  
**S**ystem

#### (α) Απλοποιημένη κατάταξη



Καμπύλη κοκκομετρικής διάβαθμισης

+ Όρια Atterberg (LL & PL)



>50%  
ΛΕΠΤΟΚΟΚΚΑ  
ΕΔΑΦΗ



Χαμηλής  
πλασ(τ)ιμότητας  
(L, LL < 50%)

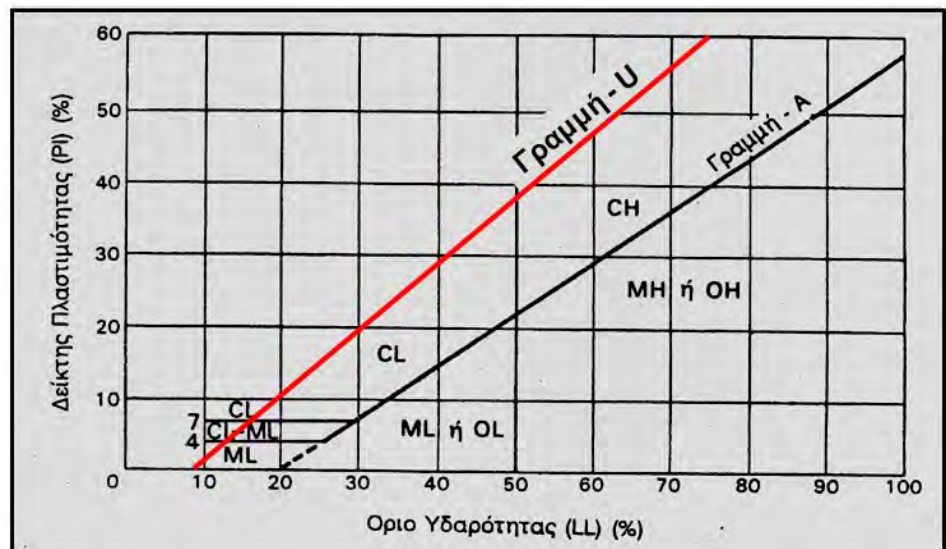
Υψηλής  
πλασ(τ)ιμότητας  
(H, LL > 50%)

και, τελικώς . . . . ΜΗ, ΜΛ, CH, CL, ΟΗ ή ΟΛ

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ κατάταξης λεπτόκοκκων εδαφών (αργίλων ή ιλύων) κατά CASSAGRANDE

ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΑ,

όταν >50%  
ΛΕΠΤΟΚΟΚΚΑ  
ΕΔΑΦΗ



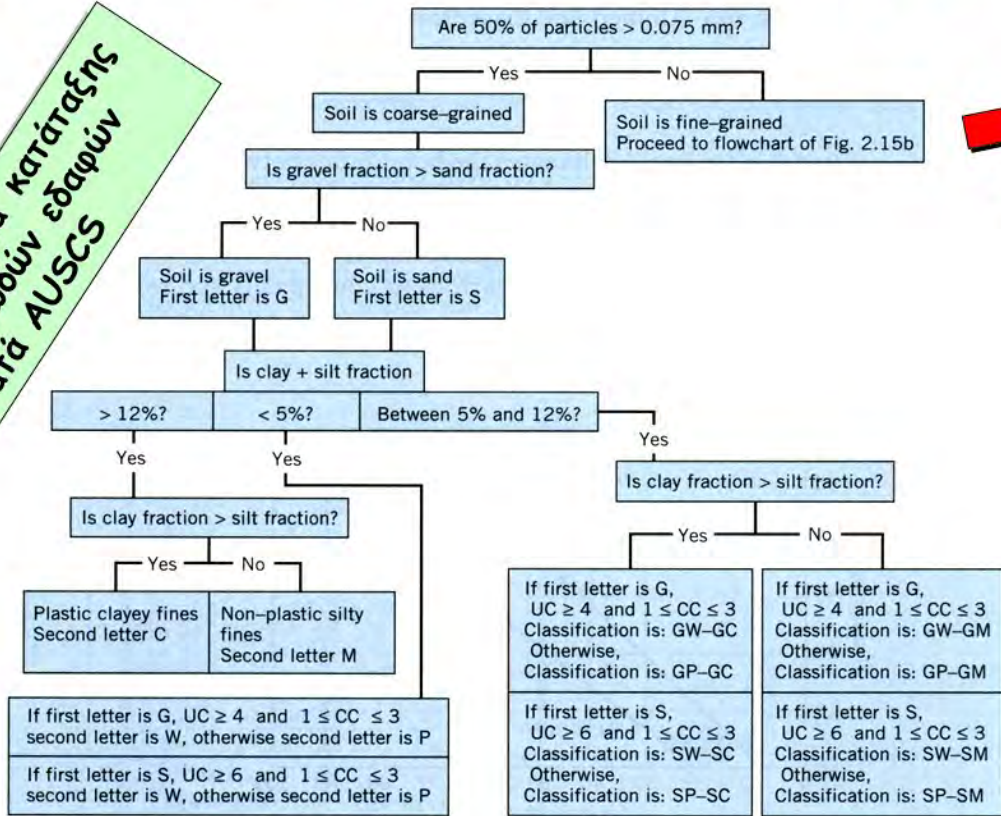
Γραμμή - A :  $PI = 0.73 (LL - 20)$

Γραμμή - U :  $PI \leq 0.90 (LL - 8)$  [άνω δυνατό όριο]

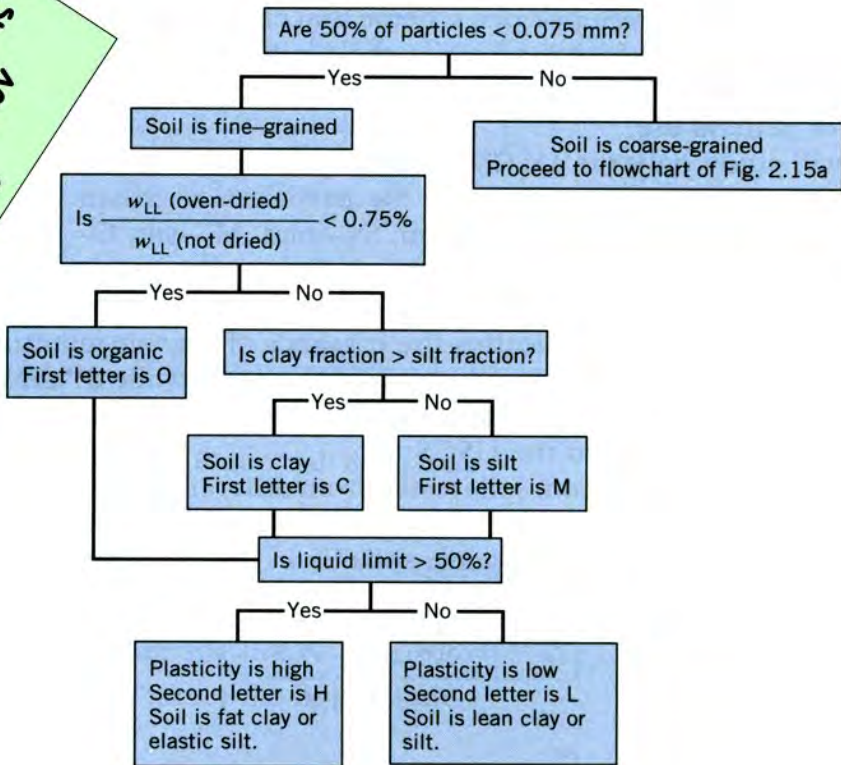


## (β) Λεπτομερής κατάταξη κατά A.U.S.C.S.

Διάγραμμα κατάταξης  
Κοκκωδών εδαφών  
κατά AUSCS



Διάγραμμα κατάταξης  
Αργιλικών εδαφών  
κατά AUSCS



## Παραδείγματα χαρακτηρισμού εδαφών

GW: καλά διαβαθμισμένα χαλίκια

GP:

GM:

SW:

SP: ομοιόμορφη άμμος

SM:

SC:

ML: ιλύς χαμηλής πλασιμότητας

CL:

OL:

MH:

CH: άργιλος υψηλής πλασιμότητας

OH:

Pt: οργανικά εδάφη

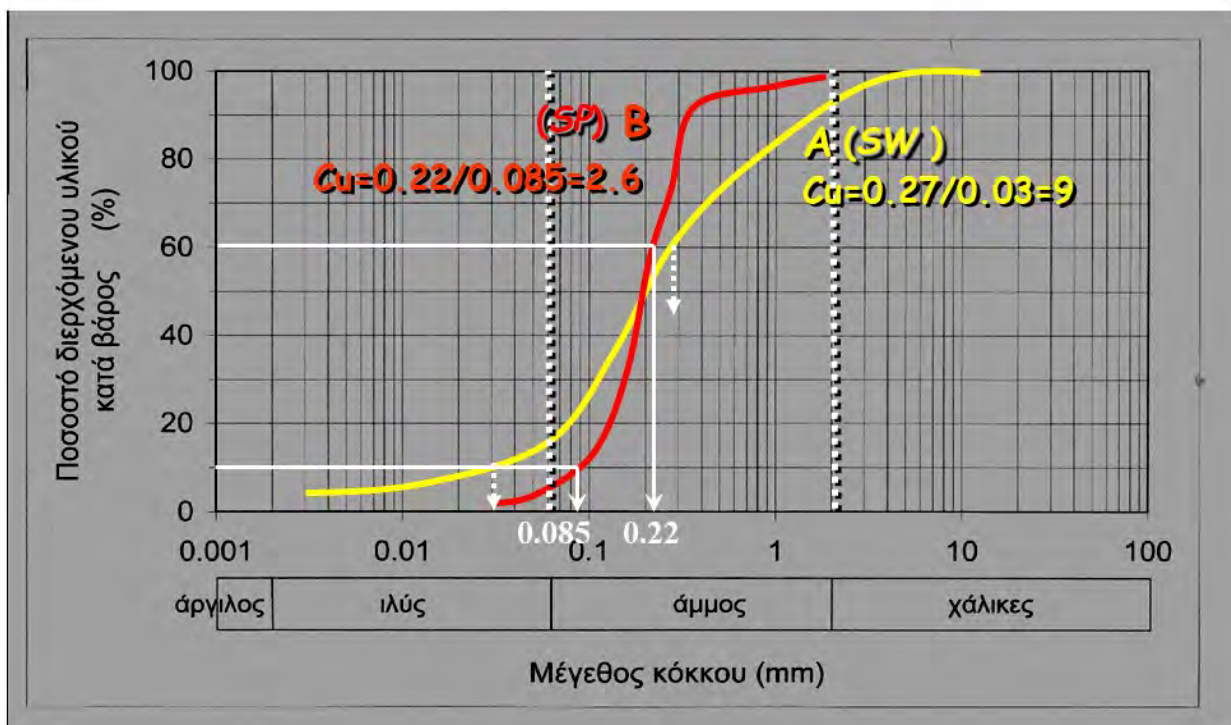
### Απο-κωδικοποίηση

**G**=χαλίκια (gravel), **S**=άμμος (sand), **M**=ιλύς, **O**=οργανική άμμος ή ιλύς, **C**=άργιλος (clay), **W**=well graded, **P**=poorly graded, **L**=low plasticity, **H**=high plasticity, **Pt**= οργανικό έδαφος (peat)



## Ασκήσεις

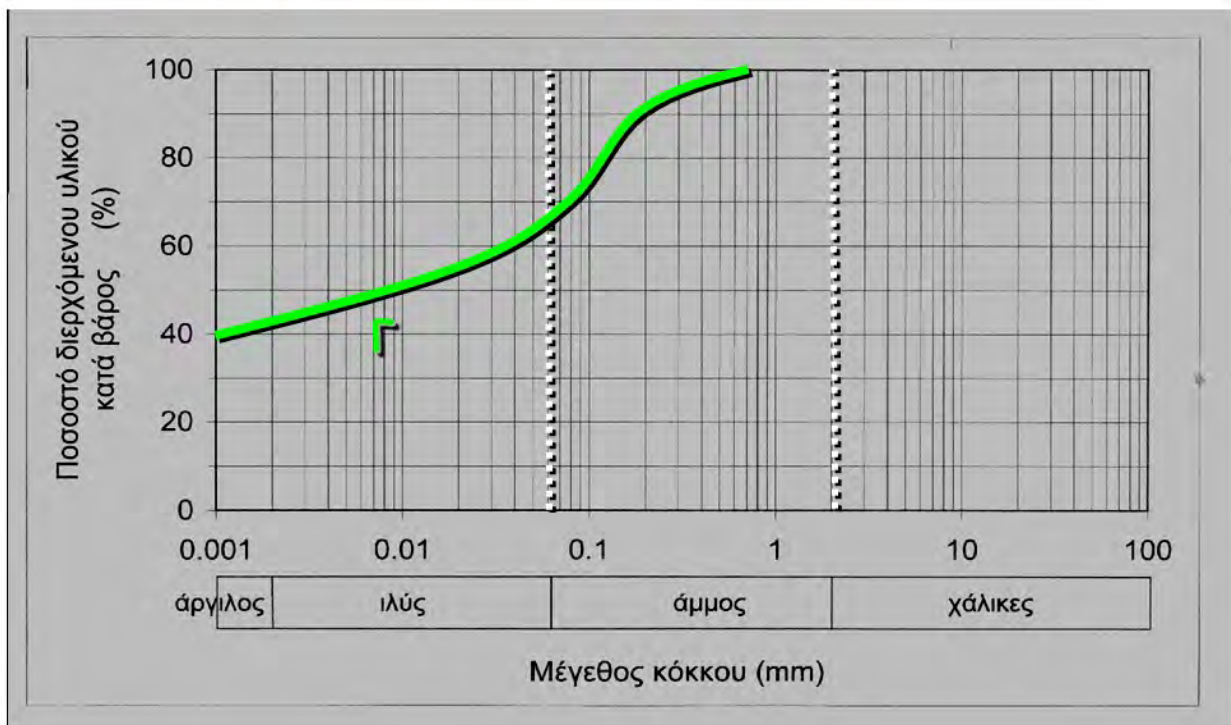
1. Να γίνει η κατάταξη των εδαφών με τις κοκκομετρικές καμπύλες A & B που δείξαμε προηγουμένως (ποιά είναι τα όρια Atterberg των δύο αυτών εδαφών;)
2. Να γίνει η κατατάξη εδαφικού δείγματος με ποσοστό ιλύος και αργίλου 70% (π.χ. κοκκομετρική καμπύλη Γ, χωρίς οργανικά), φυσική υγρασία  $w=50\%$ , όριο υδαρότητας  $LL=55\%$  και όριο πλασιμότητας  $PL=15\%$ . Ποια αναμένετε να είναι η μηχανική συμπεριφορά αυτού του δοκιμίου;



## Ασκήσεις

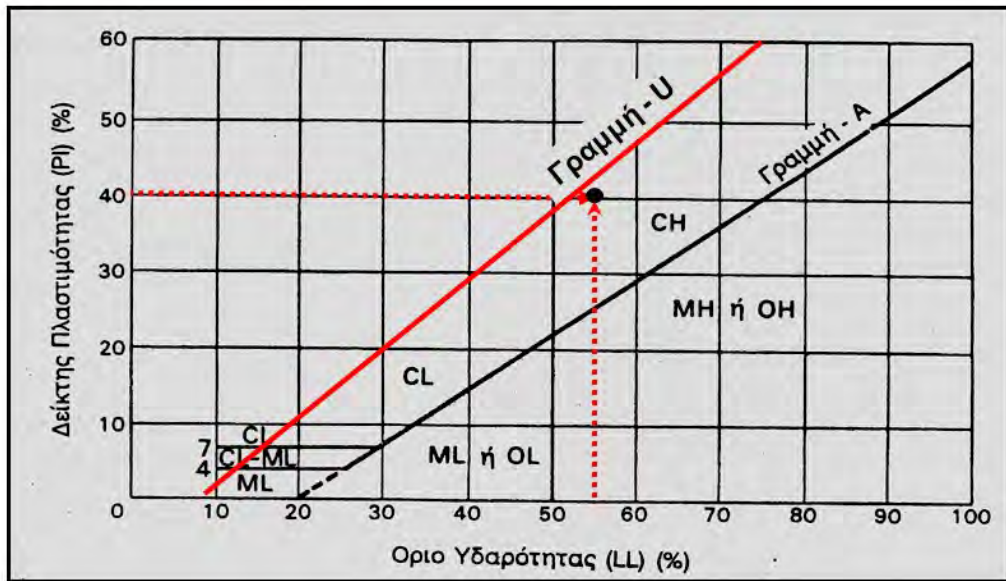
1. Να γίνει η κατάταξη των εδαφών με τις κοκκομετρικές καμπύλες Α & Β που δείξαμε προηγουμένως (ποιά είναι τα όρια Atterberg των δύο αυτών εδαφών;)
2. Να γίνει η κατατάξη εδαφικού δείγματος με ποσοστό ιλύος και αργίλου 70% (π.χ. κοκκομετρική καμπύλη Γ, χωρίς οργανικά), φυσική υγρασία  $w=50\%$ , όριο υδαρότητας  $LL=55\%$  και όριο πλασιμότητας  $PL=15\%$ . Ποια αναμένετε να είναι η μηχανική συμπεριφορά αυτού του δοκιμίου;

## Καμπύλες κοκκομετρικής διαβάθμισης

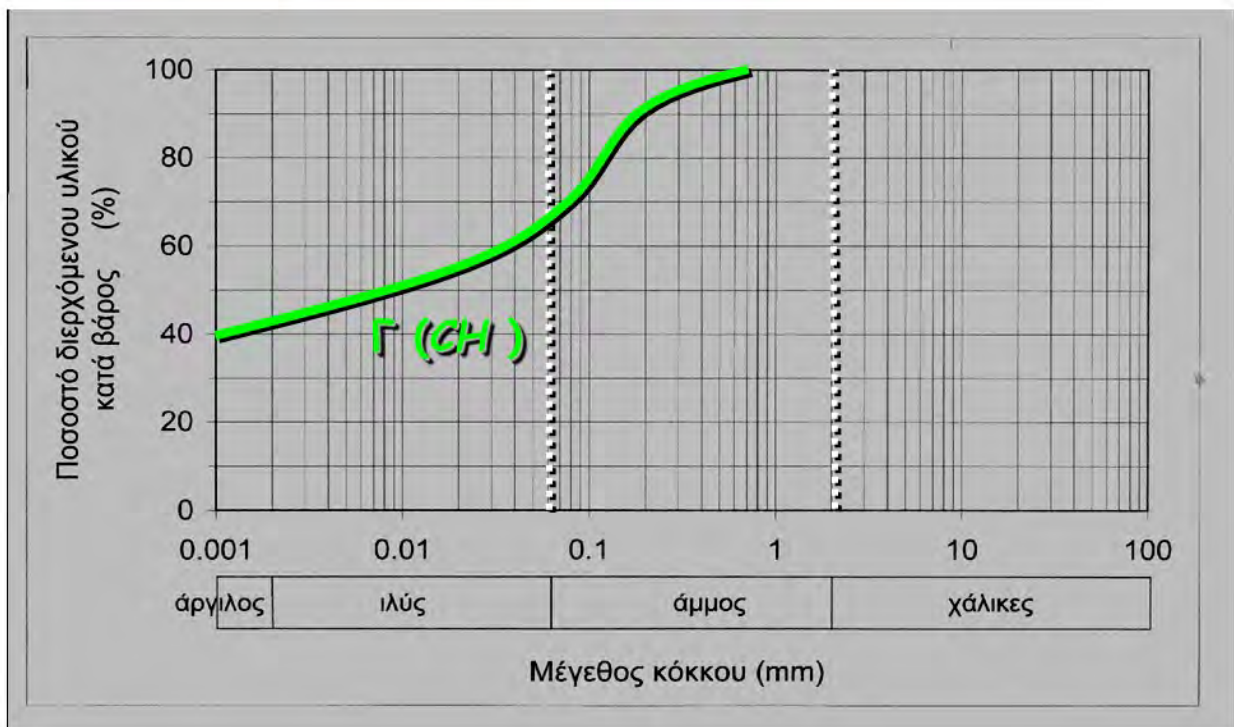




## Διάγραμμα κατάταξης λεπτόκοκκων εδαφών (αργίλων ή ιλύων) κατά Cassagrande



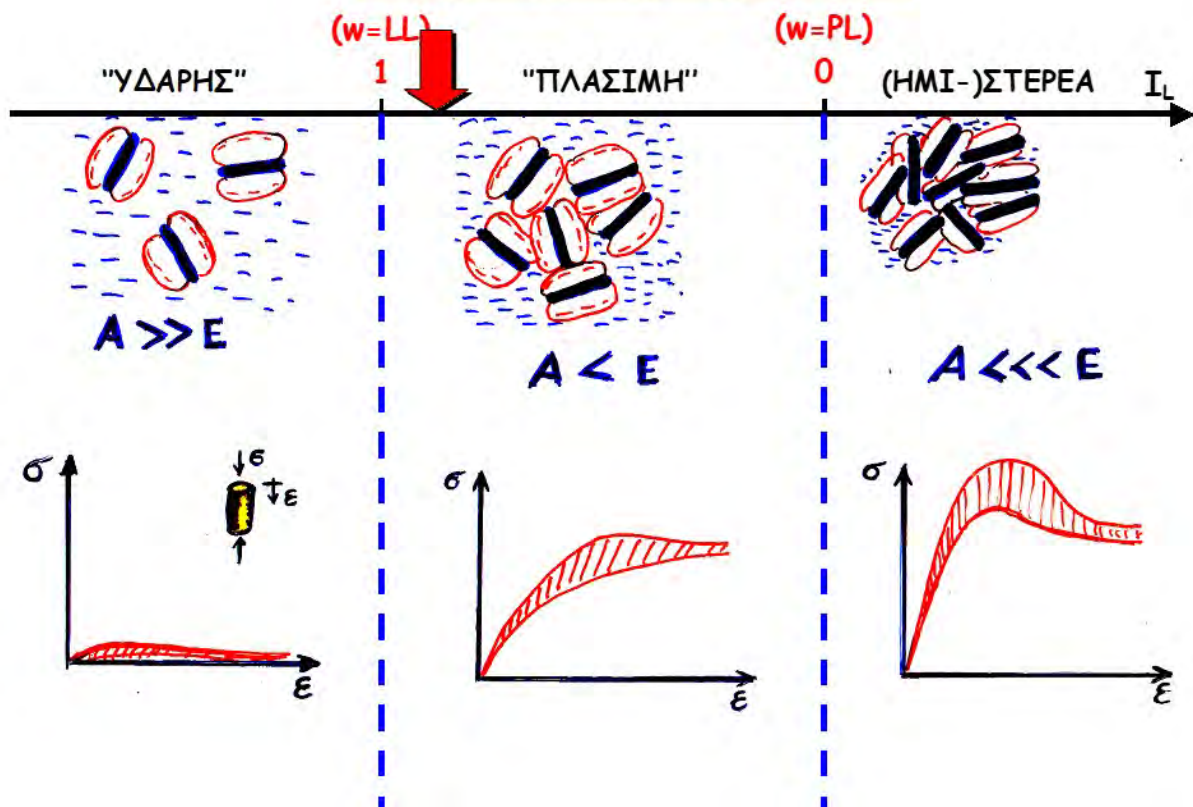
## Καμπύλες κοκκομετρικής διαβάθμισης



## Ασκήσεις

1. Να γίνει η κατάταξη των εδαφών με τις κοκκομετρικές καμπύλες Α & Β που δείξαμε προηγουμένως (ποιά είναι τα όρια Atterberg των δύο αυτών εδαφών;)
2. Να γίνει η κατατάξη εδαφικού δείγματος με ποσοστό ιλύος και αργίλου 70% (π.χ. κοκκομετρική καμπύλη Γ, χωρίς οργανικά), φυσική υγρασία  $w=50\%$ , όριο υδαρότητας  $LL=55\%$  και όριο πλασιμότητας  $PL=15\%$ . Ποια αναμένετε να είναι η μηχανική συμπεριφορά αυτού του δοκιμίου;

$$I_L = \frac{w - PL}{LL - PL} = \frac{50 - 15}{55 - 15} = 0.875$$





## Σύνοψη 2<sup>ης</sup> Ενότητας

- ✦ καμπύλη κοκκομετρικής διαβάθμισης
- ✦  $d_{10}$ ,  $d_{50}$ ,  $C_u$
- ✦  $e$ ,  $n$ ,  $D_r$
- ✦  $w$ ,  $S_r$
- ✦  $\gamma$ ,  $\gamma_{\Xi}$ ,  $\gamma_{ΥΓΡ.}$ ,  $\gamma_{ΚΟΡ.}$
- ✦ όρια Atterberg (LL, PL, IP)
- ✦ όρια Atterberg & μηχανική συμπεριφορά
- ✦ A.U.S.C.S.
- ✦ Διάγραμμα Cassagrande

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΙΙΙ: ΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ

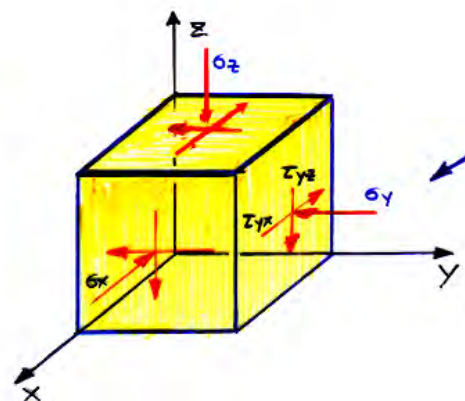
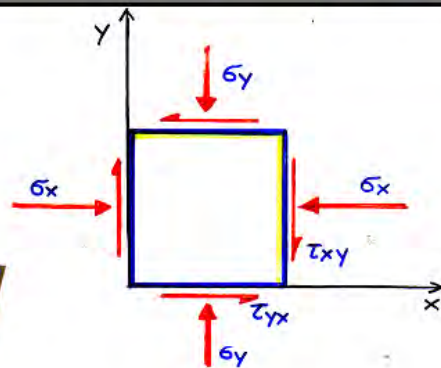
1. Τάσεις σε συνεχή μέσα (ε π α ν ά λ η ψ η)
2. Τάσεις σε α-συνεχή μέσα
3. **Ενεργός** και **Ολική** τάση
4. Γεωστατικές τάσεις (λόγω ιδίου βάρους)
5. Τάσεις λόγω εξωτερικών φορτίων
  - + Θεωρία Ελαστικότητας
  - + Κατανομή τάσεων - επίπεδη ένταση
  - + Κατανομή τάσεων - αξονοσυμμετρική τάση
  - + Γενικές οδηγίες εφαρμογής στην πράξη

## 1. Τάσεις σε ΣΥΝΕΧΗ μέσα (ε π α ν ά λ η ψ η)

Θετικές φορές των τάσεων που ασκούνται σε **εδαφικό ΣΗΜΕΙΟ**

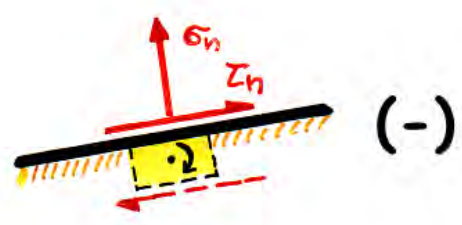
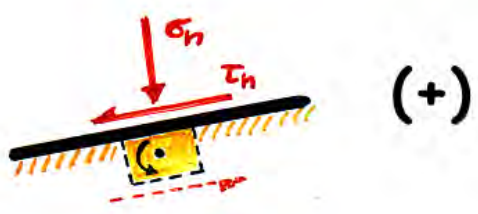


Ο ορισμός είναι συνάρτηση του συστήματος συντεταγμένων





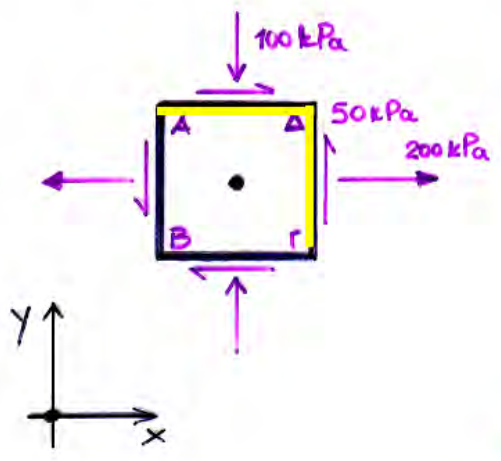
**Θετικές φορές των τάσεων που ασκούνται σε ΕΠΙΠΕΔΟ**



**!** Ο ορισμός ΔΕΝ είναι συνάρτηση του συστήματος συντεταγμένων

**Τάσεις που ασκούνται στο ΣΗΜΕΙΟ.....**

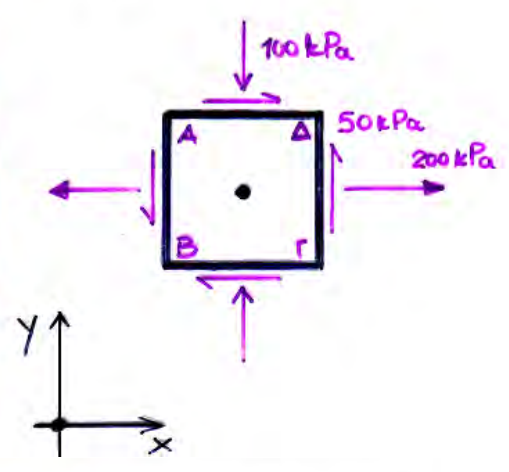
$\sigma_x = -200 \text{ kPa}$   
 $\sigma_y = +100 \text{ kPa}$   
 $\tau_{xy} = -50 \text{ kPa}$



**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ**

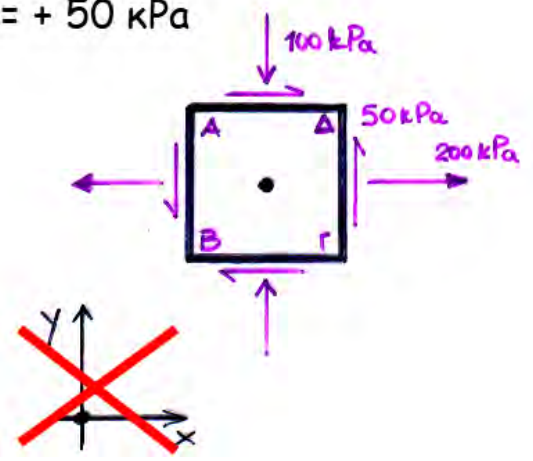
Να υπολογισθούν οι αλγεβρικές τιμές των τάσεων,

- (α) στο σημείο ΑΒΓΔ
- (β) στα επίπεδα ΑΒ, ΒΓ & ΓΔ



**Τάσεις που ασκούνται στα ΕΠΙΠΕΔΑ .....**

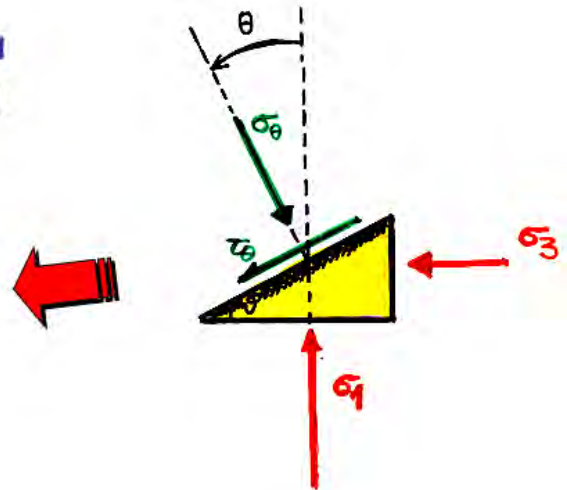
$\sigma_{AB} = -200 \text{ kPa}$   
 $\tau_{AB} = +50 \text{ kPa}$   
 $\sigma_{BC} = +100 \text{ kPa}$   
 $\tau_{BC} = -50 \text{ kPa}$   
 $\sigma_{CD} = -200 \text{ kPa}$   
 $\tau_{CD} = +50 \text{ kPa}$



## Υπολογισμός τάσεων που ασκούνται σε τυχαίο επίπεδο - κύκλος MOHR

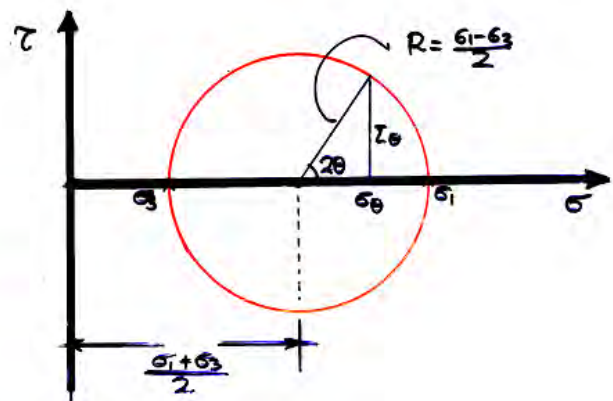
$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \cos 2\theta$$

$$\tau_{\theta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot \sin 2\theta$$



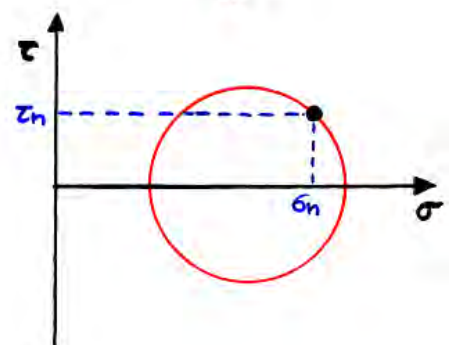
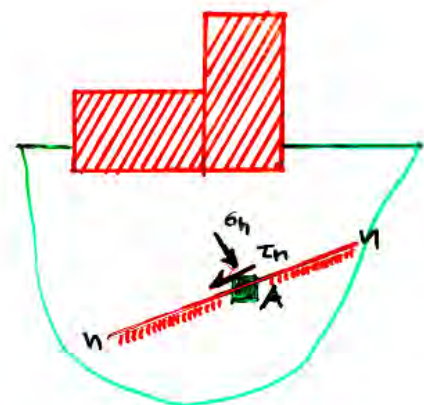
$$\left[ \sigma_{\theta} - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right]^2 + \tau_{\theta}^2 = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2$$

εξίσωση κύκλου MOHR



## κύκλος MOHR των τάσεων:

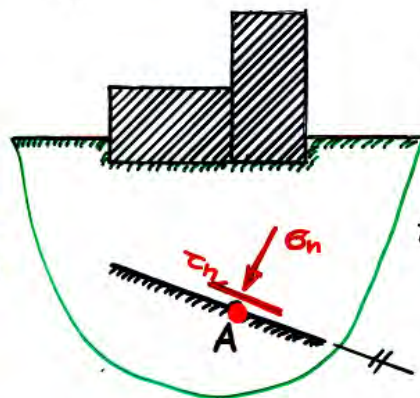
- ✚ Είναι ο Γεωμετρικός Τόπος των τασικών συνδυασμών  $(\sigma_n, \tau_n)$  που αντιστοιχούν σε όλα τα επίπεδα που διέρχονται από ένα δεδομένο σημείο A
- ✚ Επομένως, κάθε σημείο της περιφέρειας του κύκλου MOHR αντιστοιχεί στις τάσεις  $\sigma_n, \tau_n$  που ασκούνται σε κάποιο επίπεδο  $(n-n)$  δια του σημείου A
- ✚ Άρα, τελικώς, εάν γνωρίζω τον κύκλο MOHR ενός σημείου A, γνωρίζω πλήρως και την εντατική του κατάσταση...



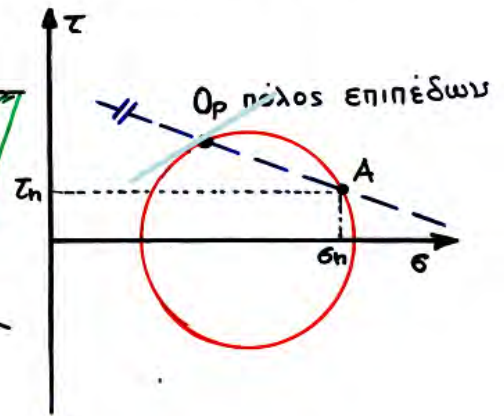


# Βασικά Χαρακτηριστικά Κύκλου MOHR:

**ΠΟΛΟΣ** επιπέδων  
Εάν ενώσω τον πόλο  $O_p$  ενός κύκλου MOHR με ένα σημείο στην περιφέρεια του  $A$  ( $\sigma_h, \tau_h$ ), τότε η ευθεία  $O_p A$  είναι παράλληλη προς το επίπεδο επί του οποίου ασκούνται οι τάσεις ( $\sigma_h, \tau_h$ ).



κύκλος Mohr  
σημείου A



## ΠΡΟΣΟΧΗ!!!

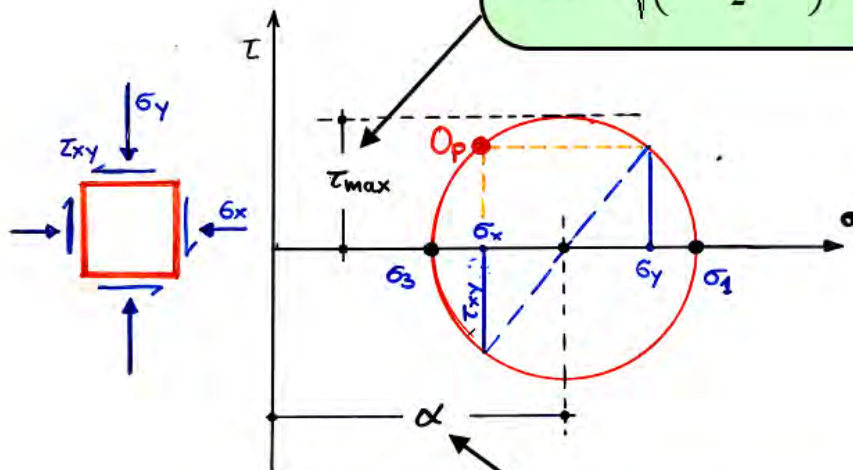
Ένας κύκλος Mohr θεωρείται ότι έχει ορισθεί πλήρως **ΜΟΝΟΝ ΟΤΑΝ**, εκτός από το κέντρο και την ακτίνα, **ΕΧΕΙ ΟΡΙΣΘΕΙ ΚΑΙ Ο ΠΟΛΟΣ ΤΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ**

# Βασικά Χαρακτηριστικά Κύκλου MOHR:

η ακτίνα:

$$\tau_{\max} (= R) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

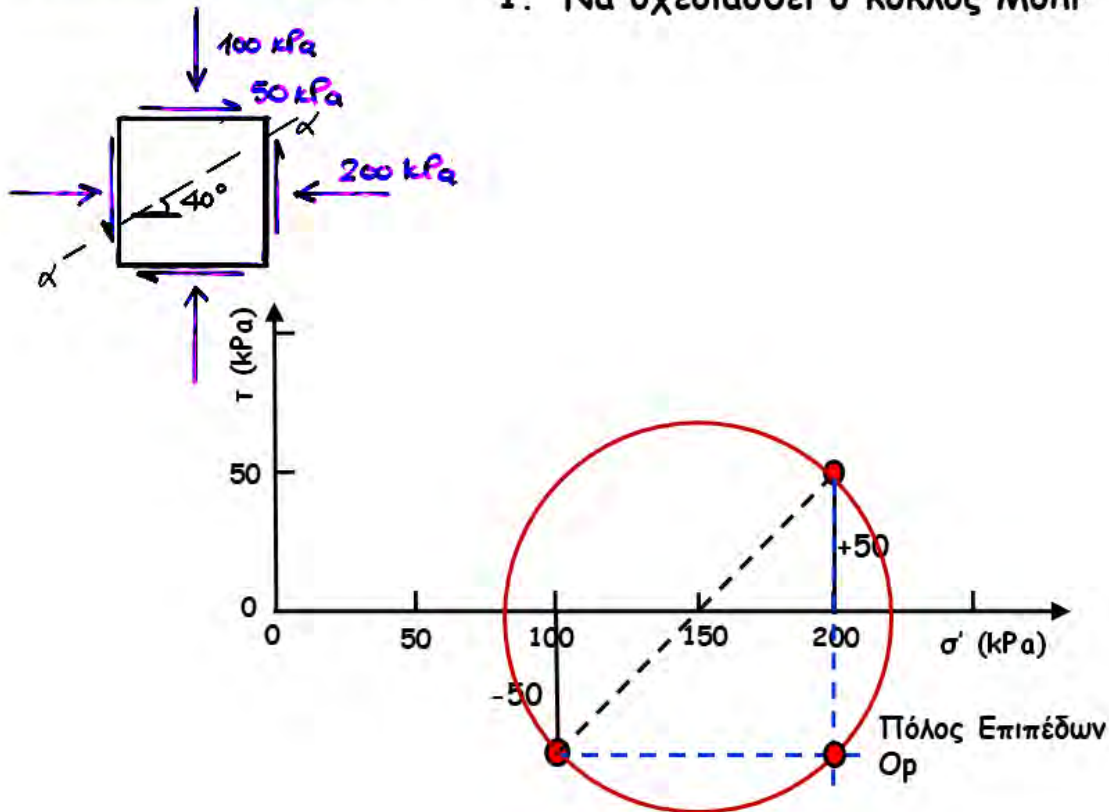
$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$



το κέντρο:  $\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$

# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

1. Να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr



2. Να υπολογισθούν οι κύριες τάσεις και τα επίπεδα εφαρμογής τους

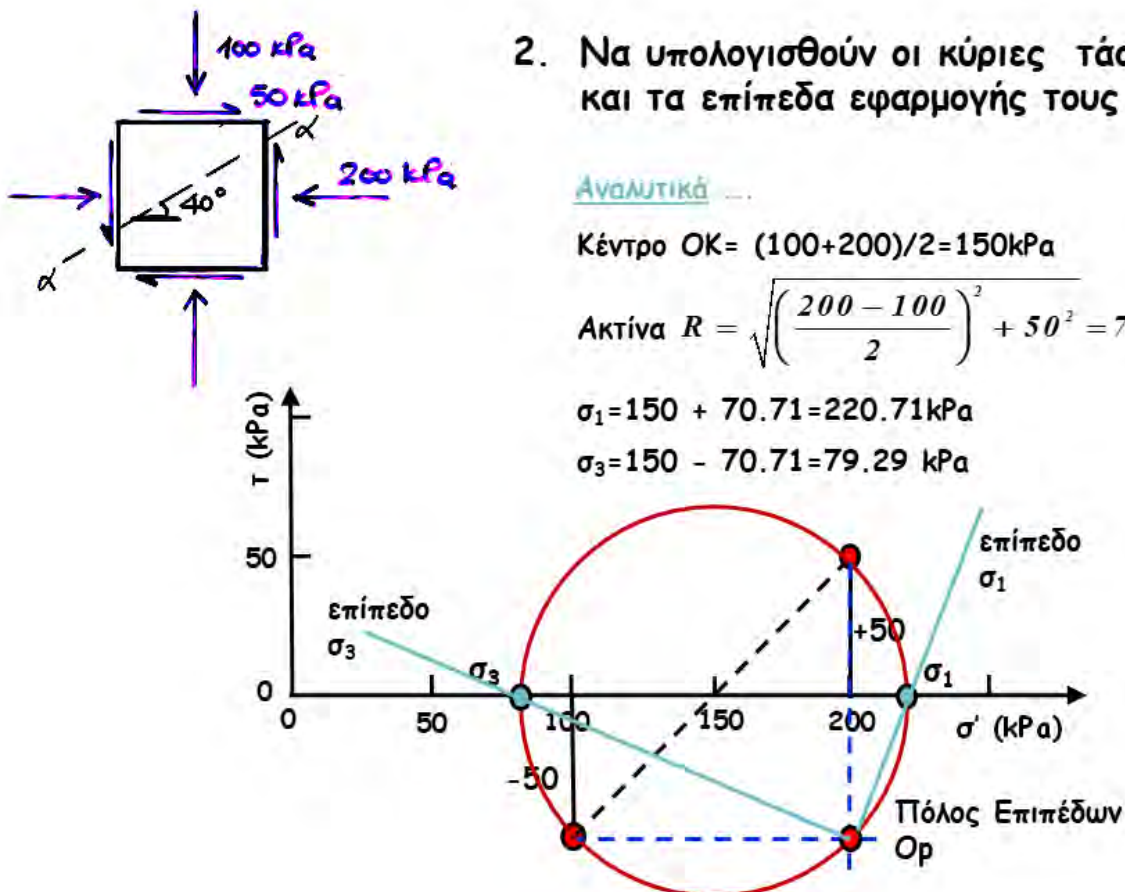
Αναλυτικά ...

$$\text{Κέντρο OK} = (100 + 200) / 2 = 150 \text{ kPa}$$

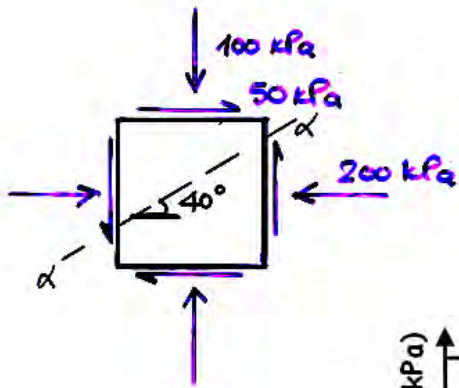
$$\text{Ακτίνα } R = \sqrt{\left(\frac{200 - 100}{2}\right)^2 + 50^2} = 70.71 \text{ kPa}$$

$$\sigma_1 = 150 + 70.71 = 220.71 \text{ kPa}$$

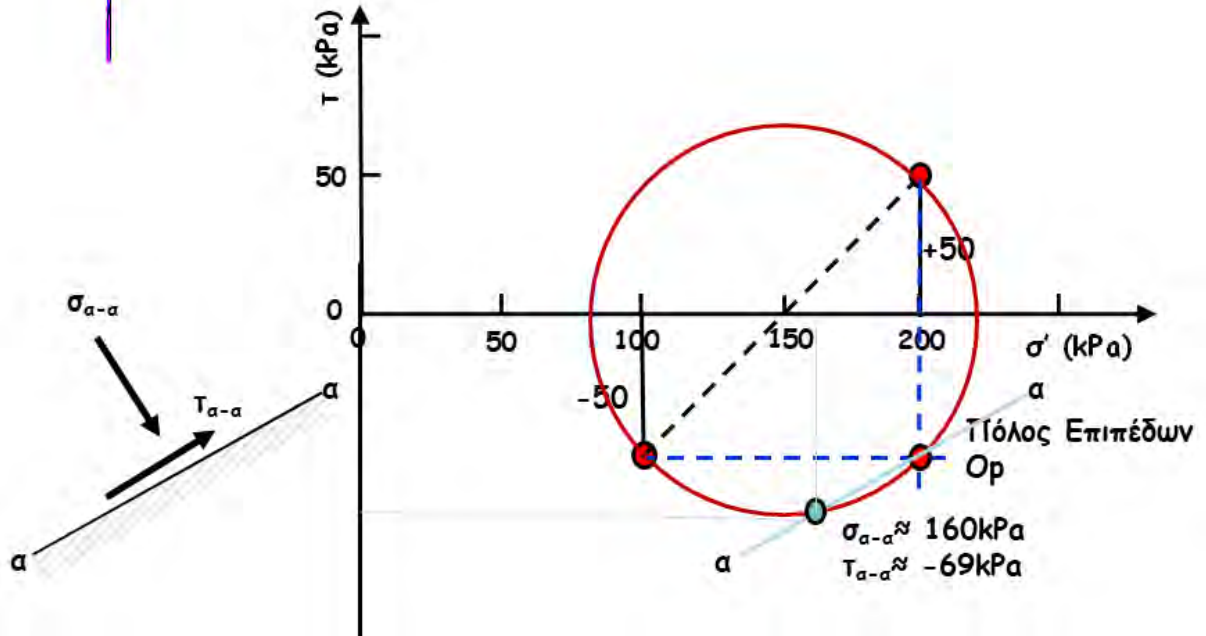
$$\sigma_3 = 150 - 70.71 = 79.29 \text{ kPa}$$





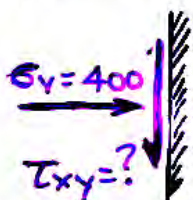
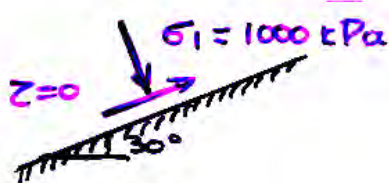
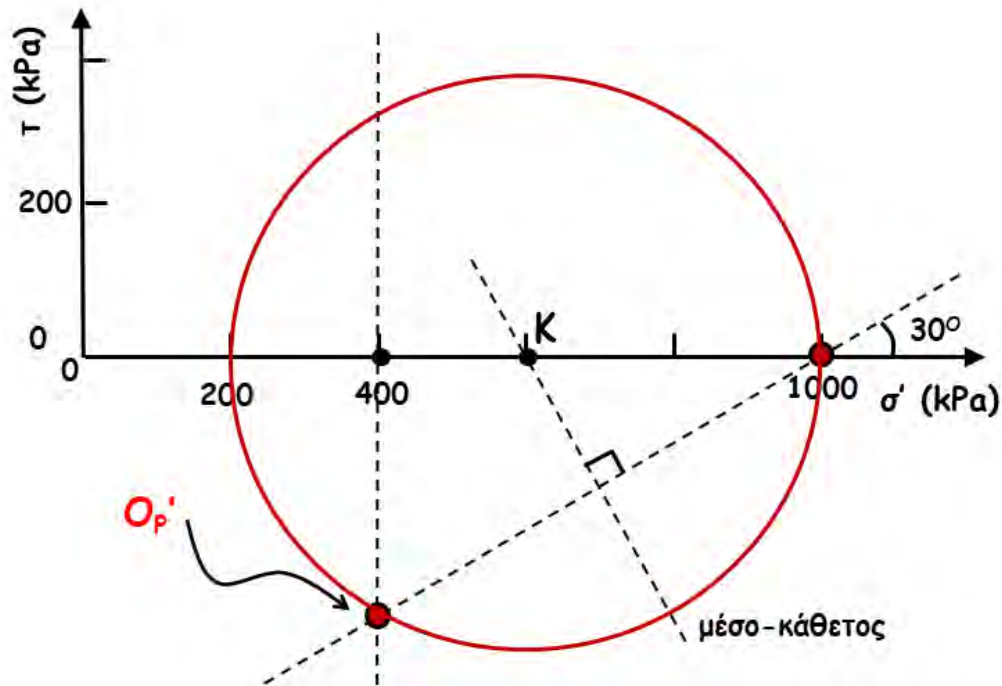
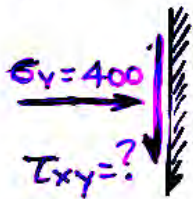
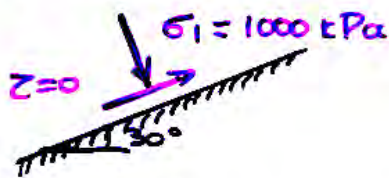


3. Να υπολογισθούν οι τάσεις στο επίπεδο α-α

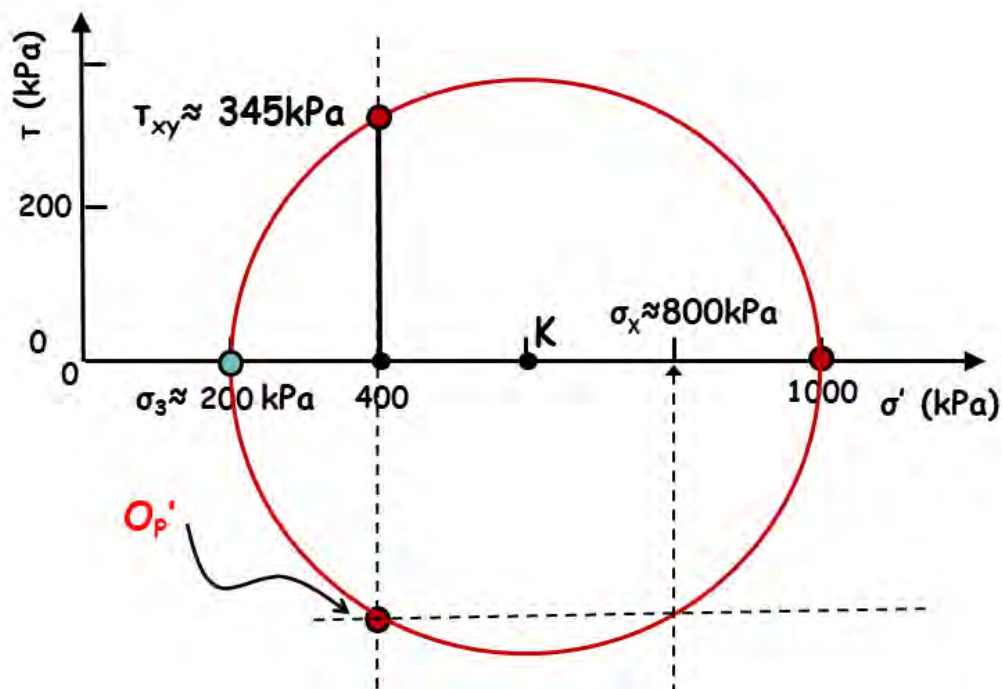


## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

1. Να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr

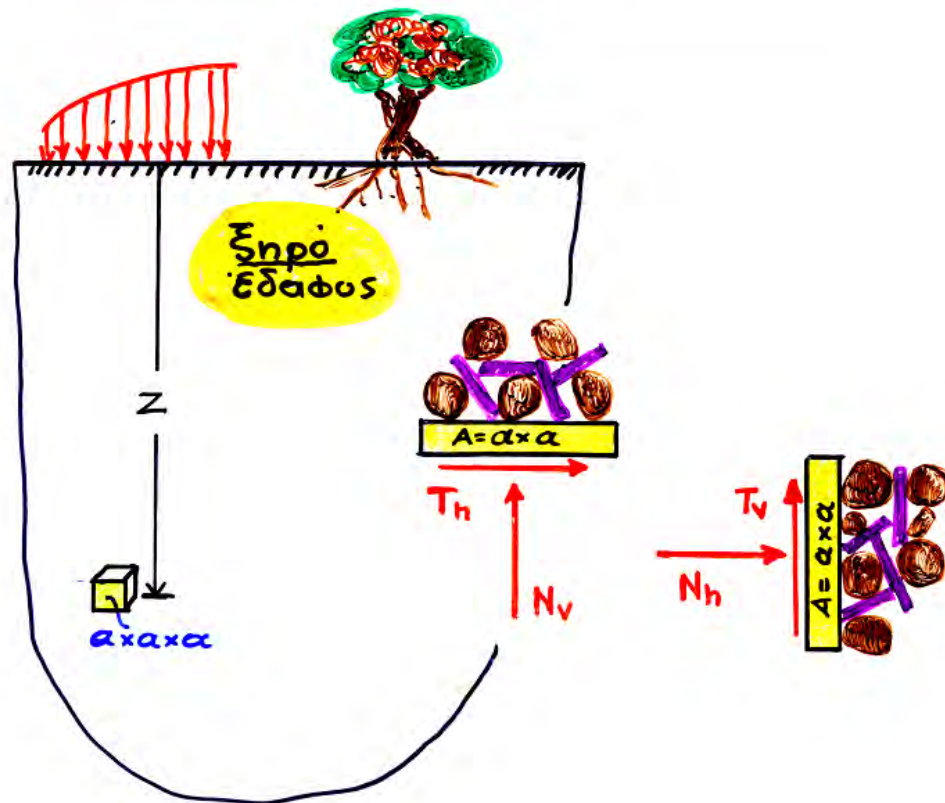


2.  $\sigma_3 = ?$   $\tau_{xy} = ?$   $\sigma_x = ?$



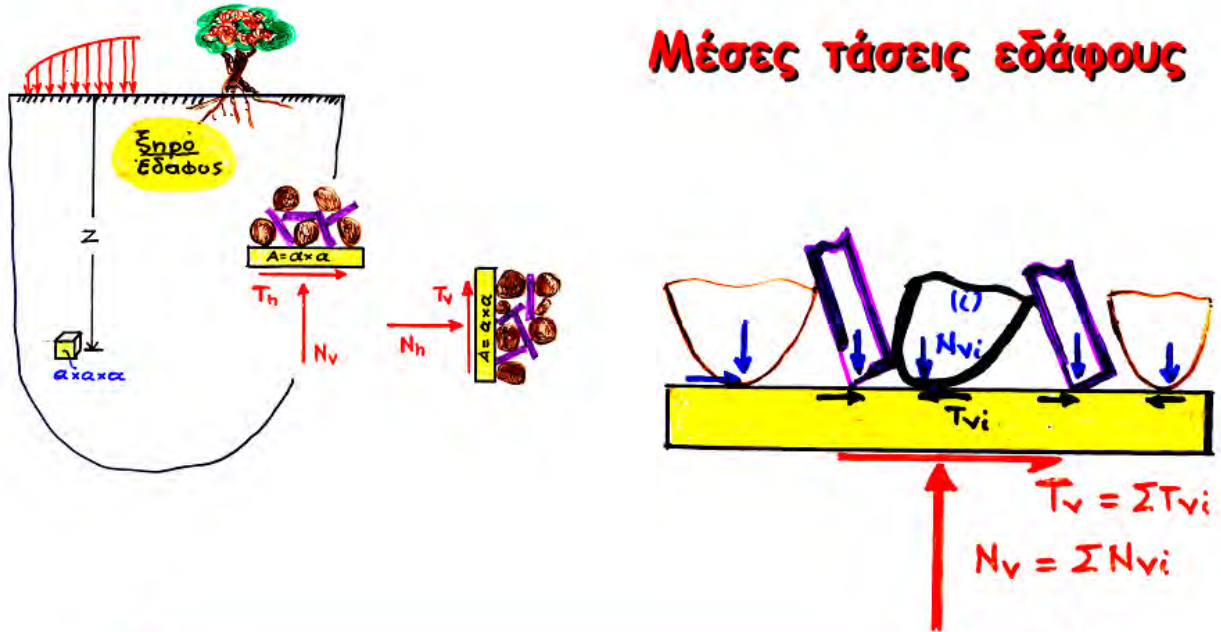


## 2. Τάσεις σε Α-ΣΥΝΕΧΗ μέσα



Video "granular trip" (για την τάξη)

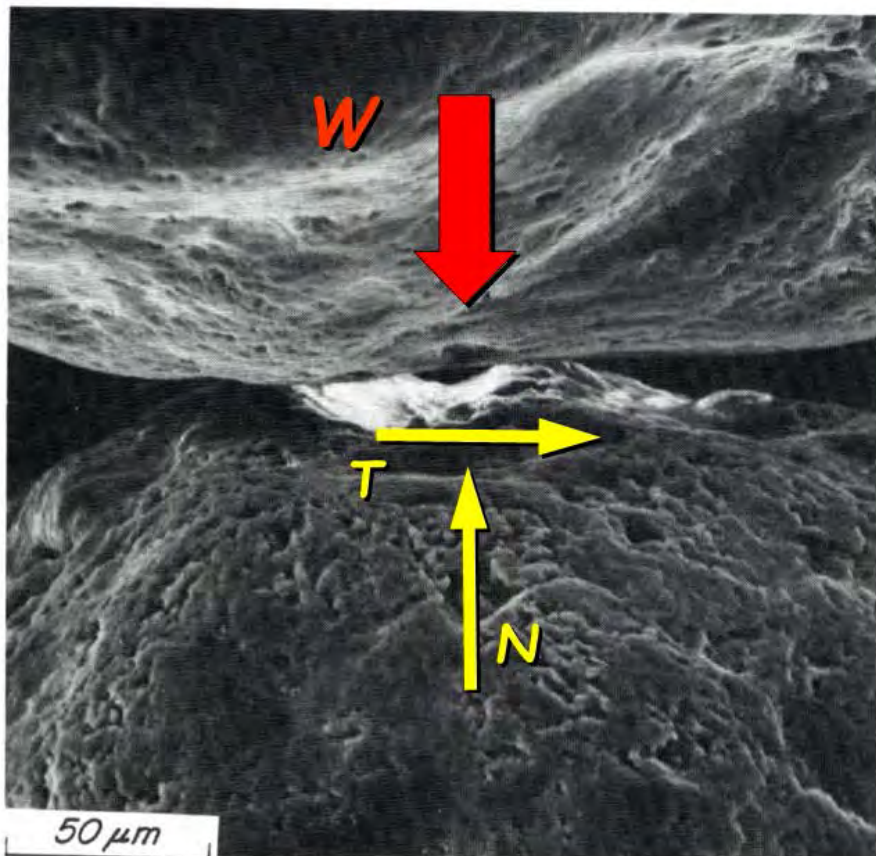
## Μέσες τάσεις εδάφους



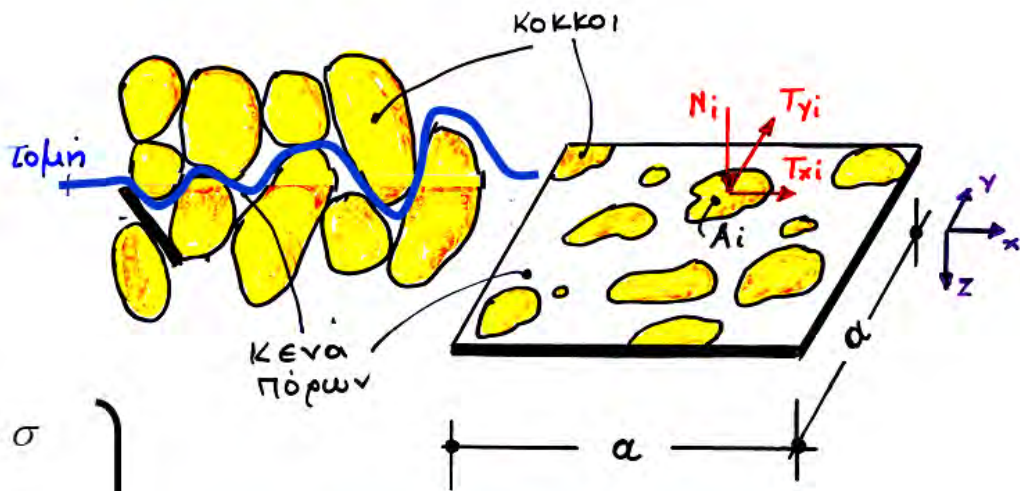
$$\sigma_v = \frac{N_v}{a^2} = \frac{\sum N_{vi}}{a^2} \quad , \quad \tau_v = \frac{T_v}{a^2} = \frac{\sum T_{vi}}{a^2}$$

$$\sigma_h = \frac{N_h}{a^2} = \frac{\sum N_{hi}}{a^2} \quad , \quad \tau_h = \frac{T_h}{a^2} = \frac{\sum T_{hi}}{a^2}$$

## Τάσεις επαφής μεταξύ των κόκκων . . . . .







$$\sigma_i \approx \frac{N_i}{A_i} \gg \sigma$$

$$\tau_{xi} \approx \frac{T_x}{A_i} \gg \tau_x$$

$$\tau_{yi} \approx \frac{T_y}{A_i} \gg \tau_y$$

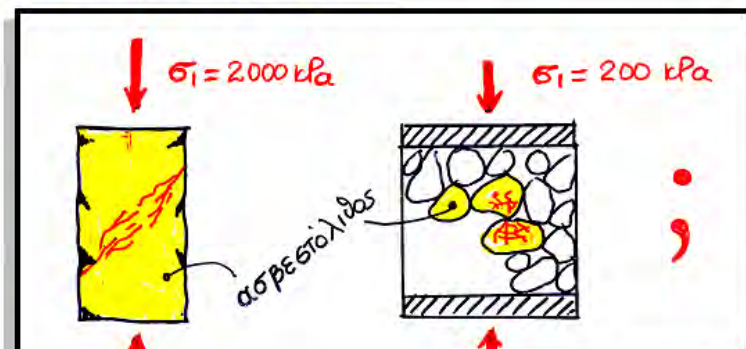
**τάσεις (επαφής) των κόκκων**

**(μέσες)**

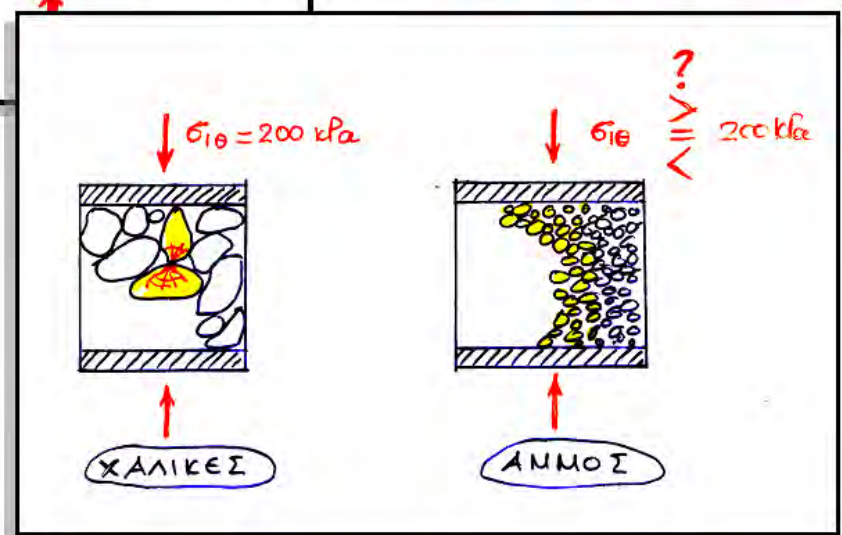
**τάσεις εδάφους:**

$$\sigma = \frac{\sum N_i}{\alpha^2}, \quad \tau_x = \frac{\sum T_{xi}}{\alpha^2}, \quad \tau_y = \frac{\sum T_{yi}}{\alpha^2}$$

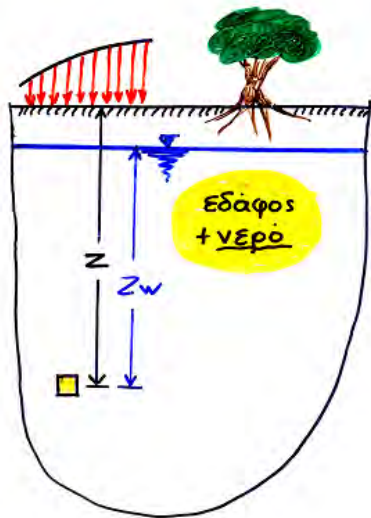
1η ερώτηση.....



2η ερώτηση.....



# 3. ΕΝΕΡΓΟΣ και ΟΛΙΚΗ τάση



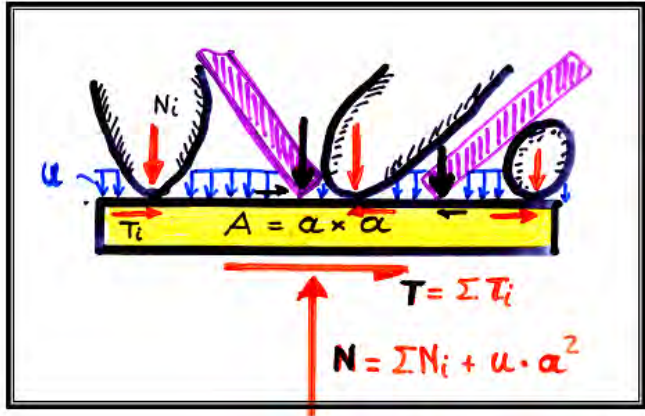
ορθές τάσεις

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma &= \frac{N}{\alpha^2} = \frac{\sum N_i}{\alpha^2} + u \\ \sigma &= \sigma' + u \end{aligned} \right.$$

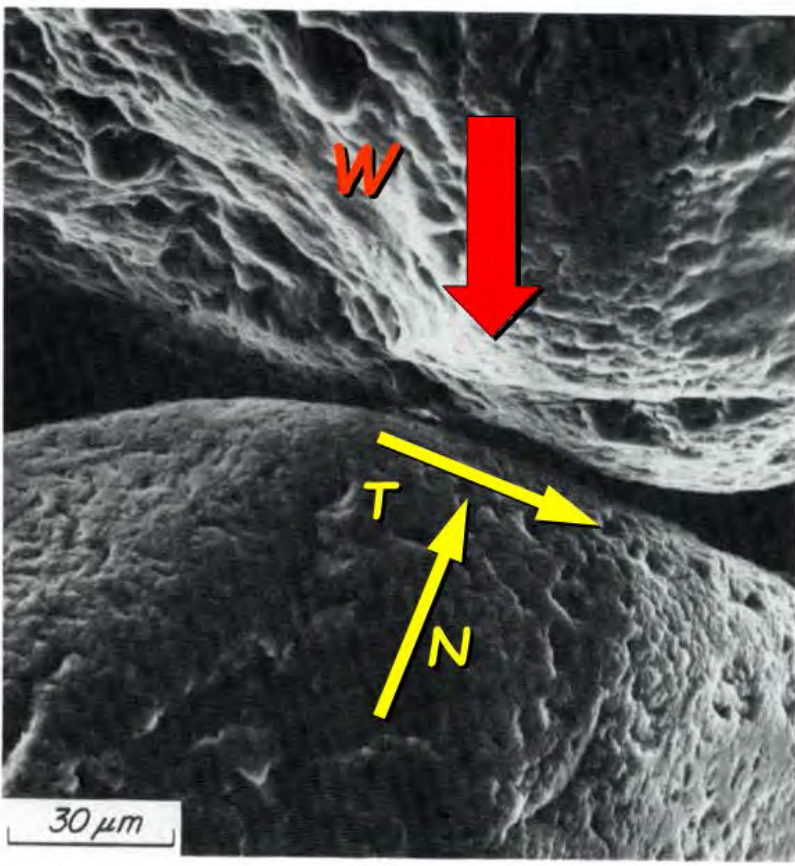
(συν-) ολική τάση      ενεργός τάση      πίεση πόρων

διατμητικές τάσεις

$$\left\{ \tau = \frac{\sum T_i}{\alpha^2} (= \tau') \right.$$



## Μηχανική Συμπεριφορά ΚΟΚΚΩΔΩΝ ΕΔΑΦΩΝ





# ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΟΥ ΤΑΣΗΣ!!!!

1.

$$\sigma = \sigma' + u$$

$$\tau = \tau'$$

2.

Η διατμητική αντοχή του εδάφους

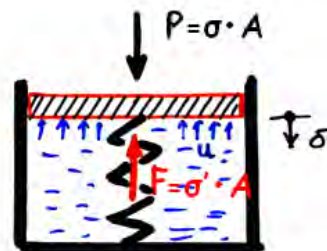
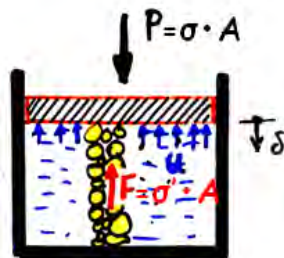
εξαρτάται μόνον από τις ενεργές τάσεις  $\sigma'$

$$(\tau_{αστοχίας} = c + \sigma' \tan \varphi)$$

3.

Παραμορφώσεις έχουμε μόνον όταν μεταβληθούν οι ενεργές τάσεις

$$\sigma' \rightarrow \sigma' + \Delta \sigma'$$



Δεν είναι δυνατόν να έχω μετατόπιση της πλάκας χωρίς να μεταβληθεί το μήκος του

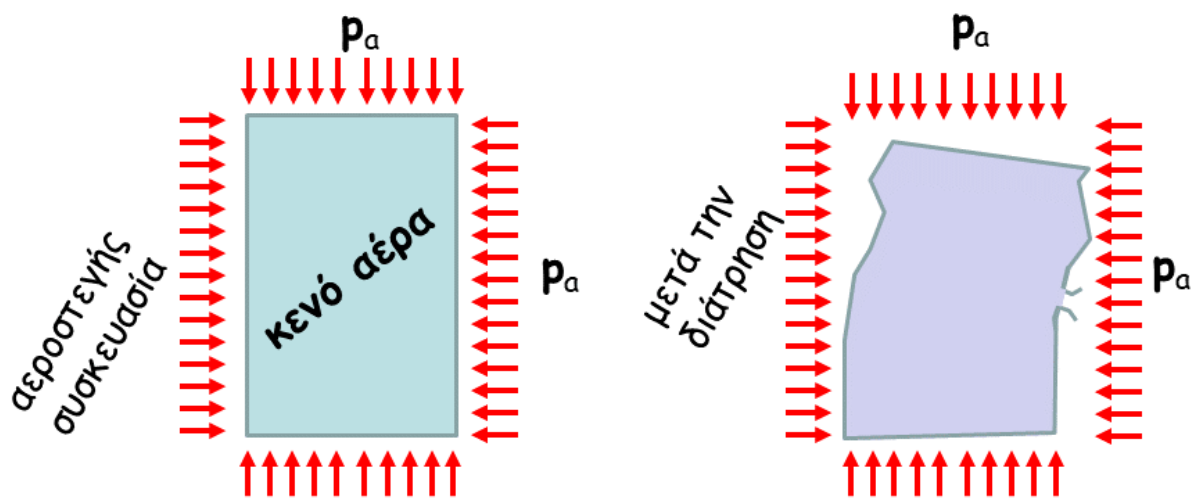
ελατηρίου που αντιπροσωπεύει τον εδαφικό σκελετό. Αυτό όμως θα έχει ως συνέπεια να μεταβληθεί η δύναμη του ελατηρίου κατά  $\Delta F$  και η αντίστοιχη ενεργός τάση κατά  $\Delta \sigma' = \Delta F / A \dots$

3.

Παραμορφώσεις έχουμε μόνον όταν μεταβληθούν οι ενεργές τάσεις

$$\sigma' \rightarrow \sigma' + \Delta \sigma'$$

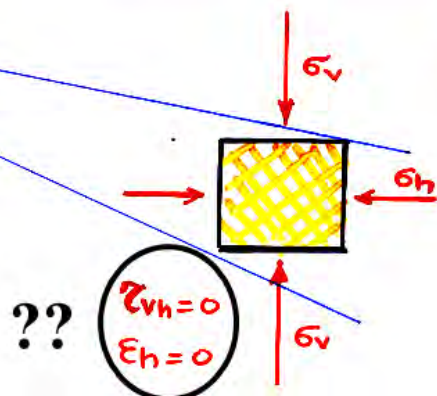
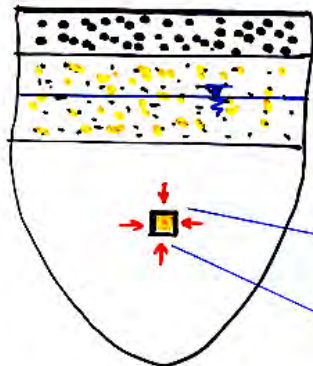
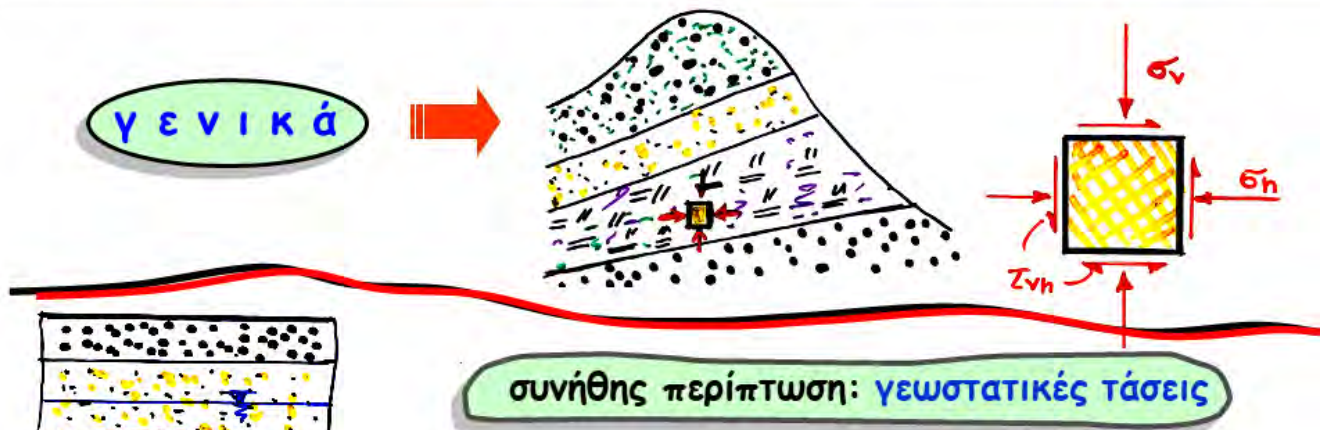
## ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΤΟΥ ..... ΚΑΦΕ



Γιατί αλλάζει τόσο δραστικά η συμπεριφορά της συσκευασίας μετά την διάτρηση???



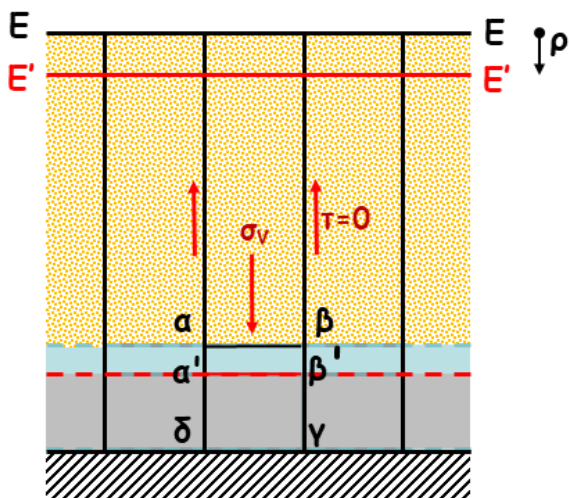
# 4. ΓΕΩΣΤΑΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ λόγω ιδίου βάρους



- ⊕ οριζόντια επιφάνεια εδάφους
- ⊕ οριζόντια στρωματογραφία
- ⊕ ομοιόμορφη επιφόρτιση

## συνήθης περίπτωση: γεωστατικές τάσεις

(έστω ΞΗΡΟ έδαφος,  $\sigma = \sigma'$ )



$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = \gamma_{xy} = 0 \rightarrow \tau_{xz} = \tau_{yz} = \tau_{xy} = 0$$

$$\sigma_v = \frac{\text{Βάρος Στήλης}}{\text{επιφ. διατομής}}$$

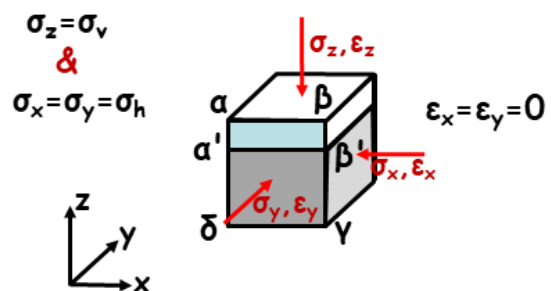
$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma'_x - \nu \sigma'_y - \nu \sigma'_z)$$

$$\epsilon_h = \frac{1}{E} (\sigma'_h - \nu \sigma'_h - \nu \sigma'_v)$$

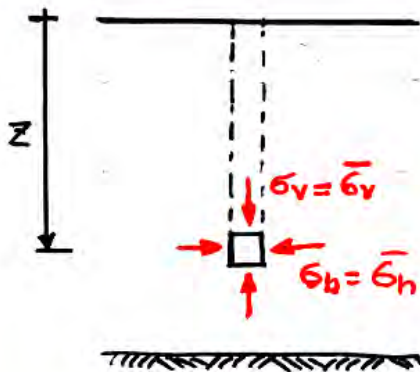
$$= \frac{1}{E} [(1 - \nu) \sigma'_h - \nu \sigma'_v] = 0$$

$$\sigma'_h = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma'_v \quad \text{ή}$$

$$\sigma'_h = k_o \sigma'_v \quad \& \quad k_o = \frac{\nu}{1 - \nu}$$



## Ξηρό - ομοιόμορφο έδαφος



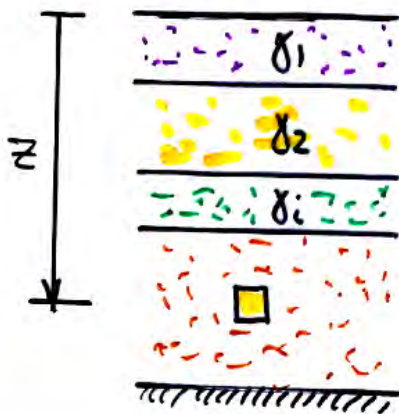
$$\sigma_v = \frac{\text{Βάρος Στήλης}}{\text{επιφ. διατομής}}$$

$$\text{ή } \sigma_v = \frac{\gamma_\xi \cdot z \cdot A}{A} = \gamma_\xi \cdot z$$

$$\sigma'_h = K_o \sigma'_v$$

$$K_o = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \begin{cases} \frac{\nu}{1-\nu} & \text{από θεωρία ελαστικότητας } (\varepsilon_h = 0) \\ 0,4 \div 0,6 & \text{συνήθη εδάφη} \\ > 0,60 & \text{"προφορτισμένα" εδάφη} \end{cases}$$

## Ξηρό - ανομοιόμορφο έδαφος



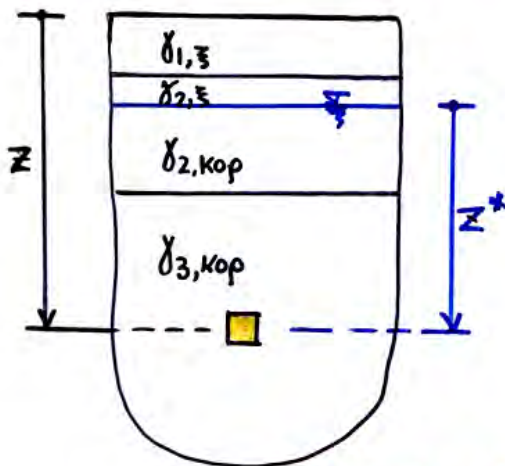
$$\sigma'_v = \sigma_v = \int_0^z \gamma_\xi(z) dz$$

$$\sigma'_h = K_o \sigma'_v$$

$$K_o = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \begin{cases} \frac{\nu}{1-\nu} & \text{από θεωρία ελαστικότητας } (\varepsilon_h = 0) \\ 0,4 \div 0,6 & \text{συνήθη εδάφη} \\ > 0,60 & \text{"προφορτισμένα" εδάφη} \end{cases}$$



# Έδαφος & Νερό



**Ενεργές τάσεις:**

**Ολικές τάσεις:**  $\left\{ \begin{aligned} \sigma_v &= \int_0^z \gamma(z) dz \end{aligned} \right.$

**Πίεση πόρων:**  $u = \gamma_v \cdot z^*$

$\left\{ \begin{aligned} \sigma_v' &= \sigma_v - u = \int_0^z \gamma(z) dz - \gamma_v \cdot z^* \end{aligned} \right.$

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** η σειρά υπολογισμών είναι:

$$\left( \begin{matrix} u \\ \sigma_v \end{matrix} \right) \rightarrow (\sigma_v' = \sigma_v - u) \rightarrow (\sigma_h' = K_o \sigma_v') \rightarrow (\sigma_h = \sigma_h' + u)$$

## ΤΥΠΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

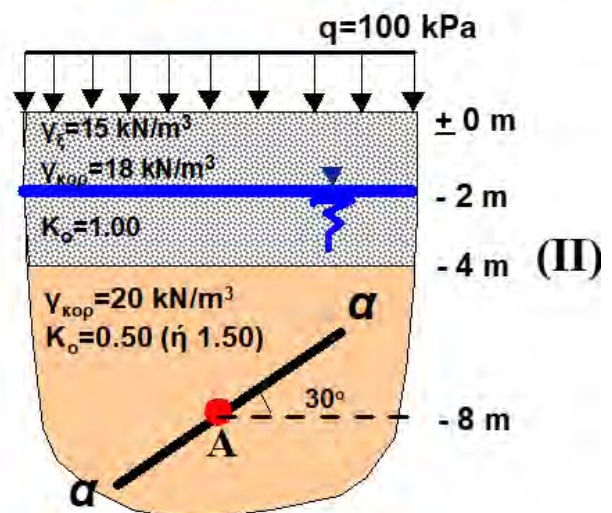
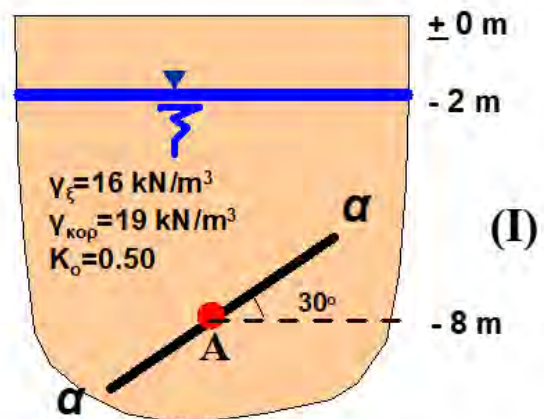
(α) Να υπολογισθούν οι ολικές και οι ενεργές τάσεις που ασκούνται στο σημείο Α.

(β) Να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr των ενεργών και των ολικών τάσεων για το σημείο αυτό.

(γ) Να υπολογισθούν οι ενεργές και οι ολικές τάσεις που ασκούνται στο επίπεδο α-α

(δ) Να υπολογισθεί η μέγιστη διατμητική τάση (ολική και ενεργή) και το επίπεδο εφαρμογής της.

(ε) Να υπολογισθεί η μέγιστη τιμή του λόγου  $\tau/\sigma'$  και το επίπεδο εφαρμογής των αντιστοίχων τάσεων.



# Τυπική ΑΣΚΗΣΗ Ι



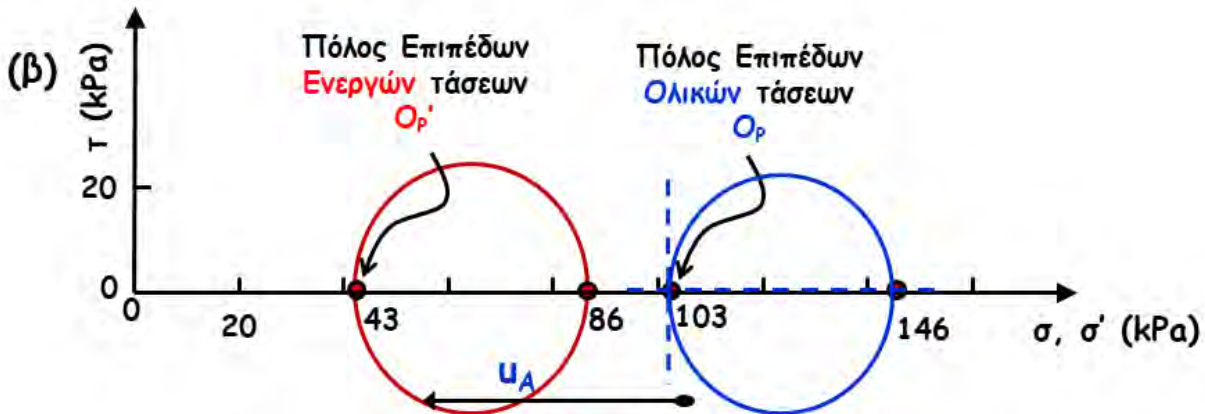
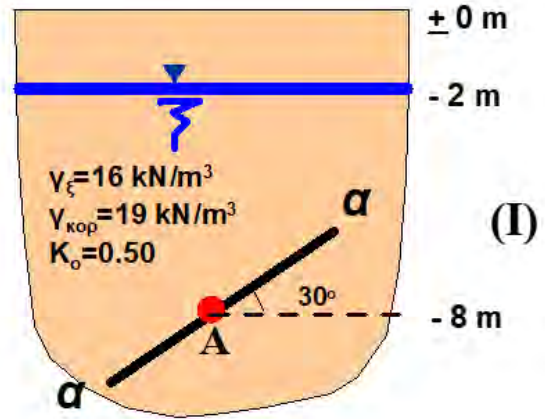
(α)  $\sigma_{vA} = \gamma_{\xi} \times 2 + \gamma_{\text{κορ}} \times (8-2)$   
 $= 16 \times 2 + 19 \times 6 = 146 \text{ kPa}$

$u_A = \gamma_w \times (8-2) = 10 \times 6 = 60 \text{ kPa}$

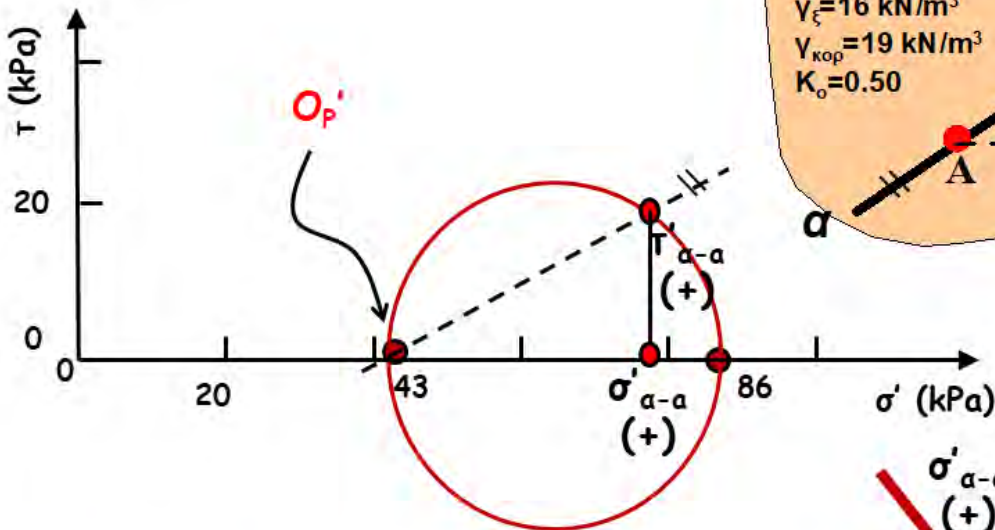
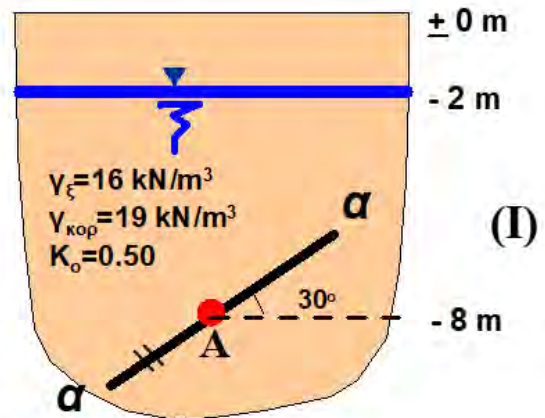
$\sigma'_{vA} = \sigma_{vA} - u_A = 146 - 60 = 86 \text{ kPa}$

$\sigma'_{hA} = k_o \times \sigma'_{vA} = 0.50 \times 86 = 43 \text{ kPa}$

$\sigma_{hA} = \sigma'_{hA} + u_A = 43 + 60 = 103 \text{ kPa}$



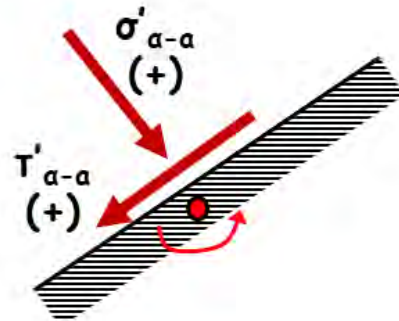
(γ) **Ενεργές τάσεις** στο επίπεδο α-α



**Ολικές τάσεις** στο επίπεδο α-α

$\sigma_{\alpha-\alpha} = \sigma'_{\alpha-\alpha} + u_A \leftarrow 60 \text{ kPa}$

$\tau_{\alpha-\alpha} = \tau'_{\alpha-\alpha}$





(γ) **Ενεργές τάσεις** στο επίπεδο α-α

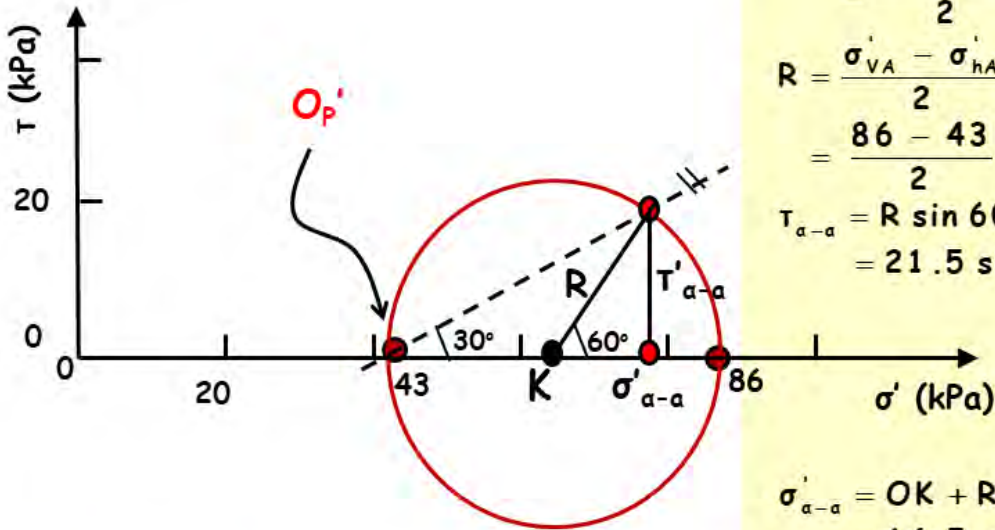
**Αναλυτική λύση....**

$$OK = \frac{\sigma'_{VA} + \sigma'_{hA}}{2} = \frac{86 + 43}{2} = 64.5 \text{ kPa}$$

$$R = \frac{\sigma'_{VA} - \sigma'_{hA}}{2} = \frac{86 - 43}{2} = 21.5 \text{ kPa}$$

$$\tau_{\alpha-\alpha} = R \sin 60 = 21.5 \sin 60 = 18.62 \text{ kPa}$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{\alpha-\alpha} &= OK + R \cos 60 \\ &= 64.5 + 21.5 \cos 60 \\ &= 75.25 \text{ kPa} \end{aligned}$$

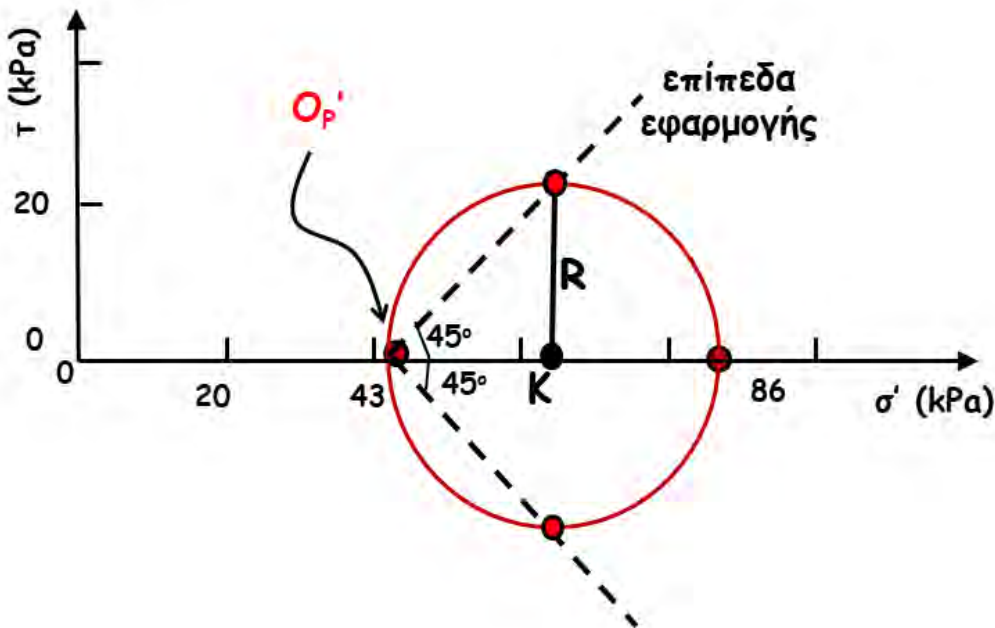


**Ολικές τάσεις** στο επίπεδο α-α

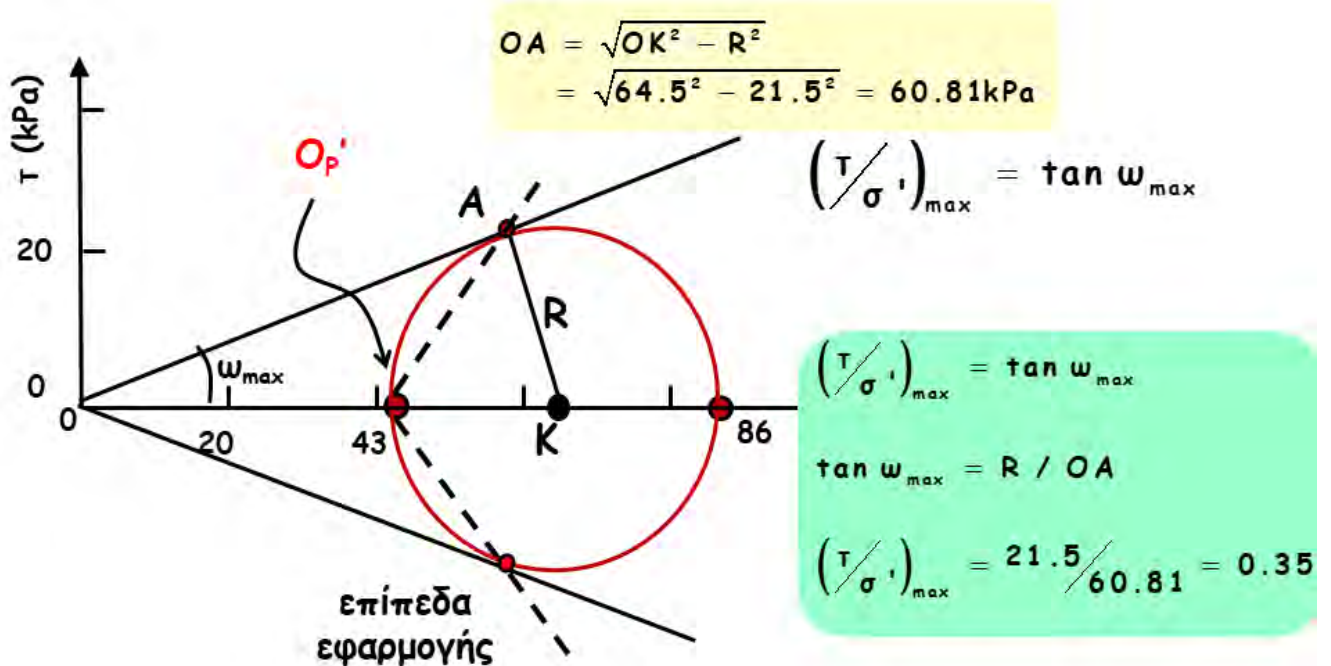
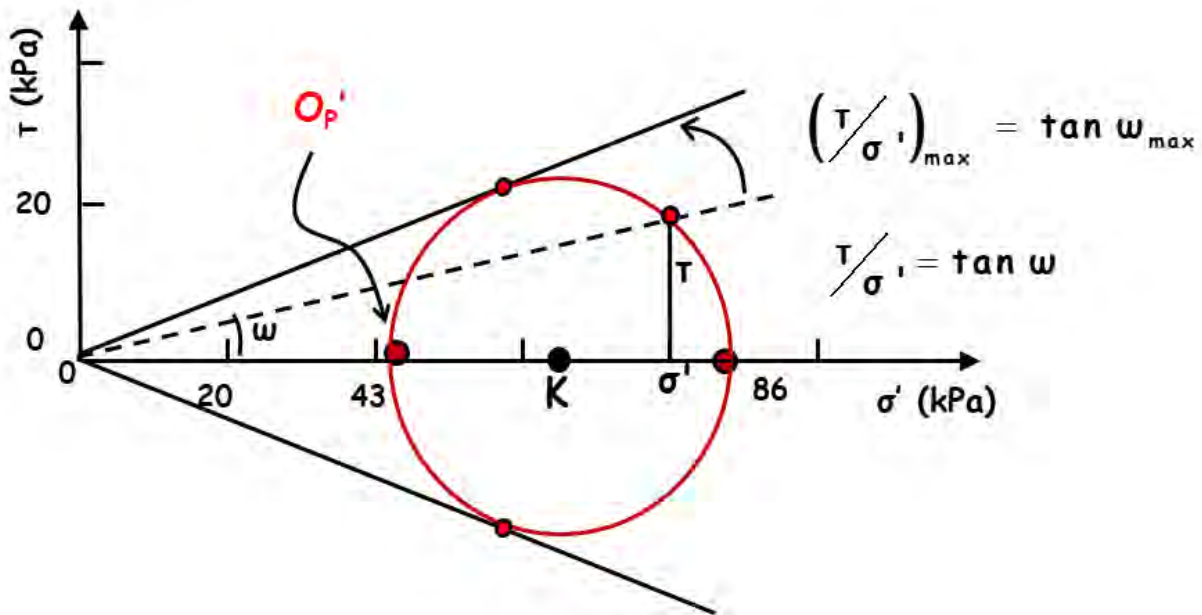
$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha-\alpha} &= \sigma'_{\alpha-\alpha} + u_A \leftarrow 60 \text{ kPa} \\ \tau_{\alpha-\alpha} &= \tau'_{\alpha-\alpha} \end{aligned}$$

(δ) **Μέγιστη διατμητική τάση**

$\tau_{\max} = R = \underline{+21.5 \text{ kPa}}$



(δ) Μέγιστη τιμή του λόγου  $\tau/\sigma'$





## Τυπική ΑΣΚΗΣΗ ΙΙ

$$(α) \sigma_{vA} = q + [\gamma_s \times 2 + \gamma_{κορ,I} \times (4-2) + \gamma_{κορ,II} \times (8-4)]$$

$$= 100 + [15 \times 2 + 18 \times 2 + 20 \times 4] = 246 \text{ kPa}$$

$$u_A = \gamma_w \times (8-2) = 10 \times 6 = 60 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{vA} = \sigma_{vA} - u_A = 246 - 60 = 186 \text{ kPa}$$

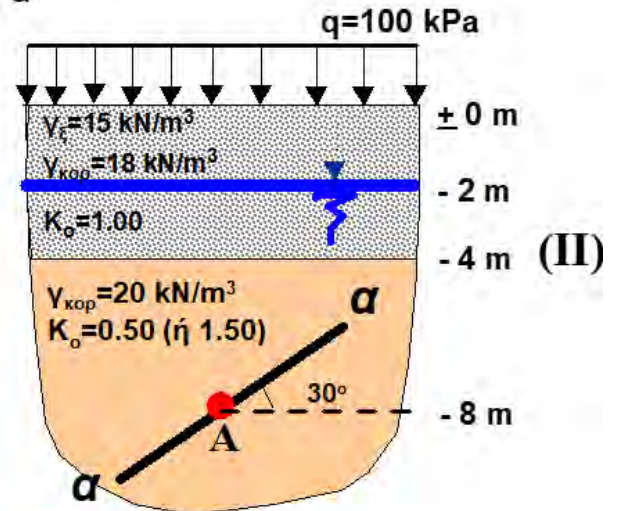
$$\sigma'_{hA} = k_o \times \sigma'_{vA} = 0.50 \times 186 = 93 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{hA} = \sigma'_{hA} + u_A = 93 + 60 = 156 \text{ kPa}$$

(β) Να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr των ενεργών και των ολικών τάσεων για το σημείο αυτό.

(γ) Να υπολογισθούν οι ενεργές και οι ολικές τάσεις που ασκούνται στο επίπεδο α-α

(δ) Να υπολογισθεί η μέγιστη διατμητική τάση (ολική και ενεργή) και το επίπεδο εφαρμογής της.

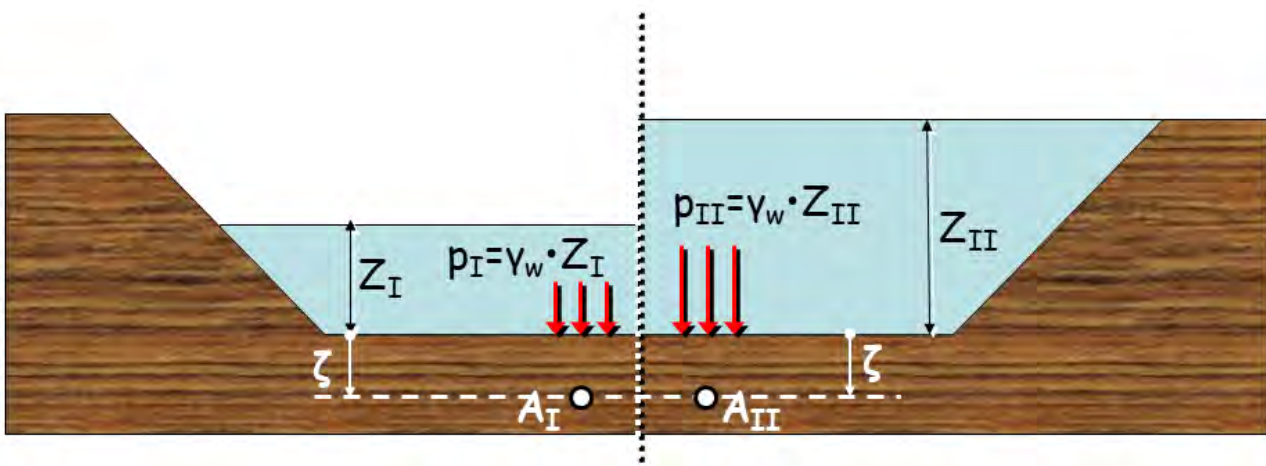


..... όπως στην Τυπική Άσκηση Ι

## ΕΡΩΤΗΣΗ.....

Κάθε άνοιξη, το βάθος μιας λίμνης αυξάνει από  $Z_I$  σε  $Z_{II}$ , και η αντίστοιχη (υδροστατική) πίεση επί του πυθμένα της λίμνης από  $p_I = \gamma_w \cdot Z_I$  γίνεται  $p_{II} = \gamma_w \cdot Z_{II}$ .

Θα έχω καθίζηση λόγω της πρόσθετης συμπίεσης του πυθμένα της λίμνης;

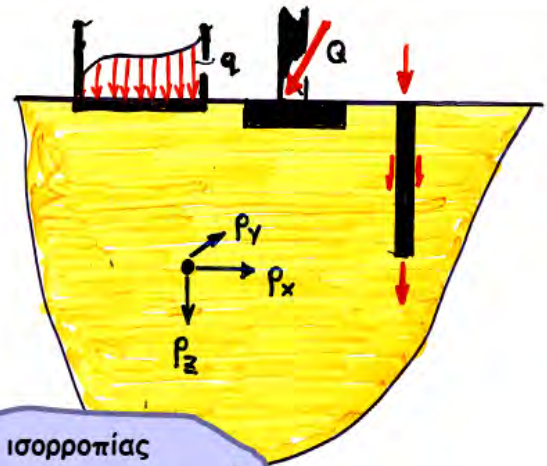


# 5. ΤΑΣΕΙΣ Λόγω ΕΞΩΤΕΡΙΚΩΝ ΦΟΡΤΙΩΝ

## α. Γενικά

εξ. παραμορφώσεων

$$\begin{cases} \varepsilon_x = -\frac{\partial \rho_x}{\partial x} & , \quad \gamma_{xy} = -\frac{\partial \rho_x}{\partial y} - \frac{\partial \rho_y}{\partial x} \\ \varepsilon_y = -\frac{\partial \rho_y}{\partial y} & , \quad \dots\dots\dots \\ \varepsilon_z = -\frac{\partial \rho_z}{\partial z} & , \quad \dots\dots\dots \end{cases}$$



σχέσεις τάσεων - παραμορφώσεων

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z) \\ \varepsilon_y = \dots\dots\dots , \varepsilon_z = \dots\dots\dots \\ \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} = \dots\dots\dots , \gamma_{zx} = \dots\dots\dots \end{cases}$$

εξ. ισορροπίας

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} - x = 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} - y = 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} - z = 0 \end{cases}$$

$\Delta \sigma, \Delta \tau$  ← (συνοριακές συνθήκες)

## Μέθοδοι επίλυσης

### + Θεωρία Ελαστικότητας

(έδαφος γραμμικώς ελαστικό, ισότροπο και ομοιογενές)



### + Αριθμητικές Μέθοδοι

(π.χ. πεπερασμένα στοιχεία ή πεπερασμένες διαφορές)

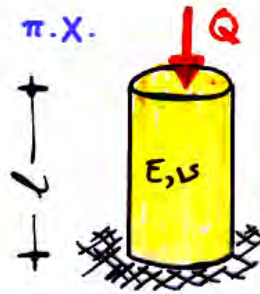
Πολύ συχνά, για προκαταρκτικούς υπολογισμούς, χρησιμοποιείται η **Θ. ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ** αν και το έδαφος σπανίως πληρεί τις σχετικές απαιτήσεις  
!!!!

γιατί άραγε ::::



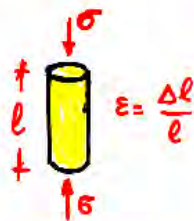
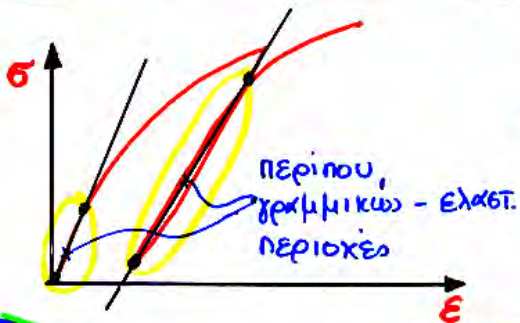
## γιατί άραγε : : : :

✚ Ο υπολογισμός των τάσεων (όχι όμως και των παραμορφώσεων) δεν είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος ως προς τις ιδιότητες του υλικού



$$\sigma_v = \frac{Q}{A}, \quad \sigma_h = 0$$

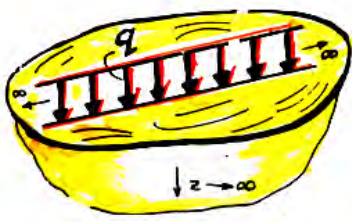
$$\varepsilon_v = \frac{1}{E} \frac{Q}{A}, \quad \varepsilon_h = -\nu \cdot \varepsilon_v$$



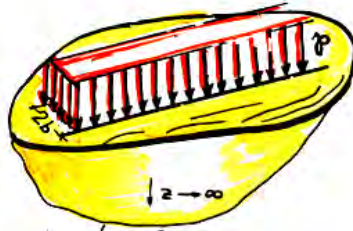
✚ Υπάρχουν κάποιες περιπτώσεις που το έδαφος συμπεριφέρεται πράγματι ως γραμμικώς ελαστικό

✚ Είναι σημαντικά απλούστερη από τις άλλες δύο (αναλυτικές σχέσεις ή διαγράμματα, εφαρμογή επαλληλίας, κλπ.)

**β. Χαρακτηριστικές λύσεις από την θεωρία ελαστικότητας**



ομοιόμορφη ορθή φόρτιση  $q$  σε απειρομήκη γραμμή



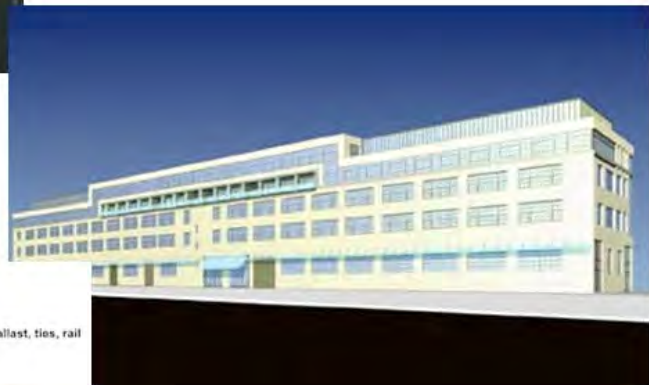
ομοιόμορφη ορθή πίεση σε απειρομήκη λωρίδα (πλάτος  $2b$ )

συνθήκες  
επίπεδης  
παραμόρφωσης

Η παραμόρφωση κατά μήκος της φόρτισης είναι  $\epsilon_x=0$   
&  
η αντίστοιχη τάση είναι  $\sigma_x = \nu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)$

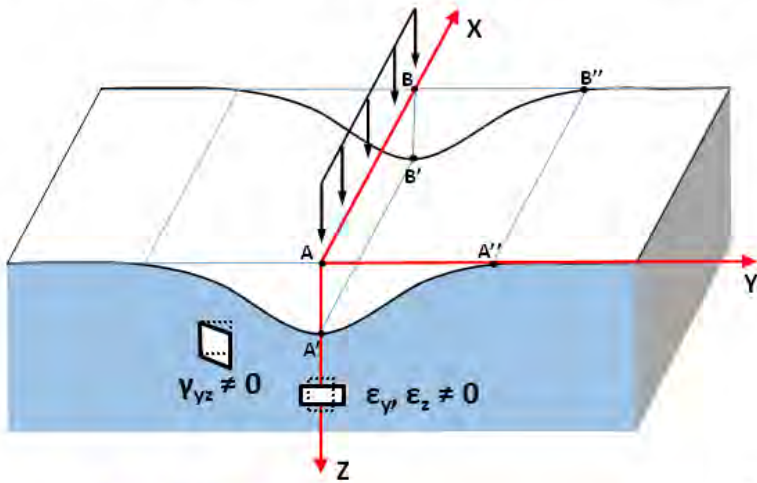


Επιμήκειες φορτίσεις  $L/B > 4-6$





## Φόρτιση Επίπεδης Παραμόρφωσης (plane strain)



$$\& \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz} \neq 0$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] = 0$$

$$\rightarrow \sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = 0 \rightarrow \tau_{xy} = 0$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} = 0 \rightarrow \tau_{xz} = 0$$

$$AB = A'B' \Rightarrow$$

$$u_x = 0 \quad \& \quad \frac{\partial u_x}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y} = \frac{\partial u_x}{\partial z} = 0$$

$$AA' = BB' \Rightarrow \frac{\partial u_z}{\partial x} = 0$$

$$AA'' = BB'' \Rightarrow \frac{\partial u_y}{\partial x} = 0$$

$$\epsilon_x = -\frac{\partial u_x}{\partial x} = 0$$

$$\epsilon_y = -\frac{\partial u_y}{\partial y} \neq 0$$

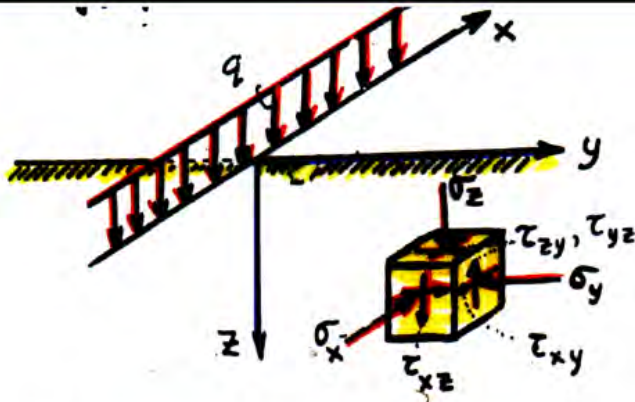
$$\epsilon_z = -\frac{\partial u_z}{\partial z} \neq 0$$

$$\gamma_{xy} = -\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right) = 0$$

$$\gamma_{yz} = -\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right) \neq 0$$

$$\gamma_{zx} = -\left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right) = 0$$

## 1. Συγκεντρωμένο απειρομήκες "γραμμικό" φορτίο



$$\tau_{xz} = \tau_{xy} = 0, \quad \epsilon_x = 0$$

όλα ανεξάρτητα του x

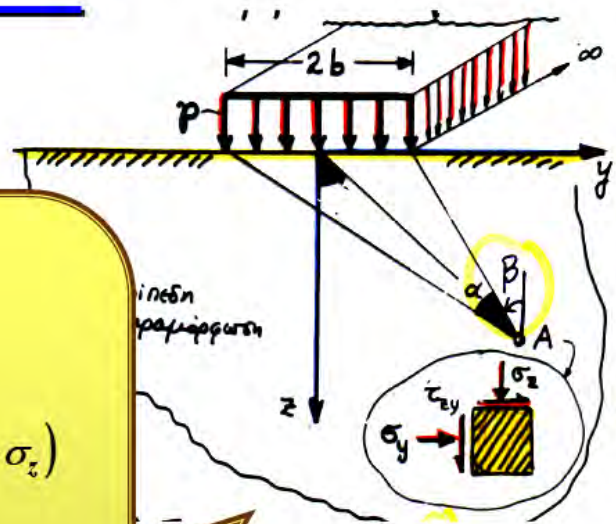
$$\sigma_y = \frac{2q}{\pi} \frac{y^2 z}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_z = \frac{2q}{\pi} \frac{z^3}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{2q}{\pi} \frac{yz^2}{(y^2 + z^2)^2}$$

$$\sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z)$$

## 2. Ομοιόμορφη (κάθετη) πίεση σε απειρομήκη λωρίδα



$$\sigma_z = \frac{p}{\pi} [a + \sin a \cdot \cos(a + 2\beta)]$$

$$\sigma_y = \frac{p}{\pi} [a - \sin a \cdot \cos(a + 2\beta)]$$

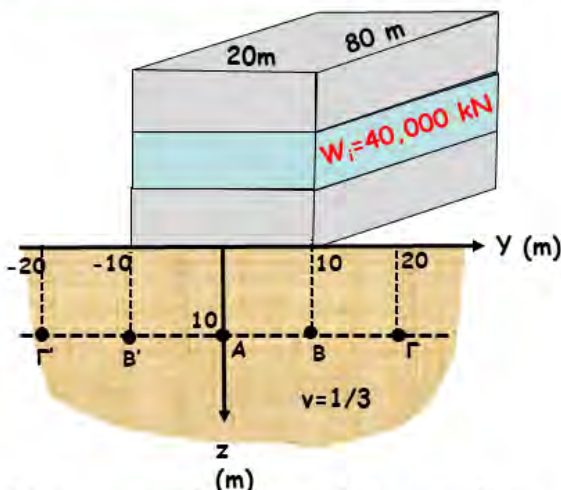
$$\tau_{yz} = \frac{p}{\pi} \sin a \cdot \sin(a + 2\beta) \quad \sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_y - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{yz}^2} = \frac{p}{\pi} [a + \sin(a)]$$

$$\sigma_3 = \frac{p}{\pi} [a - \sin(a)], \quad \tau_{max} = \frac{p}{\pi} \sin(a)$$

**προσοχή:** το  $a$  σε ακτίνια

### ΕΦΑΡΜΟΓΗ

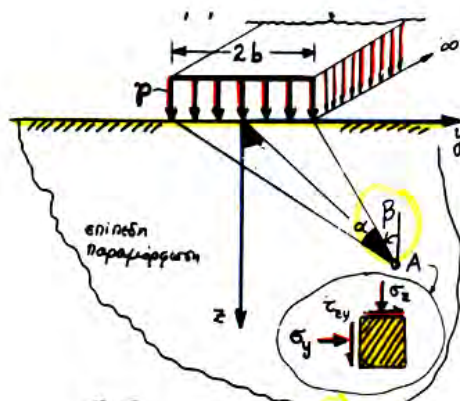
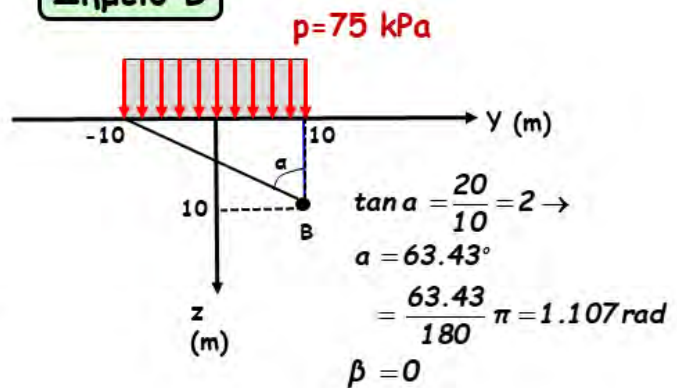


Να υπολογισθούν οι πρόσθετες τάσεις που επιβάλλονται στα σημεία A, B, Γ, B' & Γ' και να σχεδιασθούν κατά δ/νση και φορά

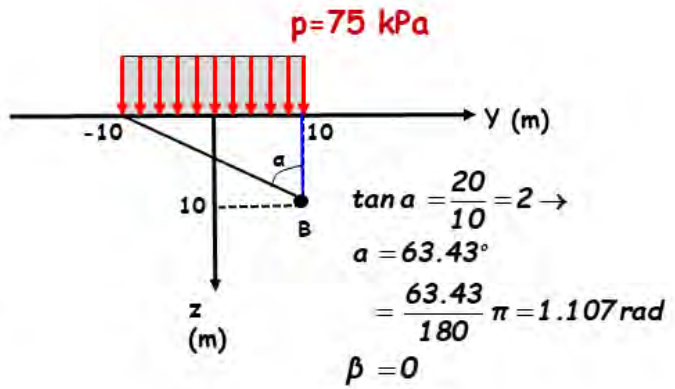
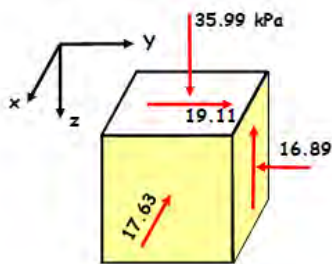
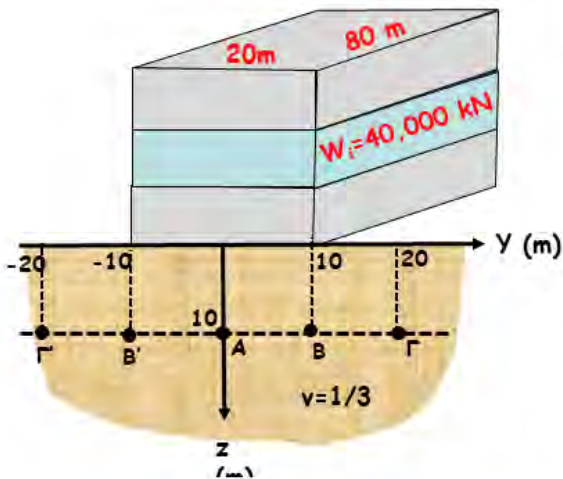
Κατανεμημένη Πίεση:

$$p = 3 \cdot W_f / A = 3 \cdot 40,000 / (20 \cdot 80) = 75 \text{ kPa}$$

Σημείο B







$$\sigma_z = \frac{P}{\pi} [a + \sin a \cdot \cos(a + 2\beta)]$$

$$= \frac{75}{\pi} [1.107 + \sin 63.43 \cdot \cos(63.43 + 0)]$$

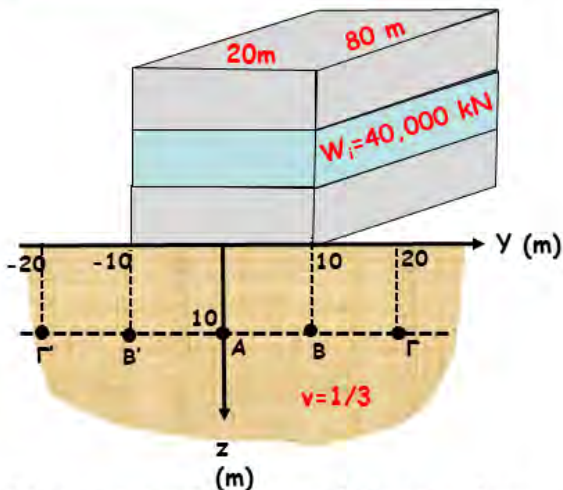
$$= 35.99 \text{ kPa}$$

$$\sigma_y = \frac{P}{\pi} [a - \sin a \cdot \cos(a + 2\beta)] = \dots = 16.89 \text{ kPa}$$

$$\tau_{yz} = \frac{P}{\pi} \sin a \cdot \sin(a + 2\beta) = \dots = 19.11 \text{ kPa}$$

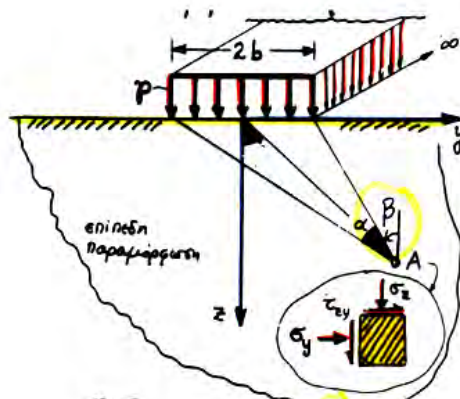
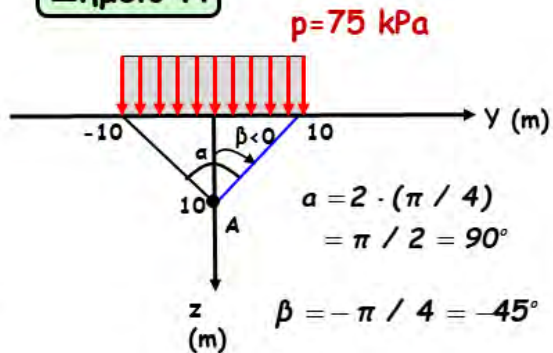
$$\sigma_x = \nu(\sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(16.89 + 35.99) = 17.63 \text{ kPa}$$

## ΕΦΑΡΜΟΓΗ

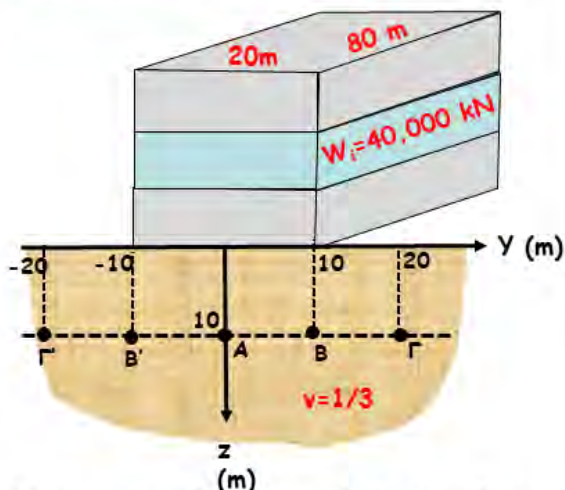


Να υπολογισθούν οι πρόσθετες τάσεις που επιβάλλονται στα σημεία A, B, Γ, B' & Γ' και να σχεδιασθούν κατά δ/νση και φορά

### Σημείο A

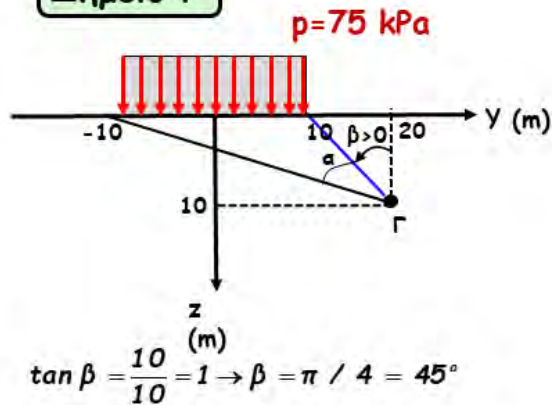


## ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Να υπολογισθούν οι πρόσθετες τάσεις που επιβάλλονται στα σημεία A, B, Γ, Β' & Γ' και να σχεδιασθούν κατά δ/νση και φορά

## Σημείο Γ

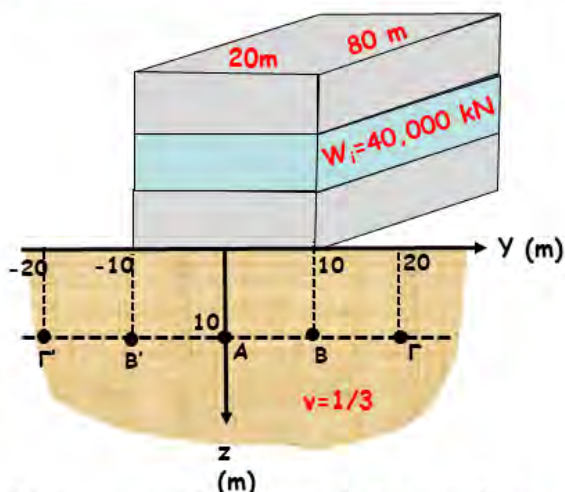


$$\tan \beta = \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \beta = \pi / 4 = 45^\circ$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{30}{10} = 3 \rightarrow \alpha + \beta = 71.56^\circ$$

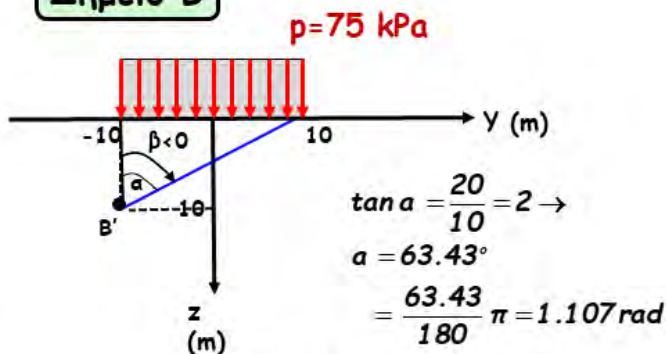
$$\rightarrow \alpha = 71.565 - 45 = 26.56^\circ \text{ (ή } 0.463 \text{ rad)}$$

## ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Να υπολογισθούν οι πρόσθετες τάσεις που επιβάλλονται στα σημεία A, B, Γ, Β' & Γ' και να σχεδιασθούν κατά δ/νση και φορά

## Σημείο Β'

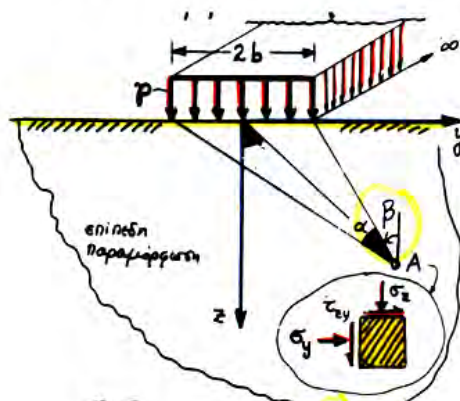


$$\tan a = \frac{20}{10} = 2 \rightarrow$$

$$a = 63.43^\circ$$

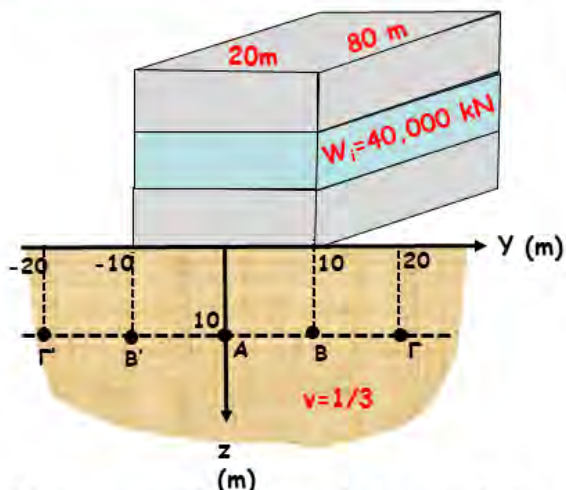
$$= \frac{63.43}{180} \pi = 1.107 \text{ rad}$$

$$\beta = -a = -63.43^\circ \text{ (ή } -1.107 \text{ rad)}$$

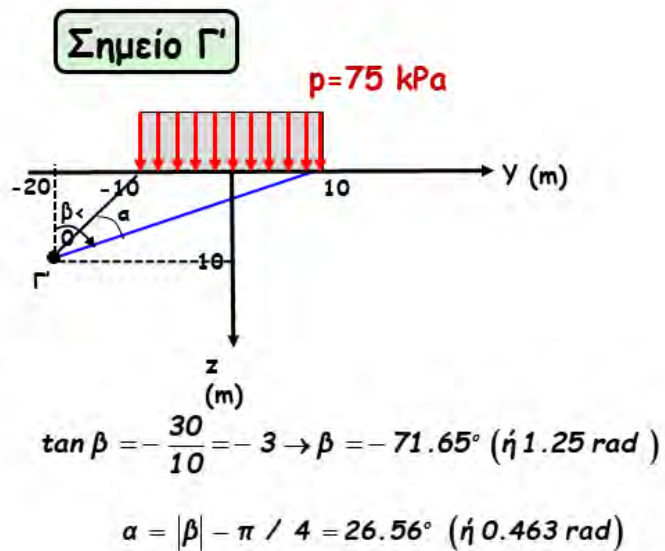




## ΕΦΑΡΜΟΓΗ .....



Να υπολογισθούν οι πρόσθετες τάσεις που επιβάλλονται στα σημεία A, B,  $\Gamma$ , B' &  $\Gamma'$  και να σχεδιασθούν κατά δ/νση και φορά

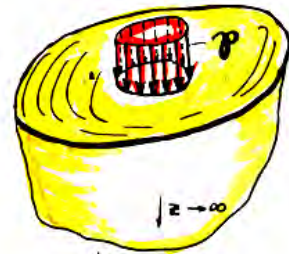


## γ. Χαρακτηριστικές λύσεις από την θεωρία ελαστικότητας

συνθήκες  
Αξονο-συμμετρικής  
έντασης  
(η μετατόπιση  
κάθετα στην ακτίνα  
είναι  $U_{\theta}=0$ )



συγκεντρωμένη ορθή  
δύναμη P



ομοιόμορφη ορθή πίεση p  
σε επιφάνεια κύκλου (R)

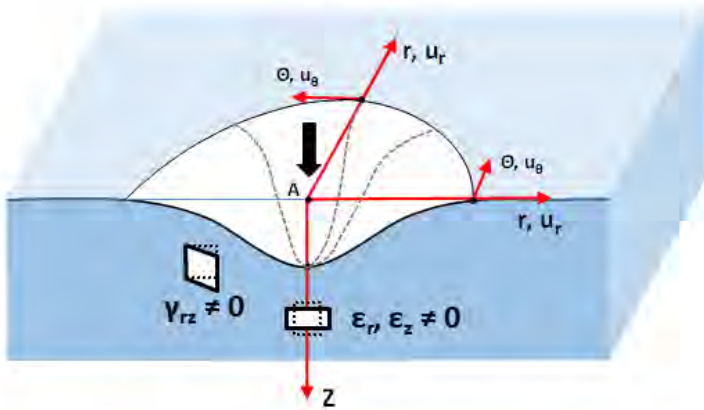


Κυκλικές - 4γωνικές  
φορτίσεις  $L/B \approx 1$



# Αξονο-συμμετρική Φόρτιση .....

$\& \sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z \neq 0$



$\gamma_{zr} = \frac{\tau_{zr}}{G} \neq 0 \rightarrow \tau_{zr} \neq 0$

$\gamma_{r\theta} = \frac{\tau_{r\theta}}{G} = 0 \rightarrow \tau_{r\theta} = 0$

$\gamma_{\theta z} = \frac{\tau_{\theta z}}{G} = 0 \rightarrow \tau_{\theta z} = 0$



$u_\theta = 0$   
 $\Rightarrow \frac{\partial u_\theta}{\partial r} = \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = \frac{\partial u_\theta}{\partial z} = 0$

$\epsilon_r = -\frac{\partial u_r}{\partial r} \neq 0$

$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} = 0$

$\epsilon_z = -\frac{\partial u_z}{\partial z} \neq 0$

$\gamma_{\theta z} = -\left(\frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta}\right) = 0$

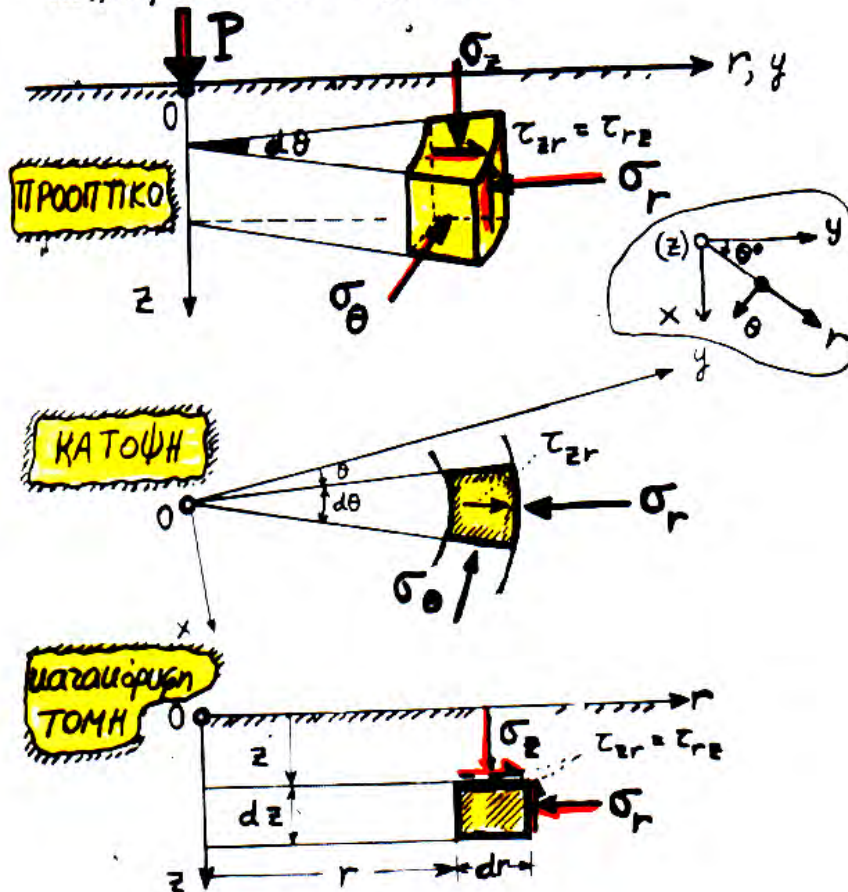
$u_r, u_z \neq 0$  (ανεξάρτητα του  $\theta$ )

$\Rightarrow \frac{\partial u_r}{\partial \theta} = \frac{\partial u_z}{\partial \theta} = 0$

$\epsilon_\theta = -\frac{u_r}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = -\frac{u_r}{r} \neq 0$

$\gamma_{zr} = -\left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z}\right) \neq 0$

ωλινδρικές συντεταγμένες

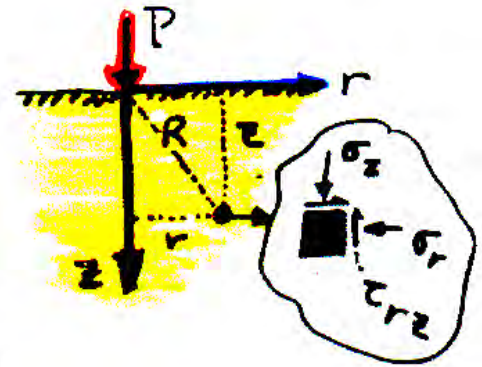


**Boussinesq, J. (1890):**

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5} = \frac{3P}{2\pi z^2} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{5/2}}$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi R^2} \left\{ \frac{3r^2 z}{R^3} - \frac{(1-2\nu)R}{R+z} \right\} \quad (3)$$

$$\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi} \frac{rz^2}{R^5}, \quad \sigma_\theta = -\frac{(1-2\nu)P}{2\pi R^2} \cdot \left\{ \frac{z}{R} - \frac{R}{R+z} \right\}$$



$$u_z = \frac{P(1+\nu)}{2\pi ER} \left\{ 2(1-\nu) + \frac{z^2}{R^2} \right\}$$

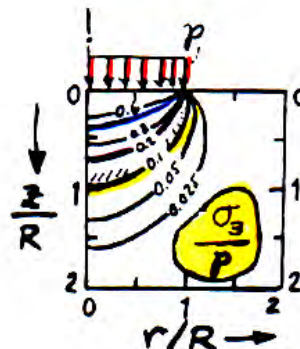
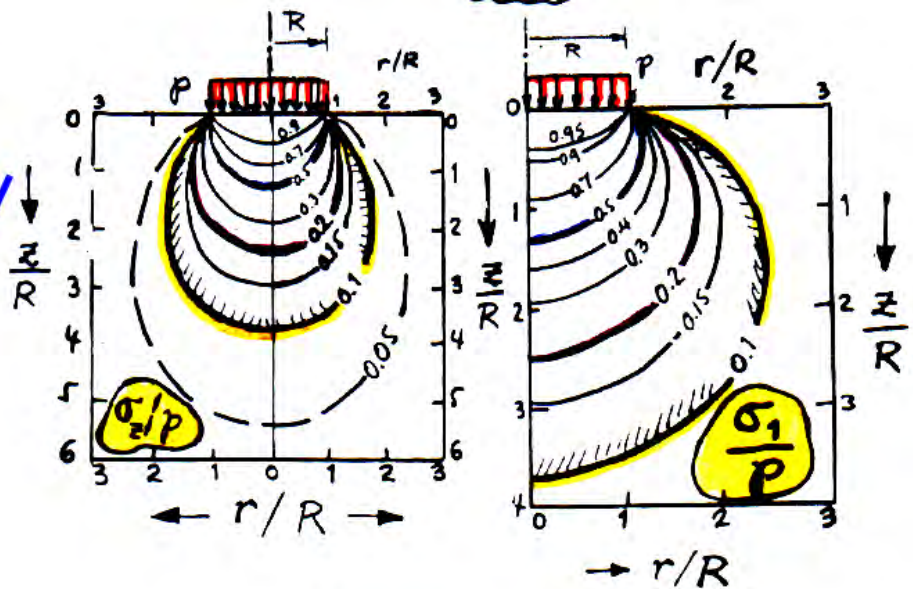
$$R = \sqrt{r^2 + z^2}$$

$$u_r = \frac{P(1+\nu)}{2\pi ER} \left\{ \frac{rz}{R^2} - \frac{(1-2\nu)r}{R+z} \right\}$$

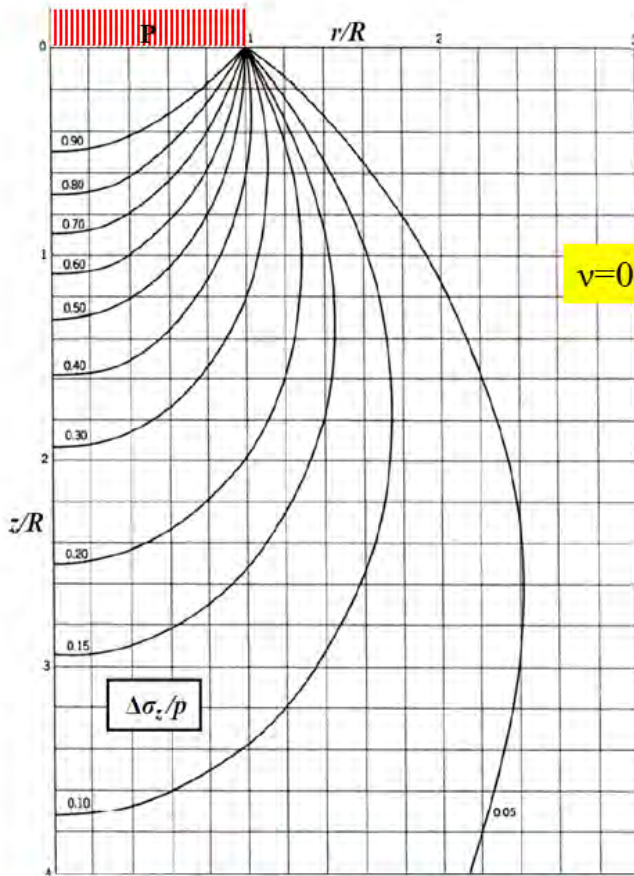
**ΣΗΜΑΝΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:**

1.  $\sigma_z$  ανεξάρτητη των  $E, \nu$  (ενώ  $\sigma_r$  και  $\sigma_\theta$  εξαρτώνται μόνον από το  $\nu$ )
2. Αντίθετα οι μετακινήσεις και οι παραμορφώσεις είναι αντιστρόφως ανάλογες του μέτρου ελαστικότητας  $E$ .

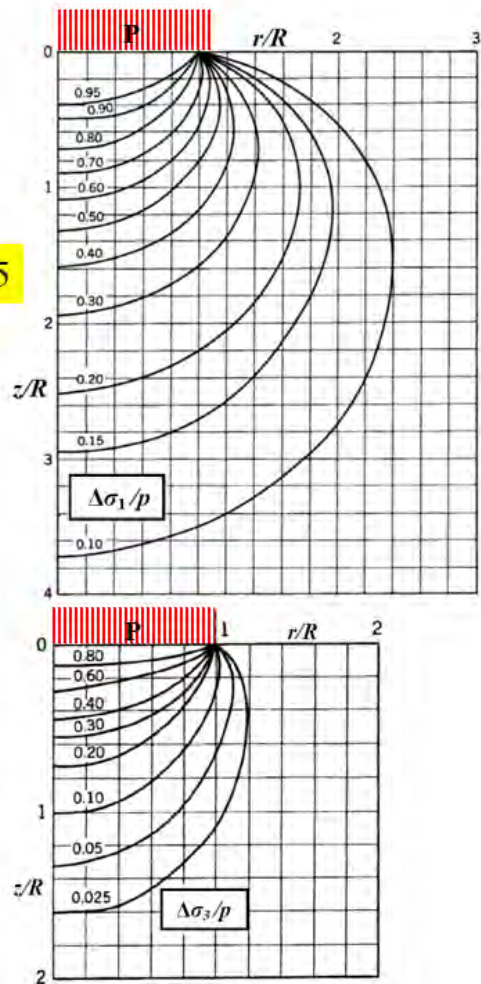
4. Ομοιόμορφη ορθή πίεση,  $P$ , σε κυκλική επιφάνεια





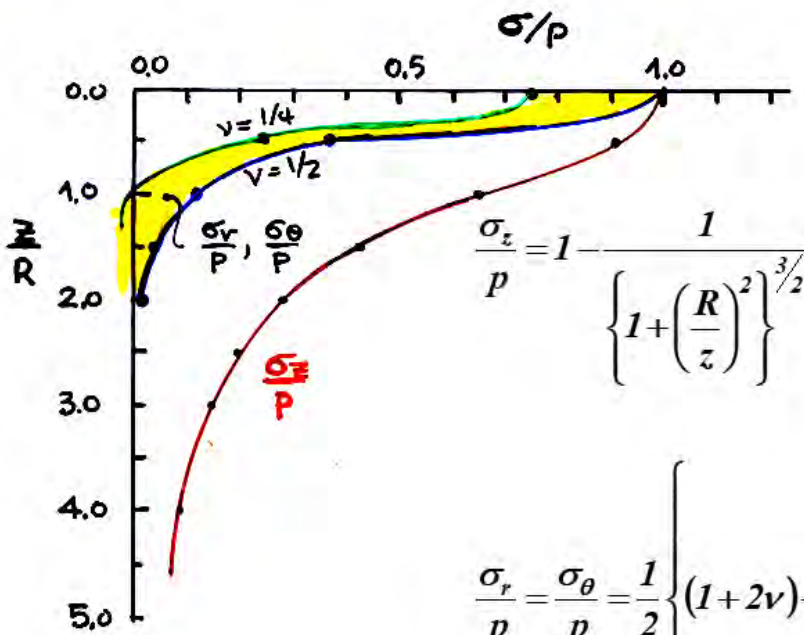


$\nu=0.45$



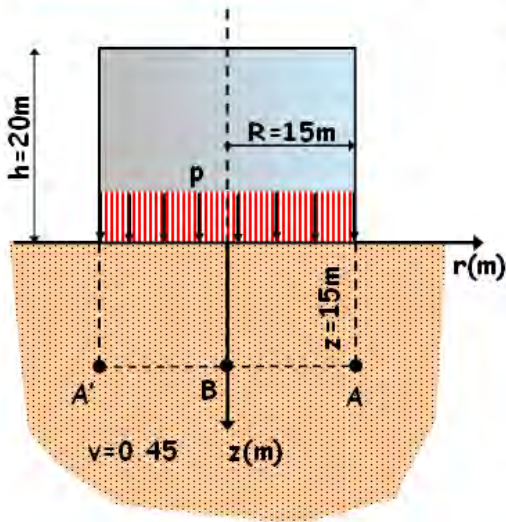
$\sigma_r = ?$ ,  $\tau_{rz} = ?$  **ΚΥΚΛΟΣ ΜΟΗΡ ?**

Ειδικά για την περίπτωση όπου  $y=r=0$ , δηλαδή κατά μήκος του άξονα:



$$\frac{\sigma_r}{p} = \frac{\sigma_\theta}{p} = \frac{1}{2} \left\{ (1+2\nu) - \frac{2(1+\nu)}{\left\{ \left( \frac{R}{z} \right)^2 + 1 \right\}^{1/2}} + \frac{1}{\left\{ 1 + \left( \frac{R}{z} \right)^2 \right\}^{3/2}} \right\}$$

## ΕΦΑΡΜΟΓΗ



### Σημείο Β

επί του άξονα z, με  $(R/z)=1$ ,  
άρα ....

$$\frac{\Delta\sigma_z}{p} = 1 - \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{R}{z}\right)^2\right\}^{3/2}} = 0.65$$

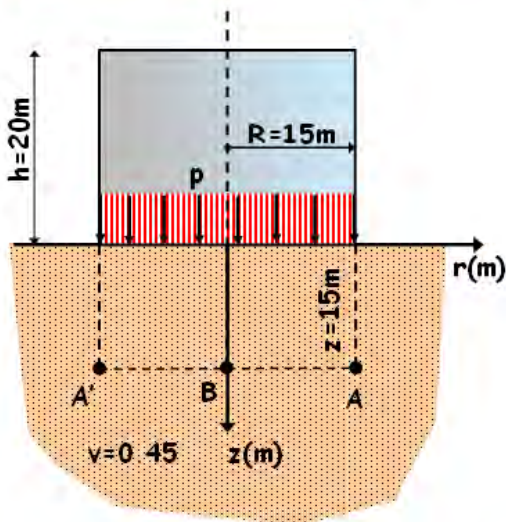
$$\Delta\sigma_z = 0.65 \times 150 \approx 97 \text{ kPa}$$

$$\frac{\Delta\sigma_r}{p} = \frac{\Delta\sigma_\theta}{p} = \frac{1}{2} \left\{ (1+2\nu) \frac{2(1+\nu)}{\left\{\left(\frac{R}{z}\right)^2 + 1\right\}^{1/2}} + \frac{1}{\left\{1 + \left(\frac{R}{z}\right)^2\right\}^{3/2}} \right\} = 0.10$$

$$\Delta\sigma_r = \Delta\sigma_\theta = 0.10 \times 150 \approx 15 \text{ kPa}$$

Να υπολογισθούν οι τάσεις  $\Delta\sigma_r$ ,  $\Delta\sigma_z$  και  $\Delta\tau_{rz}$  που επιβάλλονται στα σημεία A, B & A' κατά την πλήρωση της κυλινδρικής δεξαμενή του σχήματος με πετρέλαιο ( $\gamma_\pi = 7.5 \text{ kN/m}^3$ ,  $p = 7.5 \times 20 = 150 \text{ kPa}$ )

## ΕΦΑΡΜΟΓΗ



### Σημείο Α

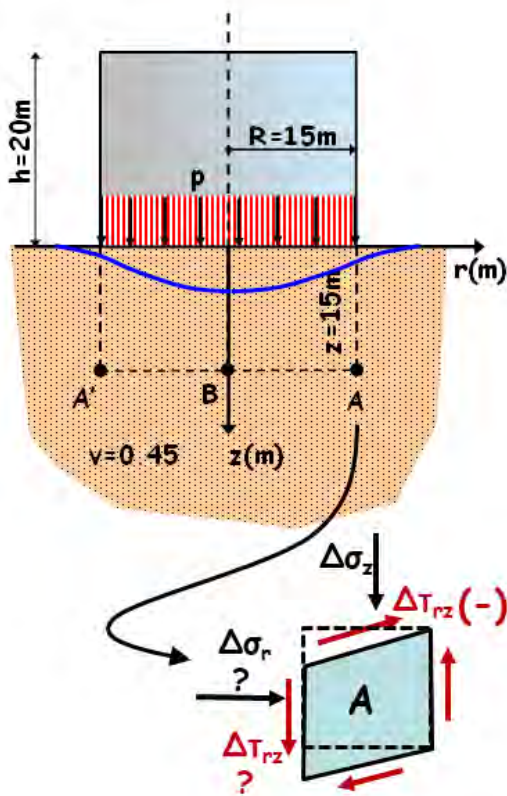
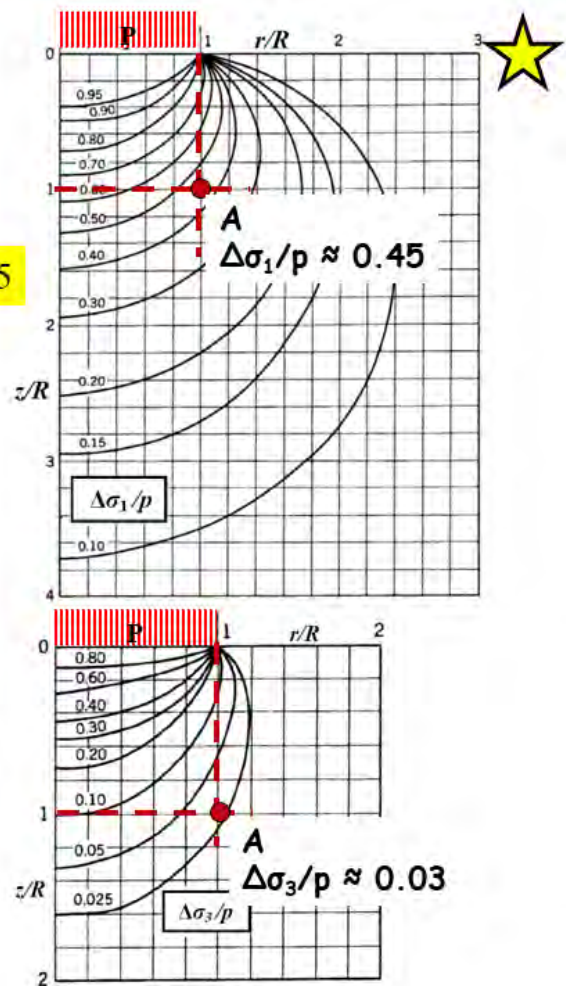
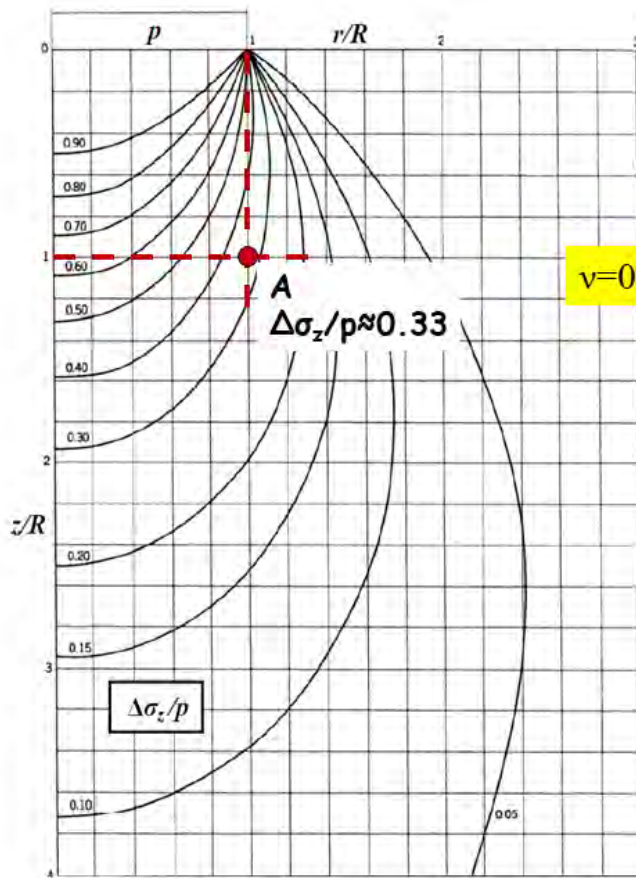
$$r=15\text{m}, z=15\text{m}$$

$$r/R=15/15=1.0$$

$$z/R=15/15=1.0$$

Να υπολογισθούν οι τάσεις  $\Delta\sigma_r$ ,  $\Delta\sigma_z$  και  $\Delta\tau_{rz}$  που επιβάλλονται στα σημεία A, B & A' κατά την πλήρωση της κυλινδρικής δεξαμενή του σχήματος με πετρέλαιο ( $\gamma_\pi = 7.5 \text{ kN/m}^3$ ,  $p = 7.5 \times 20 = 150 \text{ kPa}$ )



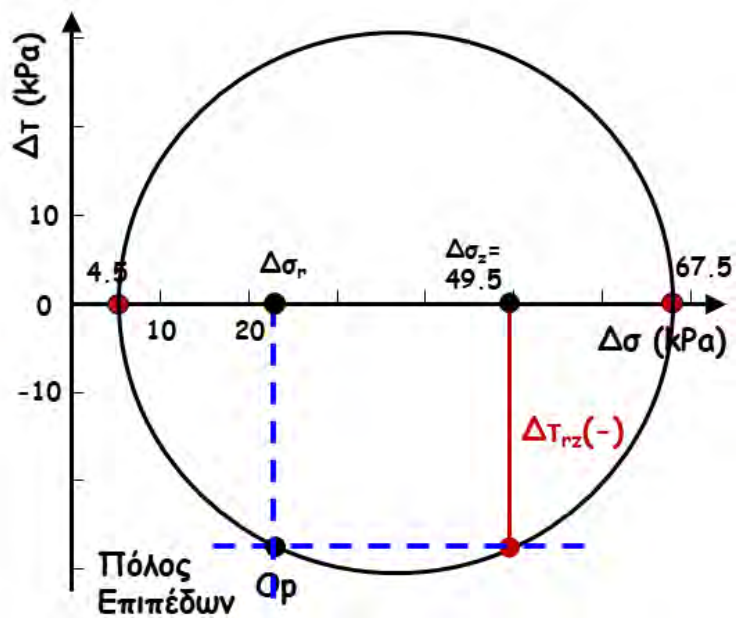


**Σημείο A**

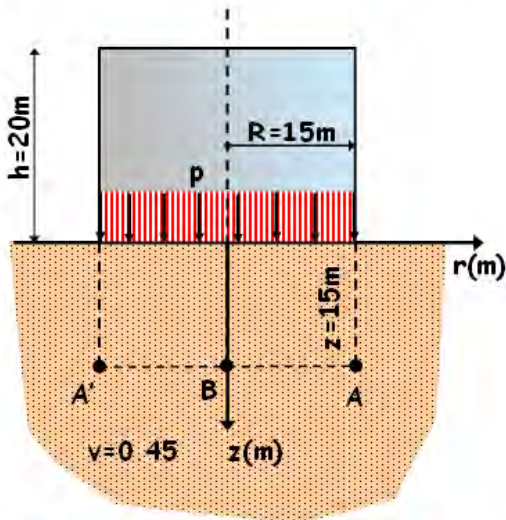
$r=15m, z=15m$   
 $r/R=15/15=1.0$   
 $z/R=15/15=1.0$



$\Delta\sigma_z/p = 0.33$   
 $\Delta\sigma_z=0.33 \times 150=49.5kPa$   
 $\Delta\sigma_1/p = 0.45$   
 $\Delta\sigma_1=0.45 \times 150=67.5kPa$   
 $\Delta\sigma_3/p = 0.03$   
 $\Delta\sigma_3=0.03 \times 150=4.5kPa$



## ΕΦΑΡΜΟΓΗ



### Σημείο A'

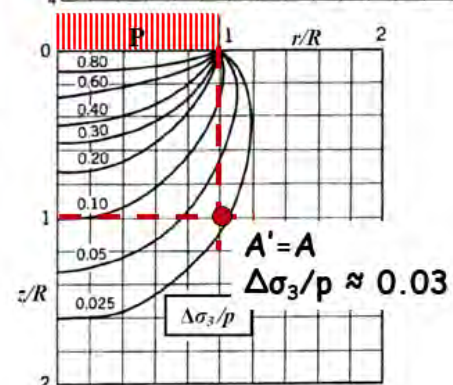
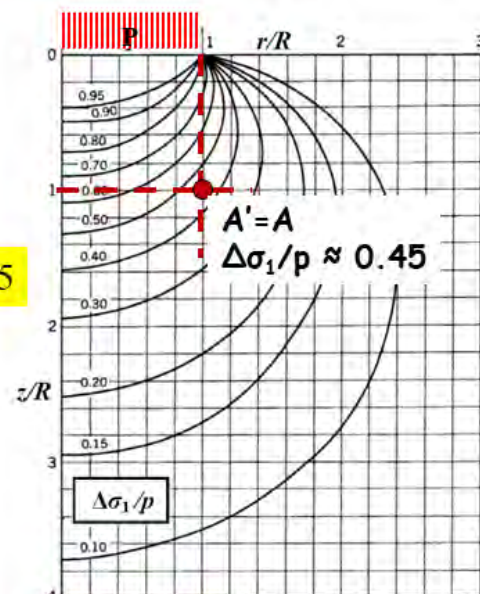
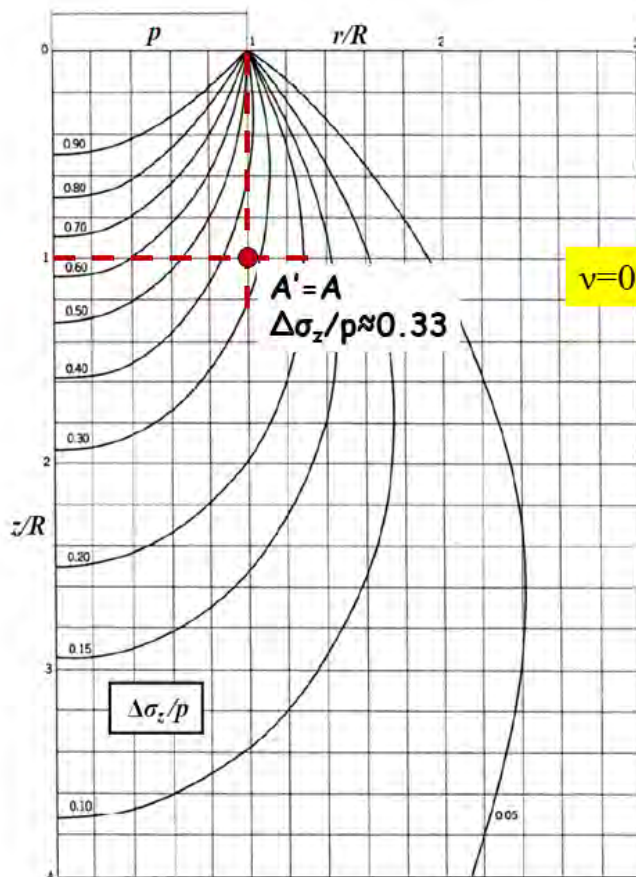
$$r = -15\text{m}, z = 15\text{m}$$

$$r/R = -15/15 = -1.0$$

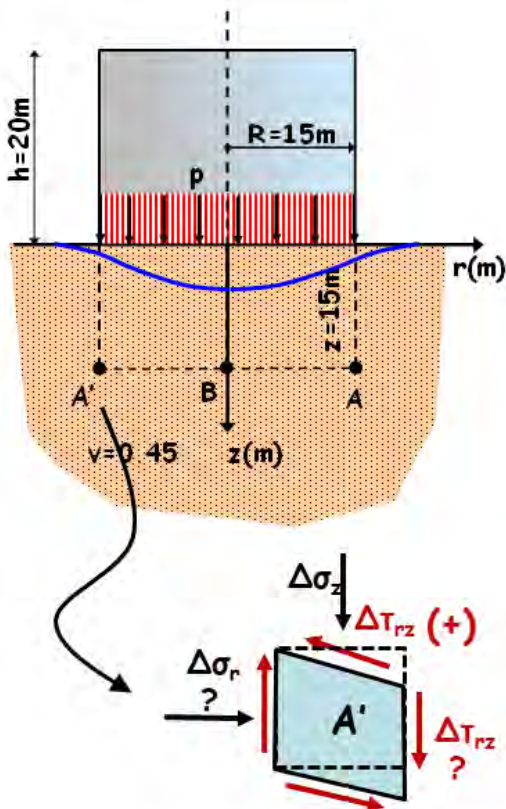
$$z/R = 15/15 = 1.0$$

?  
?  
?

Να υπολογισθούν οι τάσεις  $\Delta\sigma_r$ ,  $\Delta\sigma_z$  και  $\Delta\tau_{rz}$  που επιβάλλονται στα σημεία A, B & A' κατά την πλήρωση της κυλινδρικής δεξαμενής του σχήματος με πετρέλαιο ( $\gamma_\pi = 7.5\text{kN/m}^3$ ,  $p = 7.5 \times 20 = 150\text{ kPa}$ )







**Σημείο A'**

$r = -15\text{m}, z = 15\text{m}$

$r/R = -15/15 = -1.0$

$z/R = 15/15 = 1.0$

$\Delta\sigma_z/p = 0.33$

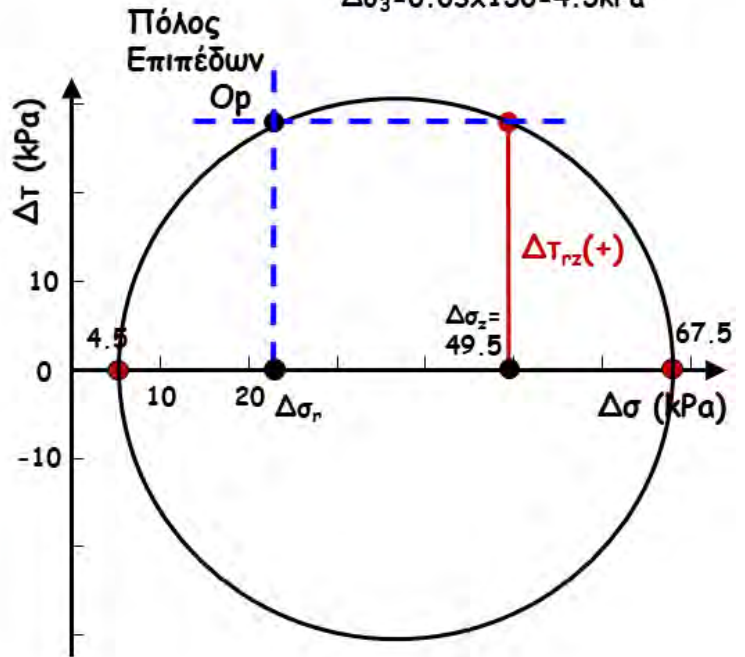
$\Delta\sigma_z = 0.33 \times 150 = 49.5 \text{ kPa}$

$\Delta\sigma_1/p = 0.45$

$\Delta\sigma_1 = 0.45 \times 150 = 67.5 \text{ kPa}$

$\Delta\sigma_3/p = 0.03$

$\Delta\sigma_3 = 0.03 \times 150 = 4.5 \text{ kPa}$



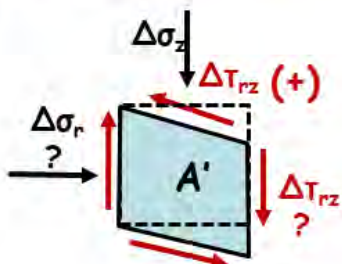
**Αναλυτική λύση....**

$$OK = \frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3}{2} = \frac{67.5 + 4.5}{2} = 36 \text{ kPa}$$

$$R = \frac{\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3}{2} = \frac{67.5 - 4.5}{2} = 31.5 \text{ kPa}$$

$$\Delta T_{rz} = \sqrt{R^2 - (\Delta\sigma_z - OK)^2} = 28.46 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_r = OK - (\Delta\sigma_z - OK) = 22.50 \text{ kPa}$$



**Σημείο A'**

$r = -15\text{m}, z = 15\text{m}$

$r/R = -15/15 = -1.0$

$z/R = 15/15 = 1.0$

$\Delta\sigma_z/p = 0.33$

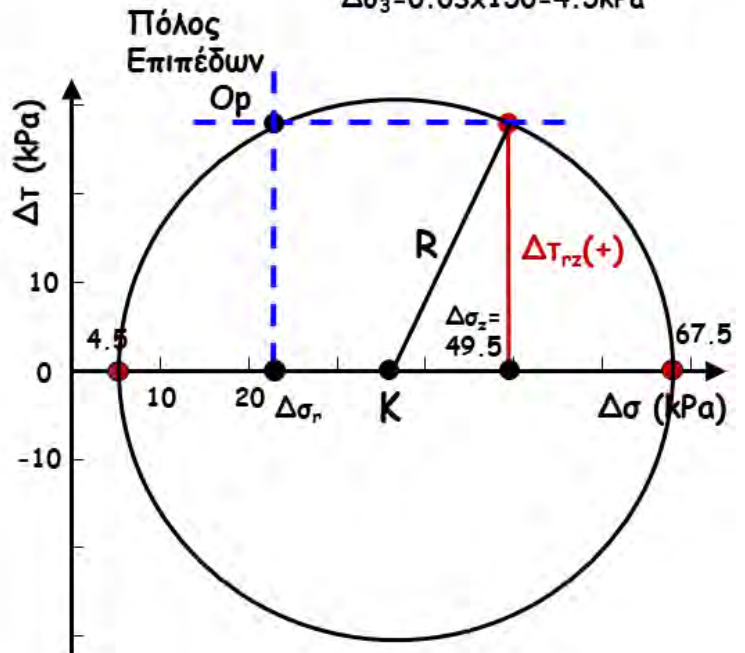
$\Delta\sigma_z = 0.33 \times 150 = 49.5 \text{ kPa}$

$\Delta\sigma_1/p = 0.45$

$\Delta\sigma_1 = 0.45 \times 150 = 67.5 \text{ kPa}$

$\Delta\sigma_3/p = 0.03$

$\Delta\sigma_3 = 0.03 \times 150 = 4.5 \text{ kPa}$



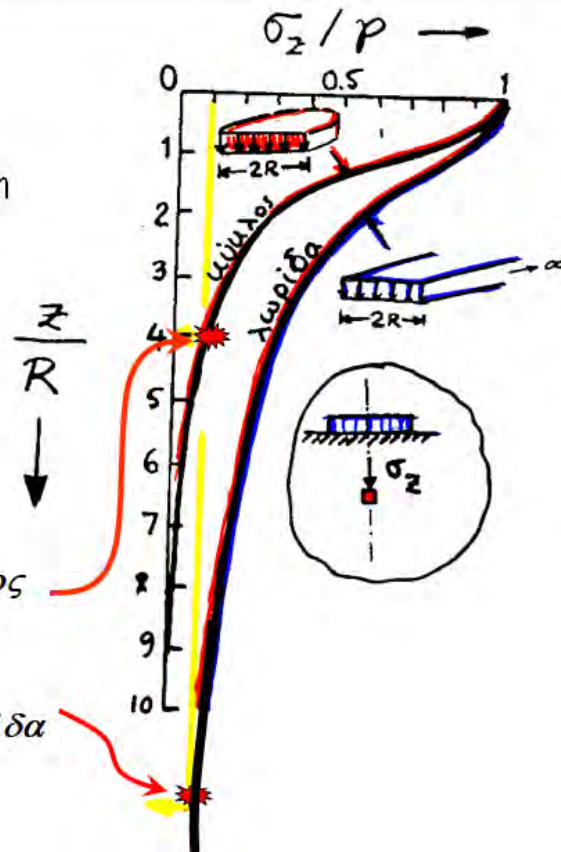
**δ. Χρήσιμες παρατηρήσεις-οδηγίες για την εφαρμογή των ελαστικών λύσεων στην πράξη**

**ΒΑΘΟΣ ΕΠΙΡΡΟΗΣ**

Είναι το βάθος το οποίο απαιτείται προκειμένου να μειωθεί η κατακόρυφη πρόσθετη τάση στο 10% της μέσης επιβαλλόμενης στην επιφάνεια του εδάφους

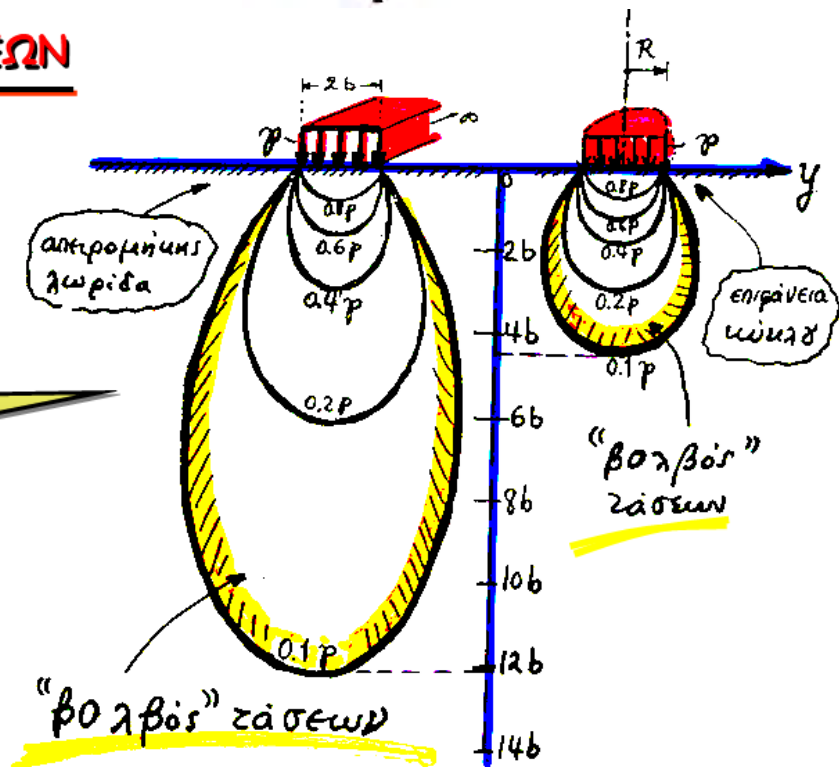
Βάθος Επιρροής  
"κυκλικού" και  
"λωριδωτού" φορτίου

$$\frac{\sigma_z}{p} = 0.10 \begin{cases} \frac{z}{R} \approx 4 & \text{κύκλος} \\ \frac{z}{R} \approx 12 & \text{λωρίδα} \end{cases}$$



**ΒΟΛΒΟΣ ΤΩΝ ΤΑΣΕΩΝ**

Ισοτασικές γραμμές της  $\sigma_z$



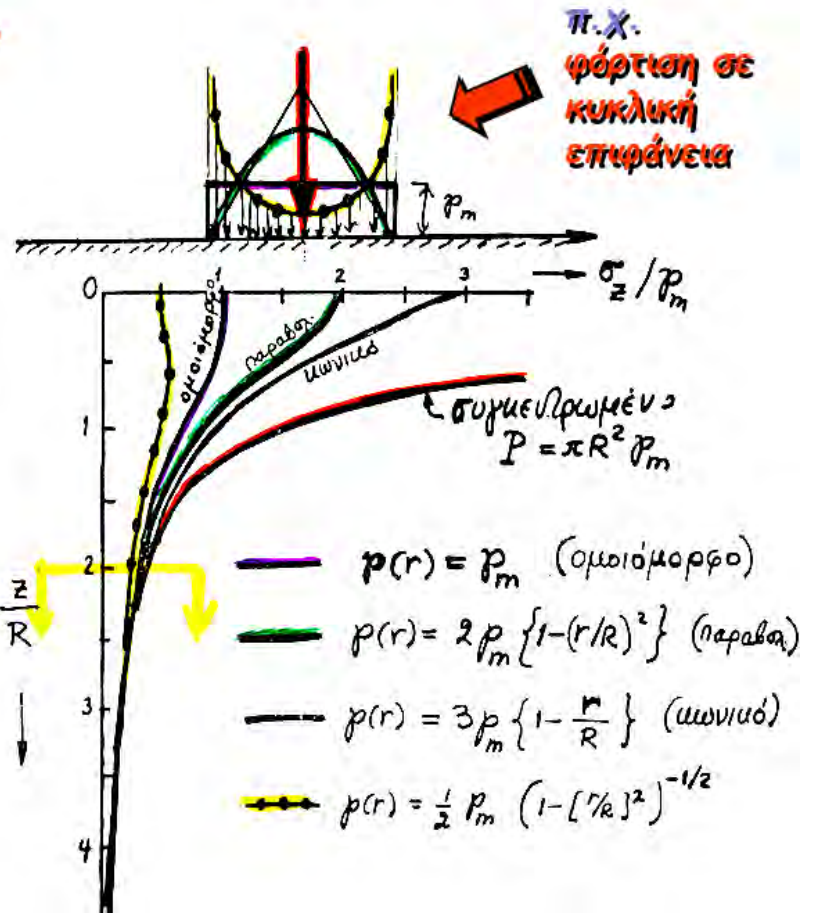
βάθος επιρροής  $\rightarrow \approx 12b$  : απειρομήκης λωρίδα  
 βάθος επιρροής  $\rightarrow \approx 4b$  : κυκλική επιφάνεια



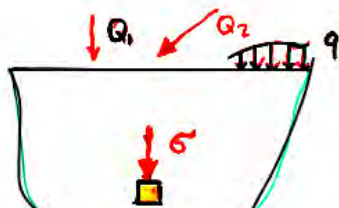
## ΑΡΧΗ SAINT VENANT

Σε απόσταση μεγαλύτερη από μια περίπου διάμετρο της φορτιζόμενης επιφάνειας, οι τάσεις είναι συνάρτηση της συνισταμένης της φόρτισης και όχι της κατανομής της.

**Στην πράξη** αυτό σημαίνει ότι, για τα βάθη αυτά μπορούμε να χρησιμοποιούμε τις σχέσεις από την Θ. Ελαστικότητας ακόμη και εάν δεν αντιστοιχούν στη κατανομή της επιβαλλόμενης φόρτισης. Αρκεί βέβαια η «πραγματική» και η «ισοδύναμη» φόρτιση να έχουν την ίδια συνισταμένη

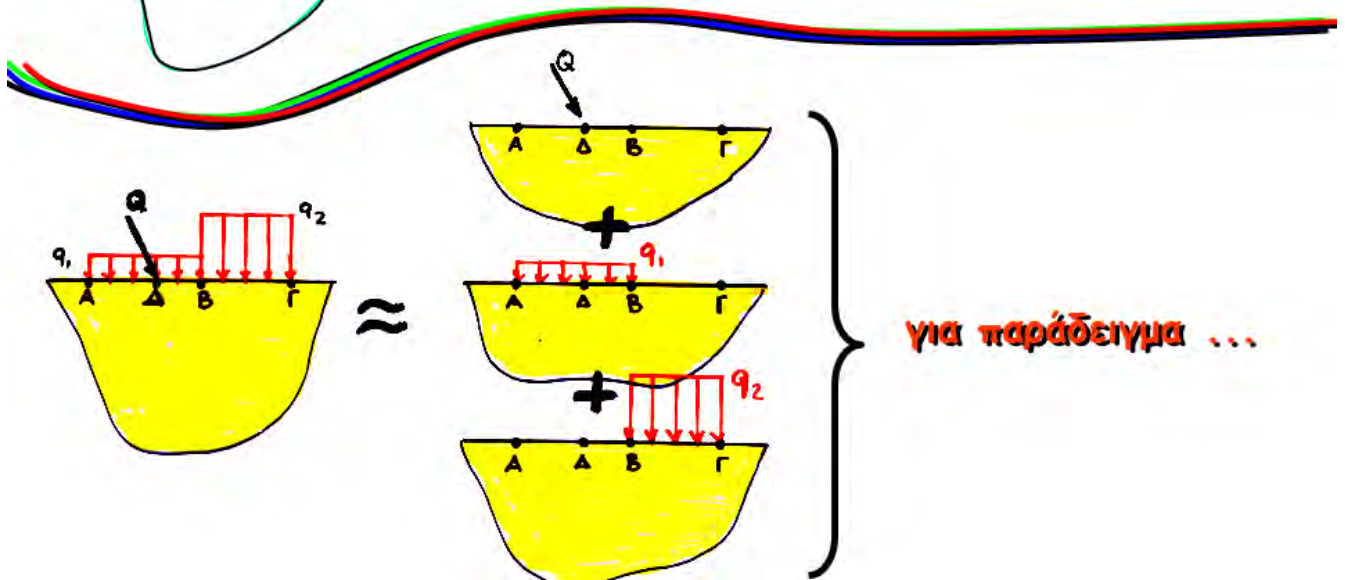


## Αρχή της ΕΠΙΛΛΗΛΙΑΣ των φορτίσεων



$$\sigma(Q_1 + Q_2 + \dots + q) = \sigma(Q_1) + \sigma(Q_2) + \dots + \sigma(q)$$

αλλά  $\epsilon(Q_1 + Q_2 + \dots + q) \neq \epsilon(Q_1) + \epsilon(Q_2) + \dots + \epsilon(q)$



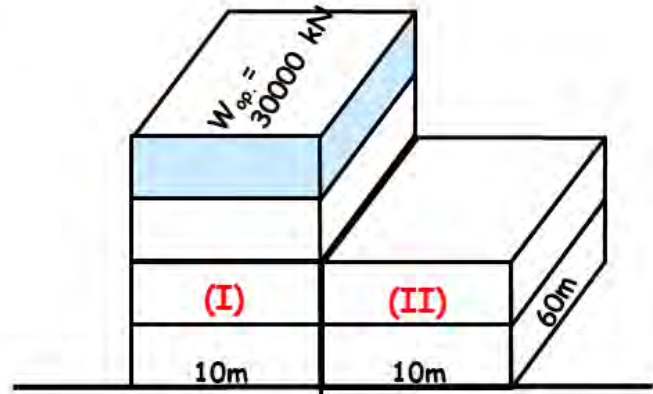
## Εφαρμογές επαλληλίας .....

Να υπολογισθούν οι πρόσθετες τάσεις και οι παραμορφώσεις που ασκούνται στο σημείο A μετά την κατασκευή των δύο κτηρίων και να σχεδιασθεί το παραμορφωμένο στοιχείο (σε ποιοτική προσέγγιση).

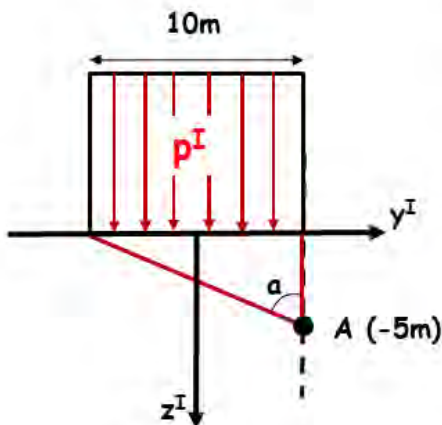
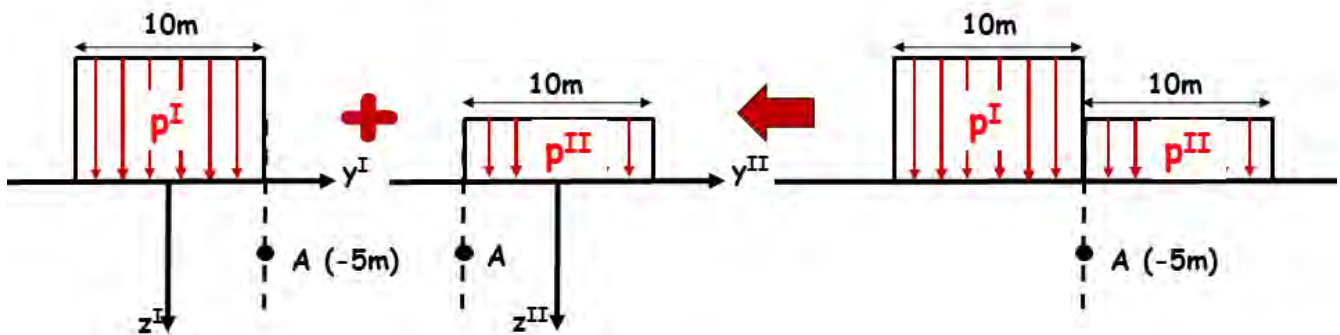
**Μέσες τάσεις επαφής:**

$$p^I = 4 \times 30000 / (10 \times 60) = 200 \text{ kPa}$$

$$p^{II} = 2 \times 30000 / (10 \times 60) = 100 \text{ kPa}$$



$E=4000 \text{ kPa}$   
 $\nu=1/3$



$$\tan \alpha = 10/5 = 2 \rightarrow \alpha = 63.43^\circ \text{ ή } 1.107 \text{ rad}$$

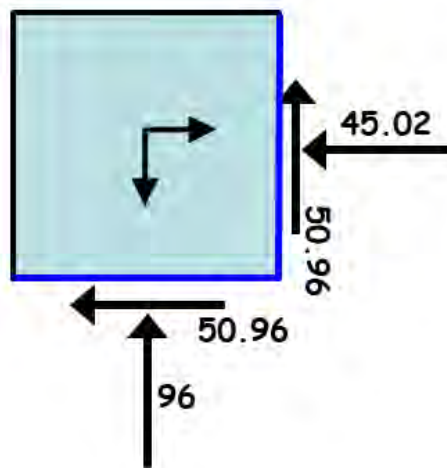
$$\beta = 0$$

$$p^I = 200 \text{ kPa} \rightarrow \dots\dots$$

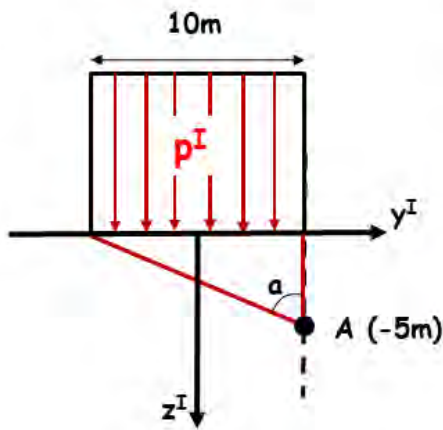
$$\Delta \sigma_z^I = 96 \text{ kPa}$$

$$\Delta \sigma_y^I = 45.02 \text{ kPa}$$

$$\Delta \tau_{yz}^I = 50.96 \text{ kPa}$$

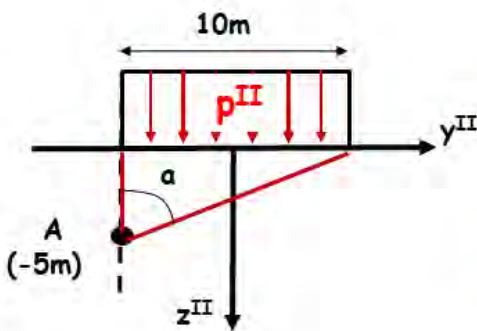
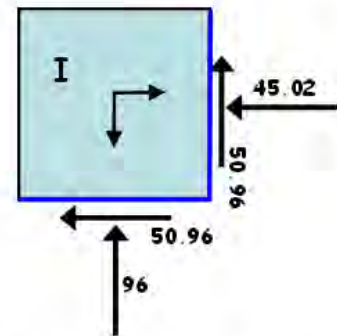






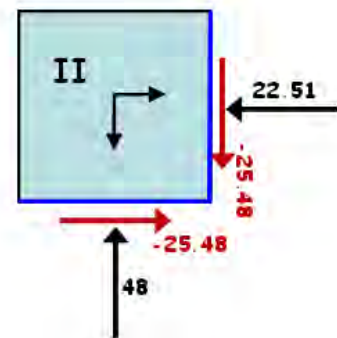
$\tan \alpha = 10/5=2 \rightarrow \alpha= 63.43^\circ \text{ ή } 1.107 \text{ rad}$   
 $\beta = 0$   
 $p^I = 200 \text{ kPa} \rightarrow \dots\dots$

$\Delta\sigma_z^I = 96 \text{ kPa}$   
 $\Delta\sigma_y^I = 45.02 \text{ kPa}$   
 $\Delta\tau_{yz}^I = 50.96 \text{ kPa}$

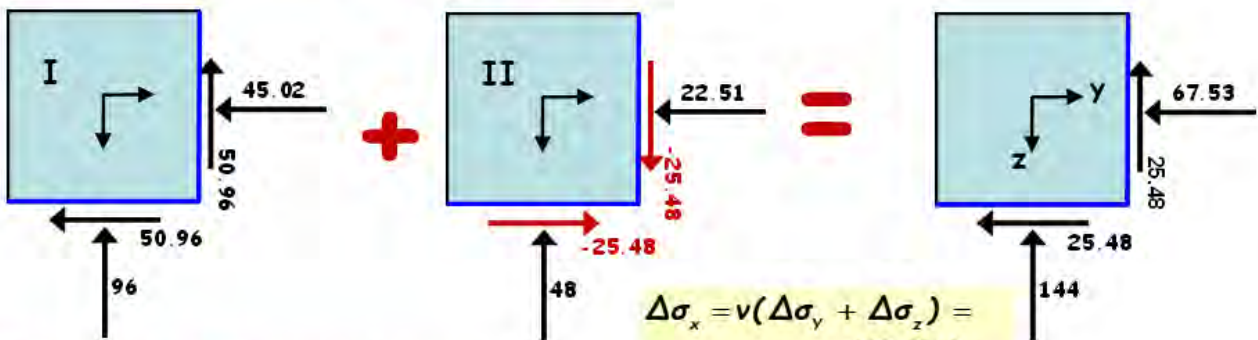


$\tan \alpha = 10/5=2 \rightarrow \alpha= 63.43^\circ \text{ ή } 1.107 \text{ rad}$   
 $\beta = -\alpha$   
 $p^{II} = 100 \text{ kPa} \rightarrow \dots\dots$

$\Delta\sigma_z^{II} = 48 \text{ kPa}$   
 $\Delta\sigma_y^{II} = 22.51 \text{ kPa}$   
 $\Delta\tau_{yz}^{II} = -25.48 \text{ kPa}$



Επαλληλία των τάσεων από  $p^I$  και  $p^{II}$ :



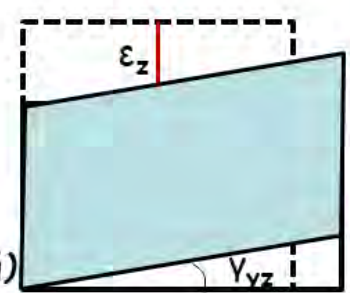
$\Delta\sigma_x = \nu(\Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z) = \dots = 70.5 \text{ kPa}$

Υπολογισμός Παραμορφώσεων:

$\epsilon_x = 0$  (επίπεδη παραμορφωση)  
 $\epsilon_z = \frac{1}{E} [\Delta\sigma_z - \nu(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)]$   
 $= \frac{1}{4000} [144 - 0.33(67.5 + 70.5)] = 2.45\% \text{ (θλιπτική)}$

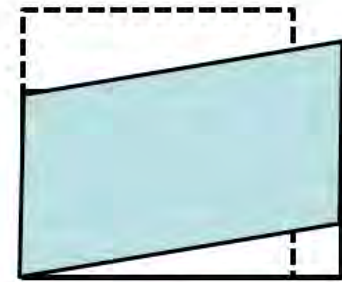
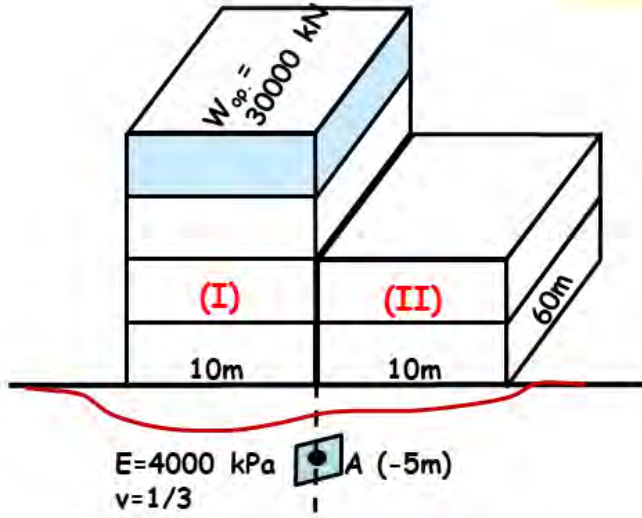
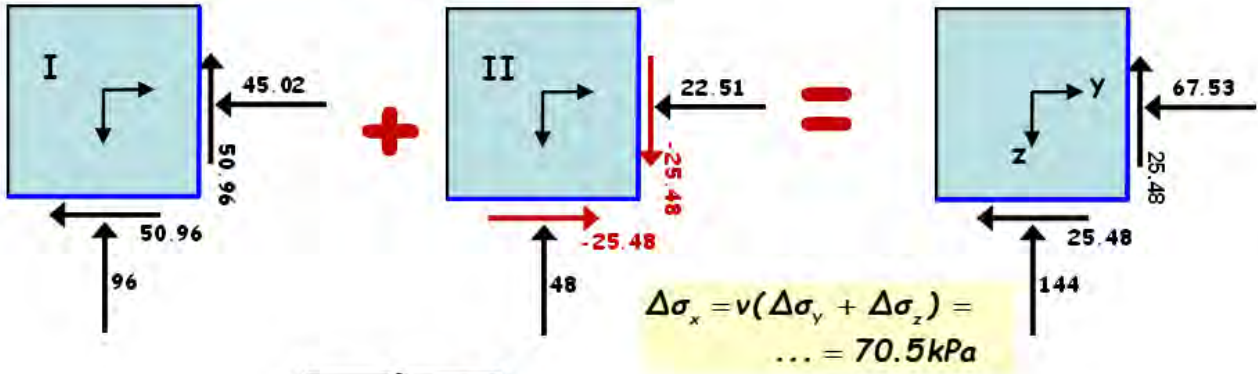
$\epsilon_y = \frac{1}{4000} [67.5 - 0.33(144 + 70.5)] = -0.10\% \text{ (εφελκυστική)}$

$\gamma_{yz} = \frac{2(1+\nu)}{E} \Delta\tau_{yz} = \frac{2(1+0.33)}{4000} 25.48 = 1.70\%$



είναι λογικό ???

Επαλληλία των τάσεων από  $p^I$  και  $p^{II}$ :



είναι λογικό ???



## Σύνοψη Κεφαλαίου 3

- ✦ Τάσεις που ασκούνται σε σημείο (+ ή -)
- ✦ Τάσεις που ασκούνται σε επίπεδο (+ ή -)
- ✦ Κύκλος Mohr (των τάσεων σε επίπεδο)
- ✦ Μέσες τάσεις εδάφους - τάσεις επαφής
- ✦ Ολικές - Ενεργές τάσεις & πιέσεις πόρων
- ✦ Η αρχή της ενεργού τάσης (Α.Ε.Τ.)
- ✦ Παραδείγματα της Α.Ε.Τ. από την φύση

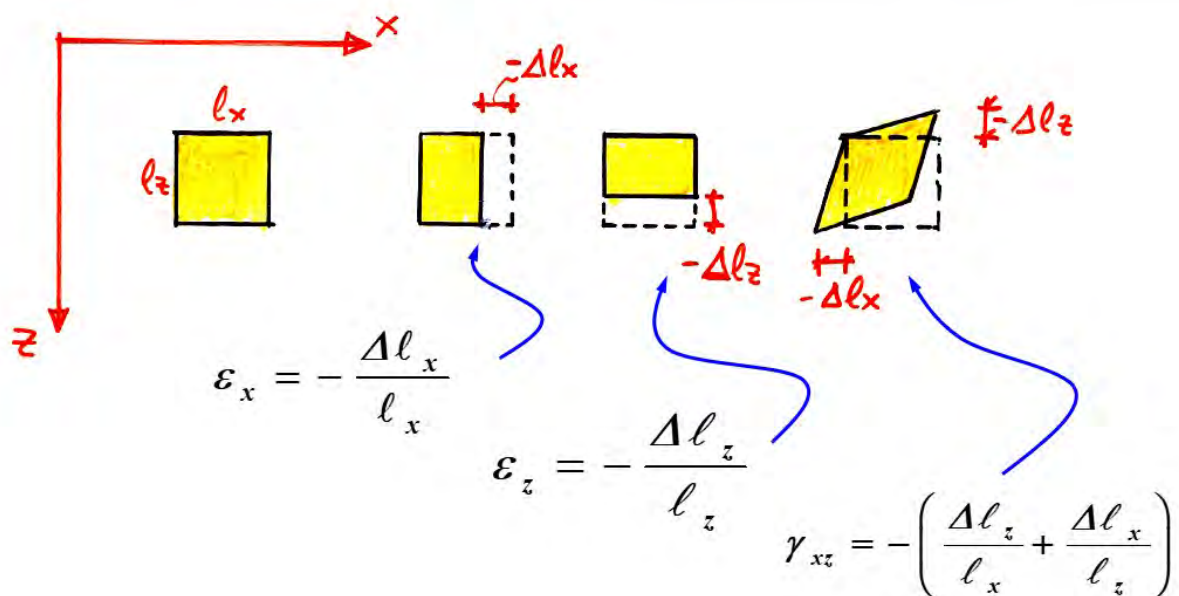
## Σύνοψη Κεφαλαίου 3 (συνέχεια)

- ✦ Γεωστατικές τάσεις
- ✦ Τάσεις λόγω εξωτερικών φορτίων
  - ομοιόμορφη φόρτιση λωρίδας
  - ομοιόμορφη φόρτιση κύκλου
- ✦ Βάθος επιρροής (& εφαρμογές)
- ✦ Αρχή της επαλληλίας των φορτίσεων (& εφαρμογές)
- ✦ Αρχή saint Venant (& εφαρμογές)

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΔΑΦΟΣ

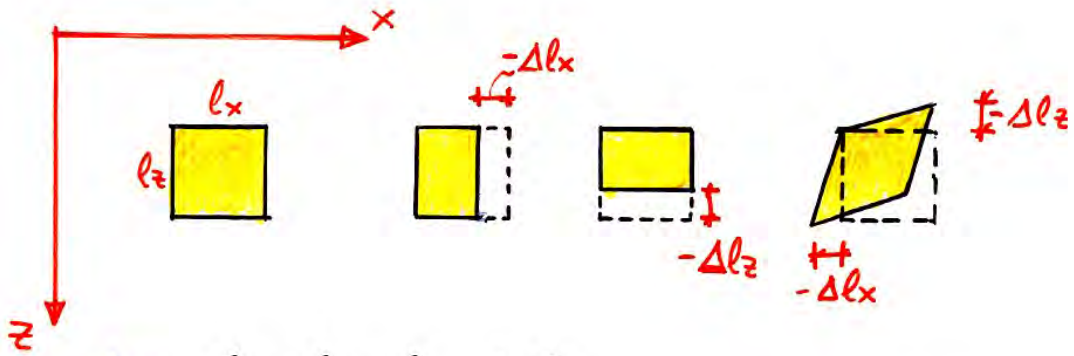
1. Παραμορφώσεις σε συνεχή μέσα : Ορισμοί
2. Σχέσεις τάσεων - παραμορφώσεων:  
Υπενθύμιση από την «Μηχανική»
3. Παραμορφώσεις σε α-συνεχή μέσα:  
Φύση και προέλευση των ελαστικών και των πλαστικών παραμορφώσεων

## 1. Παραμορφώσεις σε συνεχή μέσα : Ορισμοί



Τι σημαίνει το “-” στις παραπάνω σχέσεις:





όταν  $l_x, l_y, l_z \rightarrow 0$

$$\varepsilon_x = -\frac{\partial u_x}{\partial x} \quad \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} = -\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right)$$

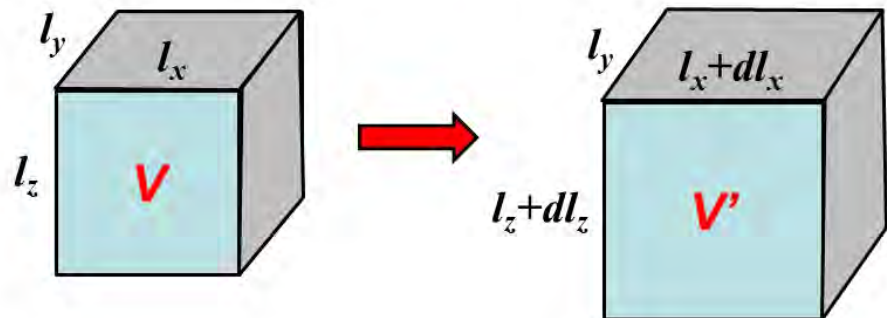
$$\varepsilon_y = -\frac{\partial u_y}{\partial y} \quad \gamma_{yz} = 2\varepsilon_{yz} = -\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\partial u_z}{\partial z} \quad \gamma_{zx} = 2\varepsilon_{zx} = -\left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right)$$

**Η ογκομετρική παραμόρφωση είναι:**

$$\varepsilon_{vol} = -dV/V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \text{ (γιατί!)}$$

**2Δ**  
παραμόρφωση



$$V = l_x \cdot l_z \cdot l_y$$

$$V' = (l_x + dl_x) \cdot (l_z + dl_z) \cdot l_y$$

$$= (l_x \cdot l_z \cdot l_y) + (dl_x \cdot l_z \cdot l_y) + (l_x \cdot dl_z \cdot l_y) + (dl_x \cdot dl_z \cdot l_y)$$

$$dV = V' - V = (dl_x \cdot l_z \cdot l_y) + (l_x \cdot dl_z \cdot l_y)$$

$$\varepsilon_{vol} = -\frac{dV}{V} = -\frac{(dl_x \cdot l_z \cdot l_y) + (l_x \cdot dl_z \cdot l_y)}{l_x \cdot l_z \cdot l_y} = -\frac{dl_x}{l_x} - \frac{dl_z}{l_z} = \varepsilon_x + \varepsilon_z$$

**3Δ** ....

$$\varepsilon_{vol} = -\frac{dV}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

## 2. Σχέσεις Τάσεων - Παραμορφώσεων

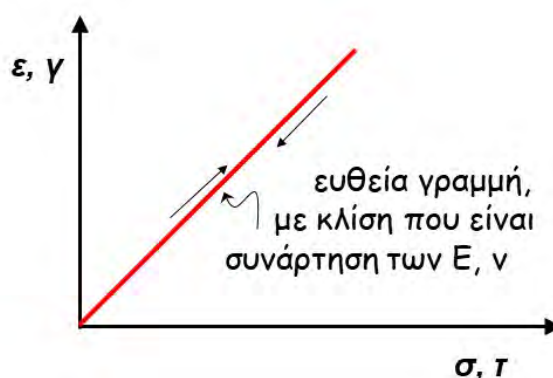
### • Γραμμικώς Ελαστικά Υλικά

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ & & & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ & & & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}$$

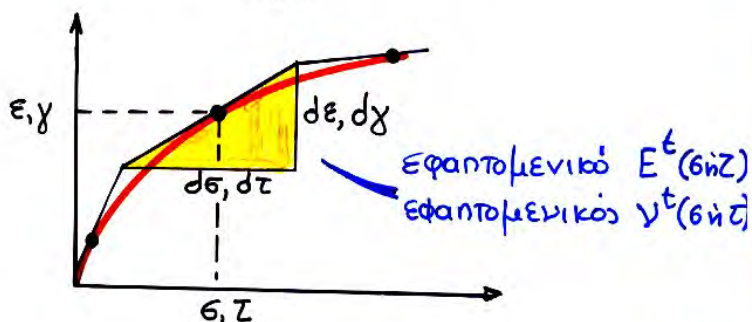
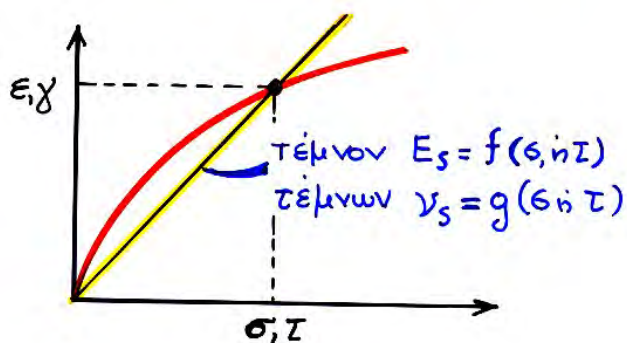
(συμμετρικός)

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y - \nu\sigma_z)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}$$



### • Ελαστο-πλαστικά εδάφη



Για τα ελαστο-πλαστικά εδάφη ισχύουν οι «ελαστικές» σχέσεις τάσεων- παραμορφώσεων, μόνον που τώρα συνδέουν την μεταβολή της τάσης και της παραμόρφωσης. Επιπλέον, οι ελαστικές σταθερές (E και ν) αντικαθίστανται με τις

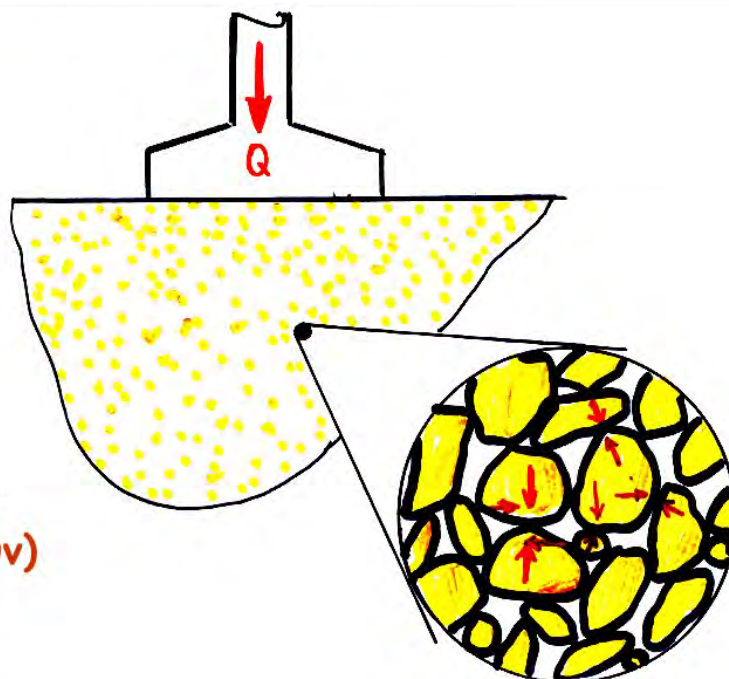
$$E_s \text{ ή } E^t \text{ και } \nu_s \text{ ή } \nu^t$$

π.χ.

$$d\epsilon_x = \frac{1}{E^t} (d\sigma_x - \nu^t d\sigma_y - \nu^t d\sigma_z)$$



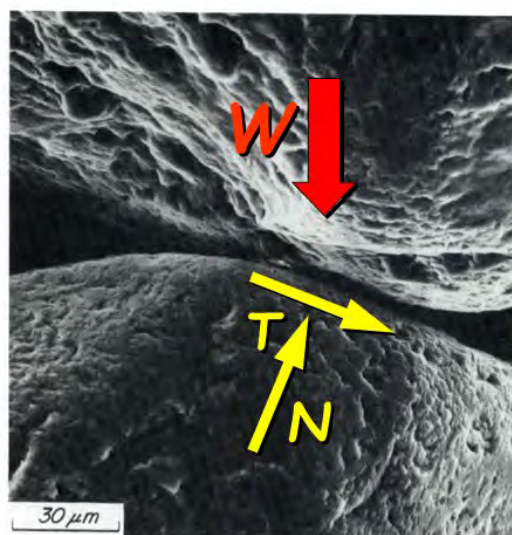
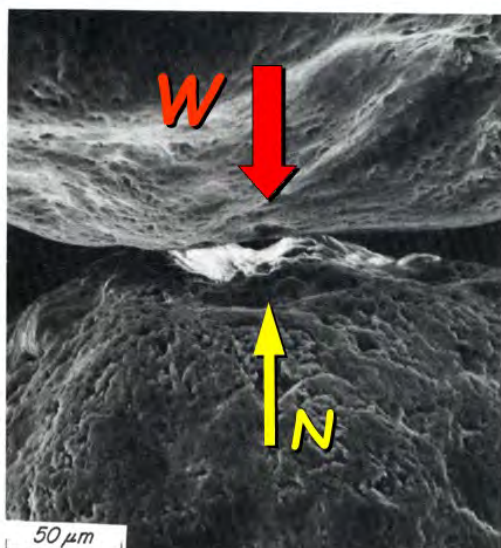
### 3. Παραμορφώσεις σε Α-συνεχή μέσα



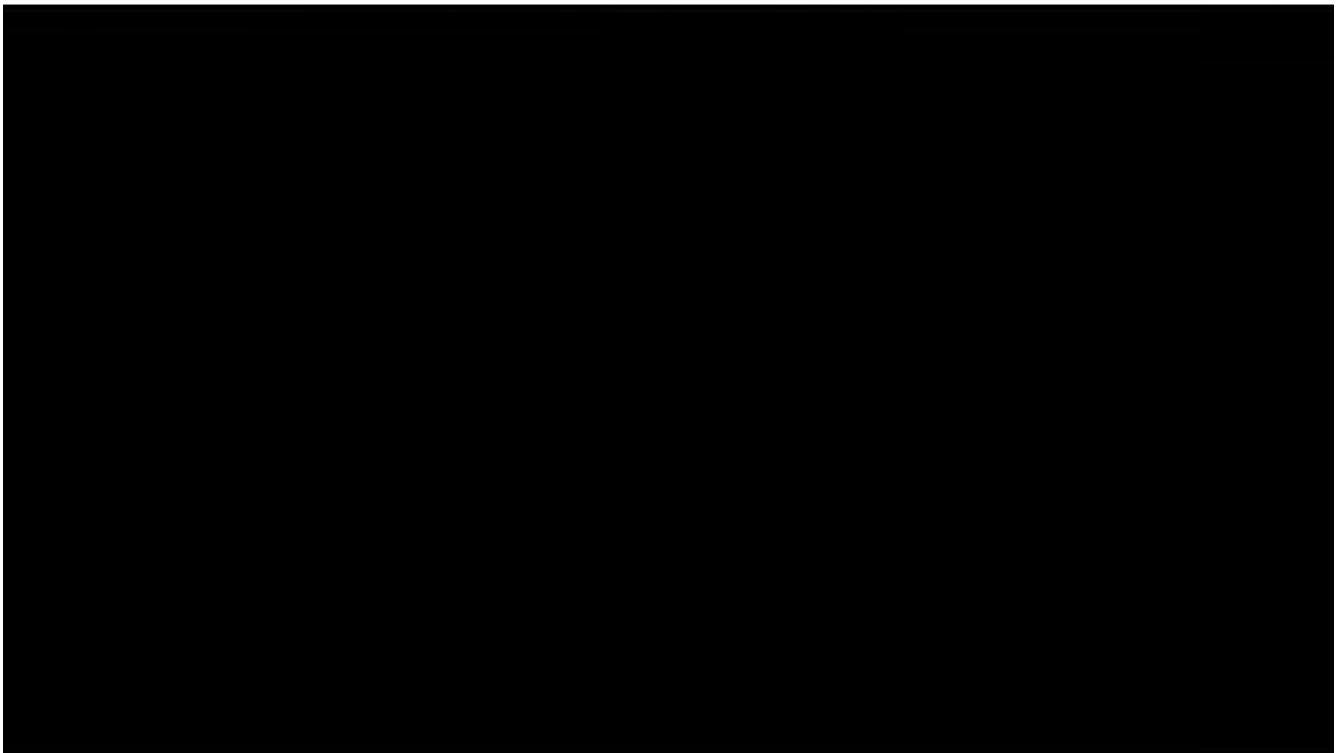
Φύση και προέλευση των  
(ελαστικών και πλαστικών)  
παραμορφώσεων:

- παραμόρφωση κόκκων
- σχετική μετακίνηση (ολίσθηση και στροφή) των κόκκων

**Παραμόρφωση των ΚΟΚΚΩΝ μη-συνεκτικών εδαφών  
(άμμων, χαλίκων, κλπ.)**



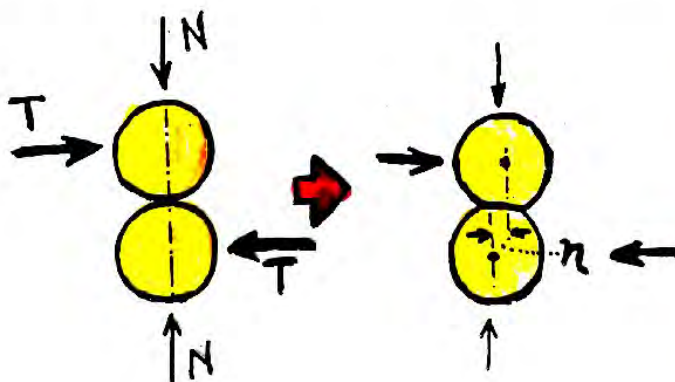
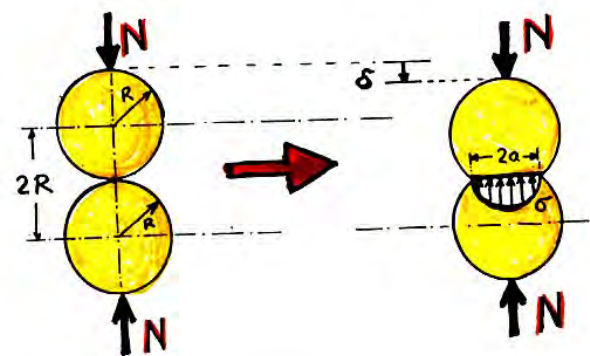
- Video "granular trip" (για την τάξη)



### Hertz (1881):

κατακόρυφη  
παραμόρφωση

$$\delta = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{3(1-\nu)}{G} \right\}^{2/3} \cdot R^{-1/3} \cdot N^{2/3}$$



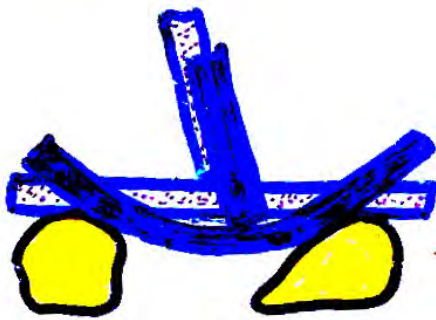
### Mindlin (1949):

οριζόντια  
παραμόρφωση

$$\eta \propto \left[ 1 - \left( 1 - \frac{T}{f * N} \right)^{2/3} \right]$$

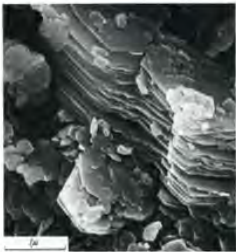


# Παραμόρφωση των ΚΟΚΚΩΝ συνεκτικών εδαφών (αργίλων, ιλύων, κλπ.)



Κάμψη κυρίως των  
αργιλικών πλακιδίων

βέλος κάμψης  $\delta$



Καολινίτης  
Ε.Ε. = 5-15 m<sup>2</sup>/gr



Μοντμοριλονίτης  
Ε.Ε. = 800 m<sup>2</sup>/gr



Ιλλίτης  
Ε.Ε. = 80-100m<sup>2</sup>/gr

## ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

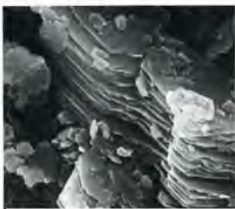
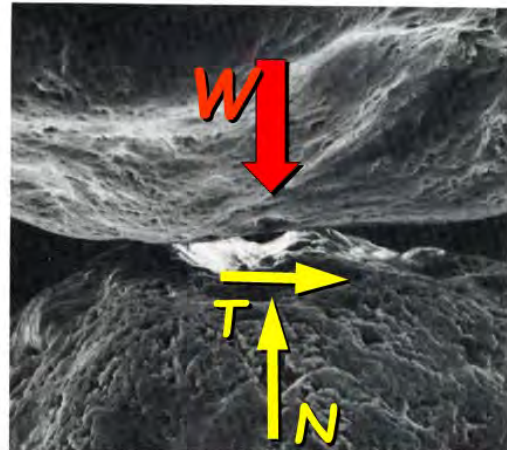
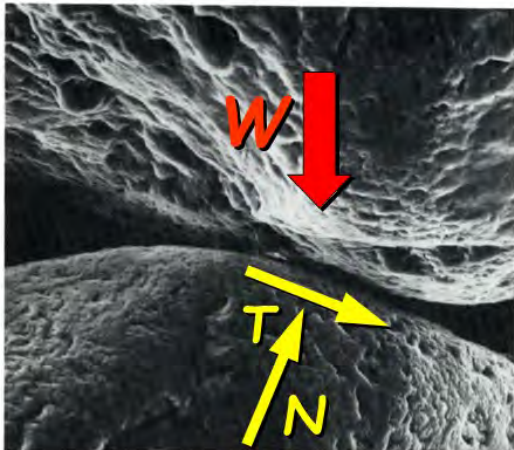
Τόσο στα συνεκτικά όσο και στα μη-συνεκτικά εδάφη  
η παραμόρφωση των κόκκων είναι  
σχετικά μικρή και επιπλέον αντιστρεπτή,  
είναι δηλαδή **ΕΛΑΣΤΙΚΗ**,  
(εκτός βέβαια και εάν επέλθει θραύση λόγω  
επιβολής πολύ μεγάλων τάσεων)



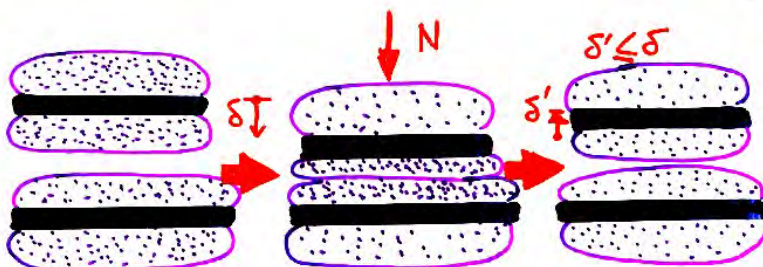
# Σχετική Μετακίνηση των ΚΟΚΚΩΝ



- ολίσθηση και στροφή κόκκων ΑΜΜΟΥ
- **ΜΗ ΑΝΑΣΤΡΕΨΙΜΗ**, δηλαδή πλαστική παραμόρφωση



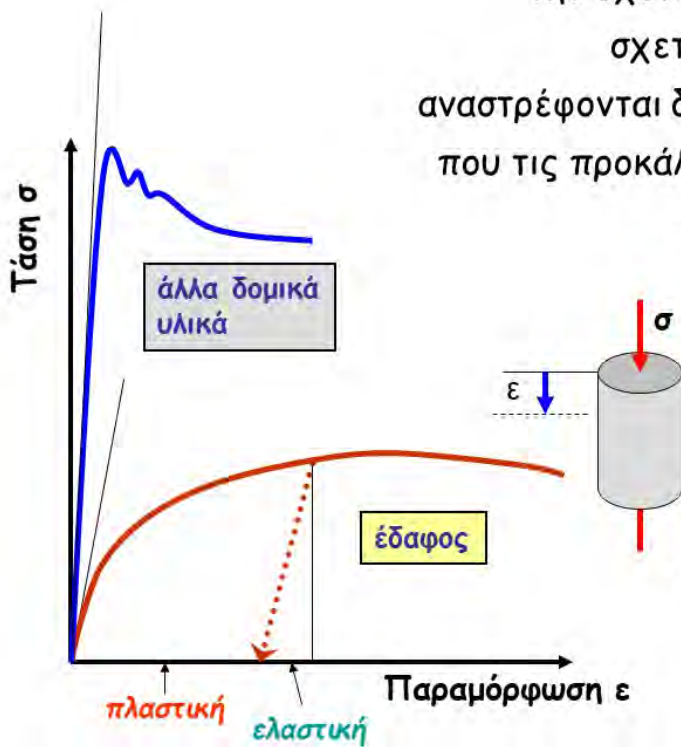
- αναδιάταξη πλακιδίων ΑΡΓΙΛΟΥ (αλλαγή δομής)
- έντονα **πλαστική** (μη αναστρέψιμη) παραμόρφωση



- "πλησίασμα" πλακιδίων ΑΡΓΙΛΟΥ
- **ελαστο-πλαστική** παραμόρφωση



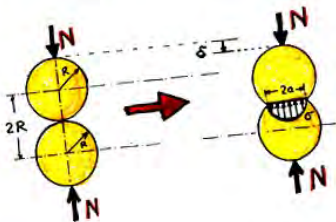
Εν γένει, οι παραμορφώσεις που προκύπτουν από την σχετική μετακίνηση των κόκκων είναι σχετικά μεγάλες και "πλαστικές" δεν αναστρέφονται δηλαδή όταν αφαιρεθεί το φορτίο που τις προκάλεσε. Πλαστικές παραμορφώσεις έχουμε και σε άλλα δομικά υλικά (π.χ. χάλυβας, σκυρόδεμα). Εκεί όμως εμφανίζονται για μεγάλα σχετικά φορτία (πλησίον της αστοχίας) αντίθετα με τα εδάφη όπου η εμφάνισή τους γίνεται αισθητή ακόμη και κατά τα αρχικά στάδια επιβολής της φόρτισης.



## Παράγοντες που επηρεάζουν την παραμορφωσιμότητα

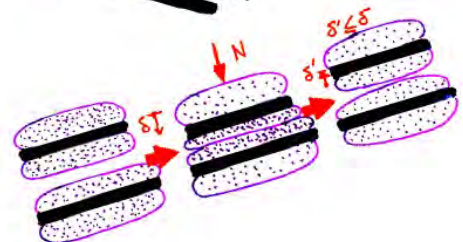
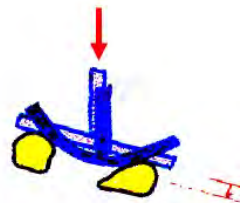
μη συνεκτικά εδάφη  
(άμμοι, χάλικες)

- σχήμα κόκκων
- κοκκομετρική διαβάθμιση
- πυκνότητα δομής ( $e, n, D_r$ )



συνεκτικά εδάφη  
(άργυλοι, ιλύες)

- Φυσική Υγρασία
- Όρια Atterberg (LL, PL, PI, ...)



## ΚΕΦΑΛΑΙΟ V:

# ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΕΔΑΦΙΚΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ

### 1. Οι συνηθέστερες δοκιμές της Εδαφομηχανικής

### 2. Μονοδιάστατη Συμπίεση

- Τυπική συμπεριφορά ( $\sigma'_v - \epsilon_v$ )
- Μέτρο Συμπίεσης (D)
- Φόρτιση - αποφόρτιση - επαναφόρτιση
- Συντελεστής ουδέτερης ώθησης γαιών  $K_0$
- Υπολογισμός Καθιζήσεων

καθίζηση  
θεμελιώσεων

### 3. Διατμητική Φόρτιση (Απλή Διάτμηση)

- Τυπική συμπεριφορά
- ΔΙΑΣΤΟΛΙΚΟΤΗΤΑ
- Άμμοι - επίδραση του  $D_r$
- Άργιλοι - επίδραση του OCR

αστοχία  
εδάφους

### 4. 3-αξονική Φόρτιση

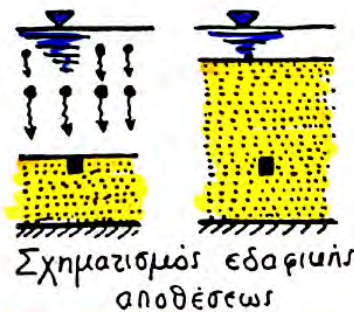
## 1. Οι συνηθέστερες δοκιμές της εδαφομηχανικής

Γεωτεχνικά Προβλήματα



Δοκιμές Γεωτεχνικής

I



Σχηματισμός εδαφικής αποθέσεως

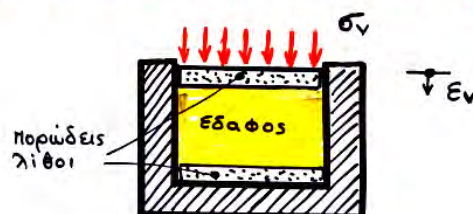


Ομοιόμορφη επιφόρτιση μεγάλης εύτασης



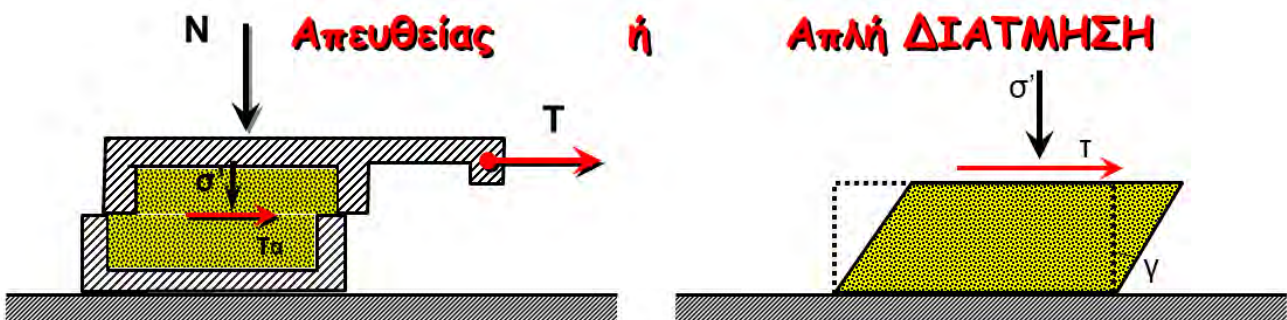
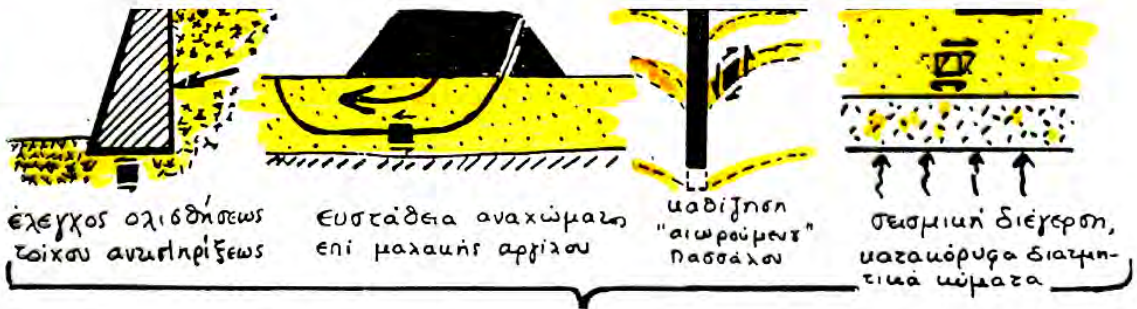
Θεμελίωση επί αλαθούς εδαφικού στρώματος επί βράχου

Μονοδιάστατη συμπίεση ( $\epsilon_h = 0$ )



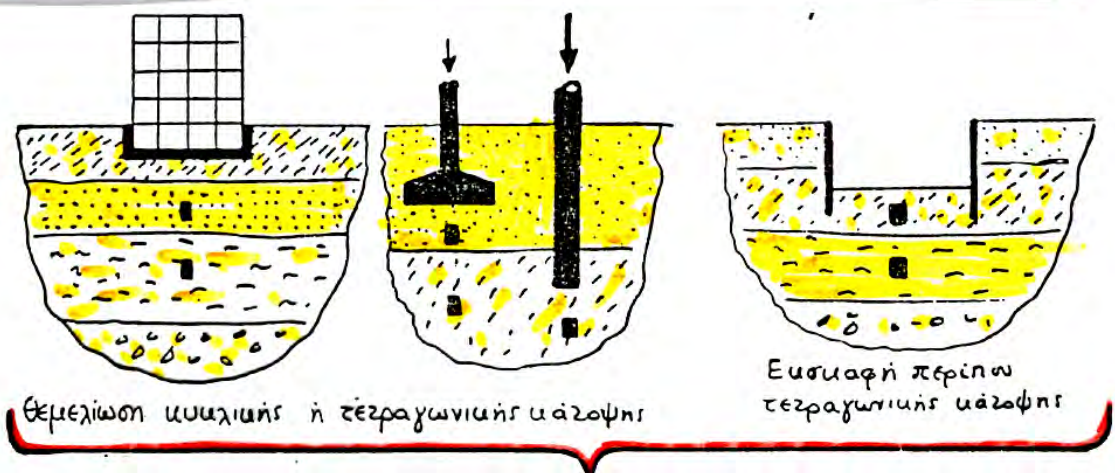


II

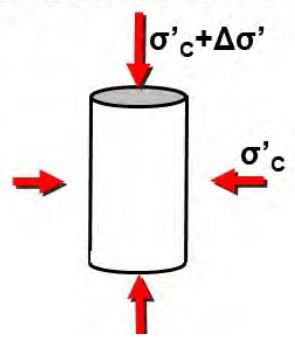


**Γεωτεχνικά Προβλήματα ↔ Δοκιμές Γεωτεχνικής**

III

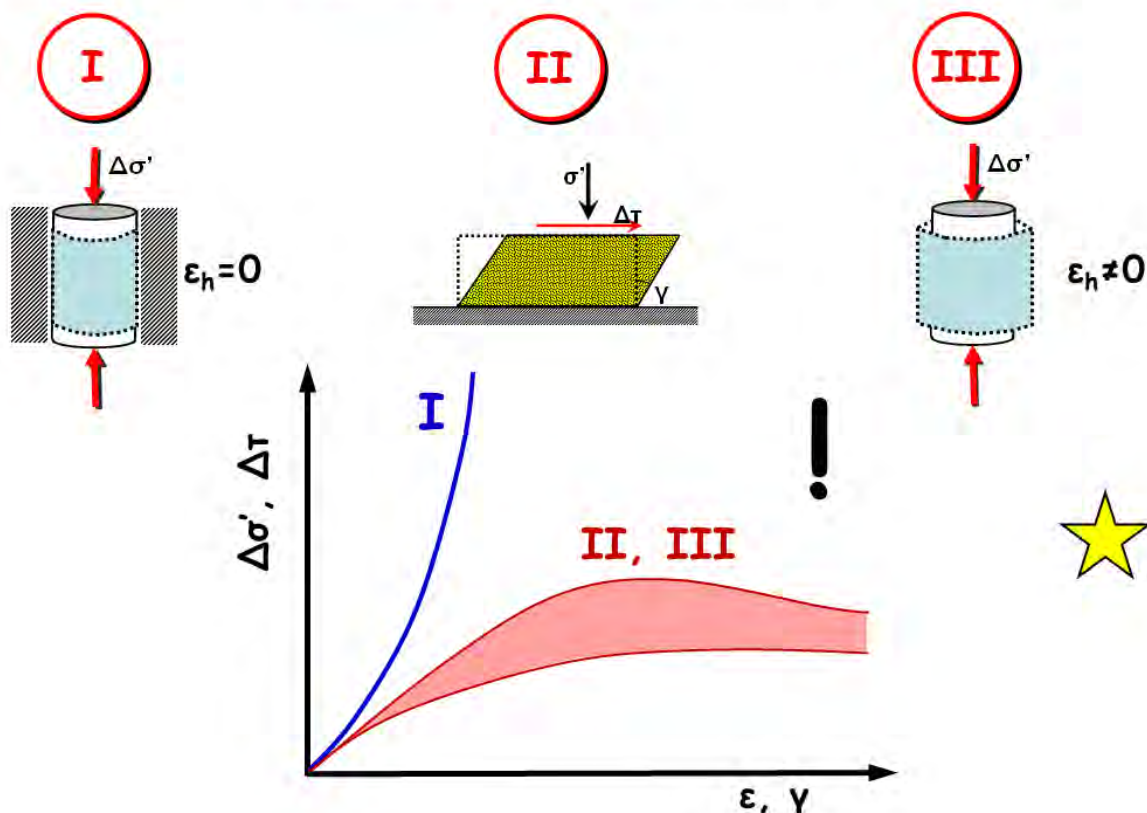


**ΤΡΙΑΞΟΝΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ( $\epsilon_h \neq 0$ )**

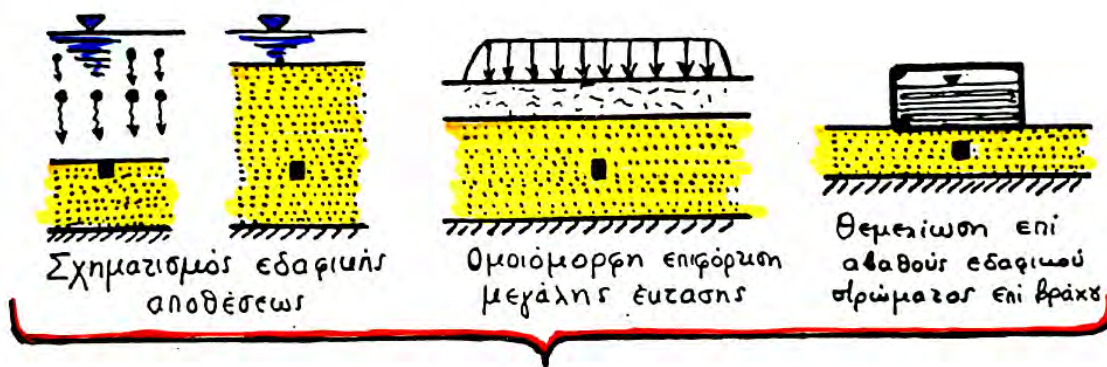


Η μηχανική συμπεριφορά του εδάφους

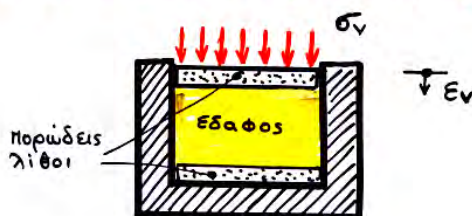
είναι εντελώς διαφορετική για κάθε τύπο φόρτισης .....



## 2. ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ (1-Δ) ΣΥΜΠΙΕΣΗ

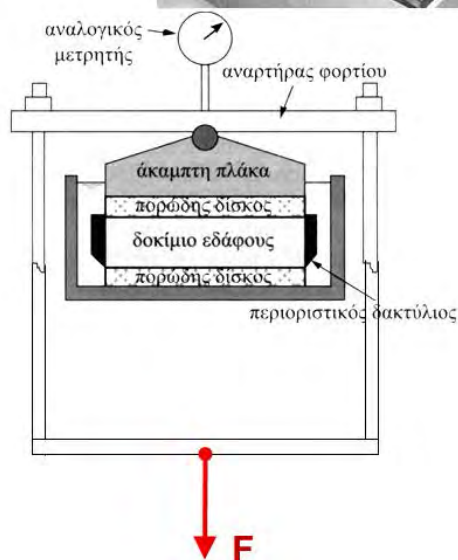


### Μονοδιάστατη συμπίεση ( $\epsilon_h = 0$ )





# Συμπιεσόμετρο Terzaghi



## α. Ελαστική συμπεριφορά



- ⊕  $\sigma'_v - \epsilon_v$  ?
- ⊕  $\sigma'_h = ?$
- ⊕ αποφόρτιση - επαναφόρτιση ?

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma'_x - \nu \sigma'_v - \nu \sigma'_z)$$

$$\epsilon_h = \frac{1}{E} (\sigma'_h - \nu \sigma'_h - \nu \sigma'_v)$$

$$= \frac{1}{E} [(1 - \nu) \sigma'_h - \nu \sigma'_v] = 0$$

$$\sigma'_h = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma'_v \quad \text{ή}$$

$$\sigma'_h = k_o \sigma'_v \quad \& \quad k_o = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

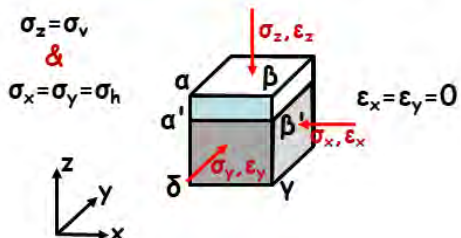
$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma'_z - \nu \sigma'_v - \nu \sigma'_x)$$

$$\epsilon_v = \frac{1}{E} (\sigma'_v - 2\nu \sigma'_h) = \frac{1}{E} \left( \sigma'_v - 2\nu \cdot \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma'_v \right)$$

$$= \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E \cdot (1 - \nu)} \sigma'_v = \frac{\sigma'_v}{D}$$

$$\epsilon_v = \frac{\sigma'_v}{D}, \quad D = \frac{1 - \nu}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} E$$

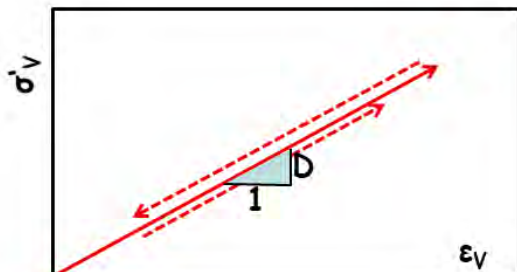
(Μέτρο Μονοδιάστατης Συμπίεσης)  
 $(\nu = 1/3 \dots \Rightarrow D = 1.50E)$



$$\sigma'_h = k_o \sigma'_v \quad \& \quad k_o = \frac{\nu}{1 - \nu}$$



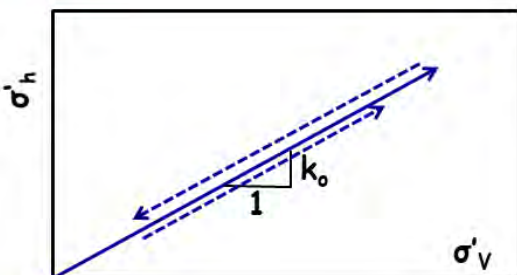
$\sigma'_v - \epsilon_v$  ?  
 $\sigma'_h = ?$   
 αποφόρτιση - επαναφόρτιση ?



$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\sigma'_z - \nu \sigma'_y - \nu \sigma'_x)$$

$$\epsilon_v = \frac{1}{E} (\sigma'_v - 2\nu \sigma'_h) = \frac{1}{E} \left( \sigma'_v - 2\nu \cdot \frac{\nu}{1-\nu} \sigma'_v \right)$$

$$= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E \cdot (1-\nu)} \sigma'_v = \frac{\sigma'_v}{D}$$

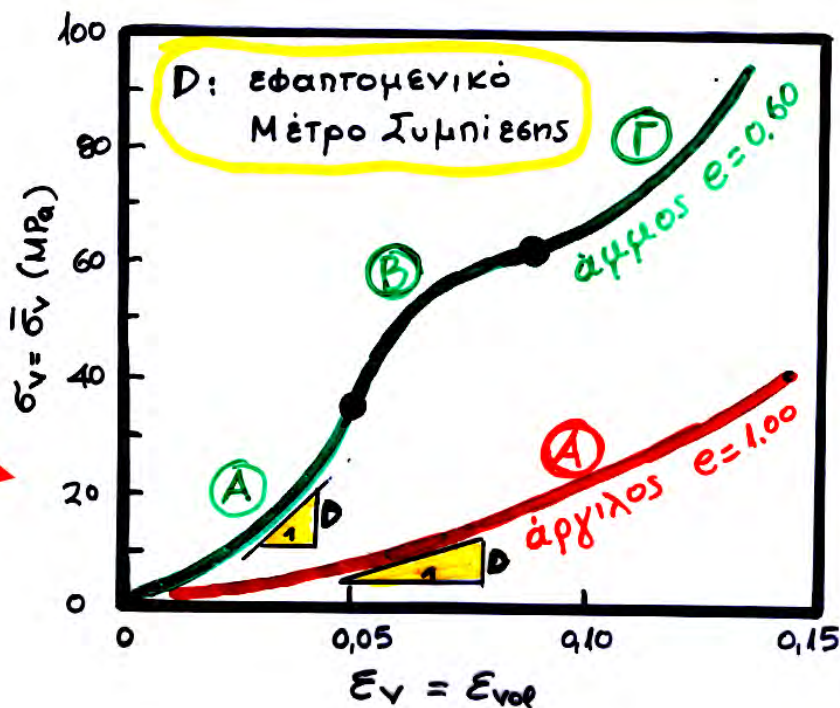
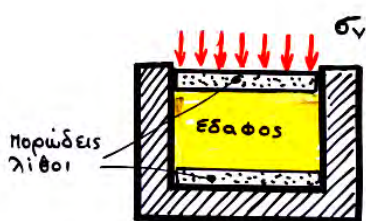


$$\epsilon_v = \frac{\sigma'_v}{D}, \quad D = \frac{1-\nu}{(1-2\nu)(1+\nu)} E$$

(Μέτρο Μονοδιάστατης Συμπίεσης)  
 $(\nu = 1/3 \dots \Rightarrow D = 1.50E)$

$$\sigma'_h = k_0 \sigma'_v \quad \& \quad k_0 = \frac{\nu}{1-\nu}$$

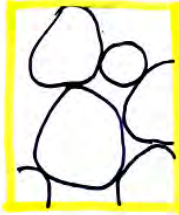
## β. Πραγματική συμπεριφορά $\sigma'_v - \epsilon_v$



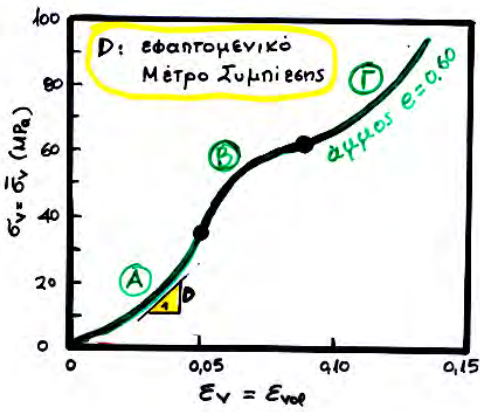


**άμμοι**

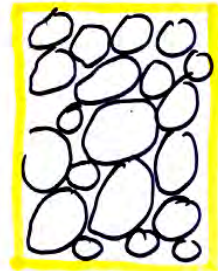
κλάδος A: ΚΡΑΤΥΝΣΗ



κλάδος B: ΧΑΛΑΡΩΣΗ



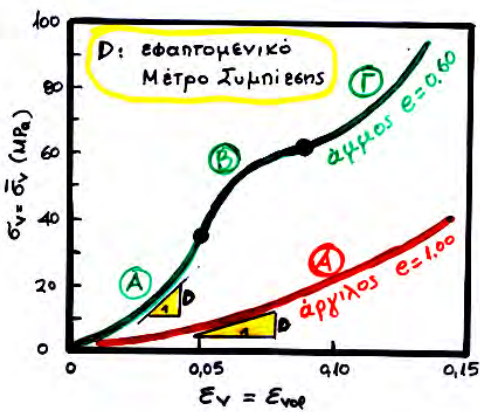
κλάδος Γ: ΚΡΑΤΥΝΣΗ (άλλη άμμος)



**άργιλοι**



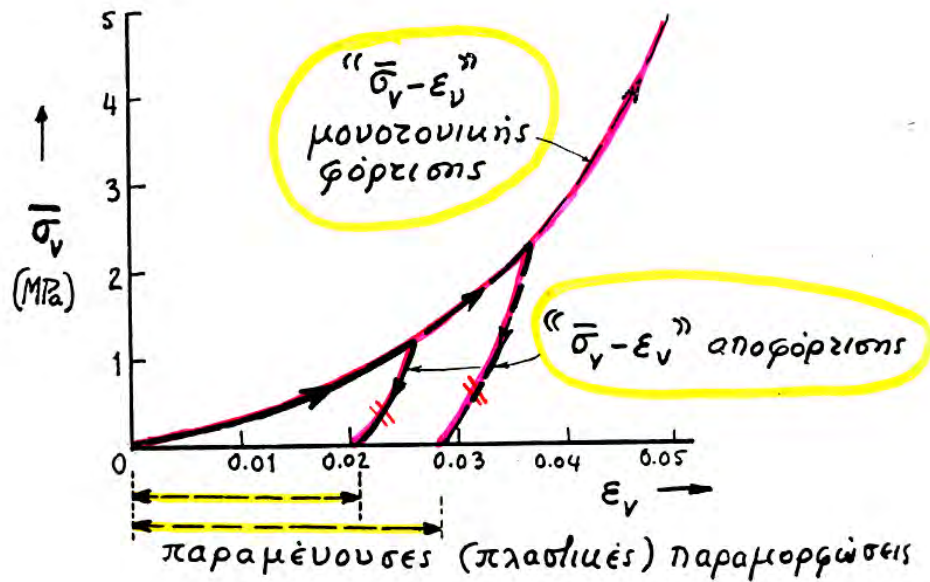
κλάδος A: μόνον ΚΡΑΤΥΝΣΗ



ΕΠΙΠΛΕΟΝ

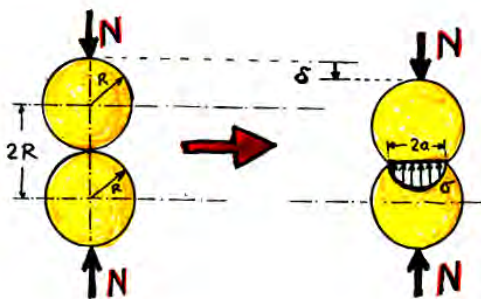
$$D_{\text{αργίλου}} \ll D_{\text{άμμου}}$$

## γ. Φόρτιση - Αποφόρτιση



### Γιατί «πλαστικές» παραμορφώσεις??

Οι παραμορφώσεις στο έδαφος οφείλονται (Κεφ. 4) στην ....



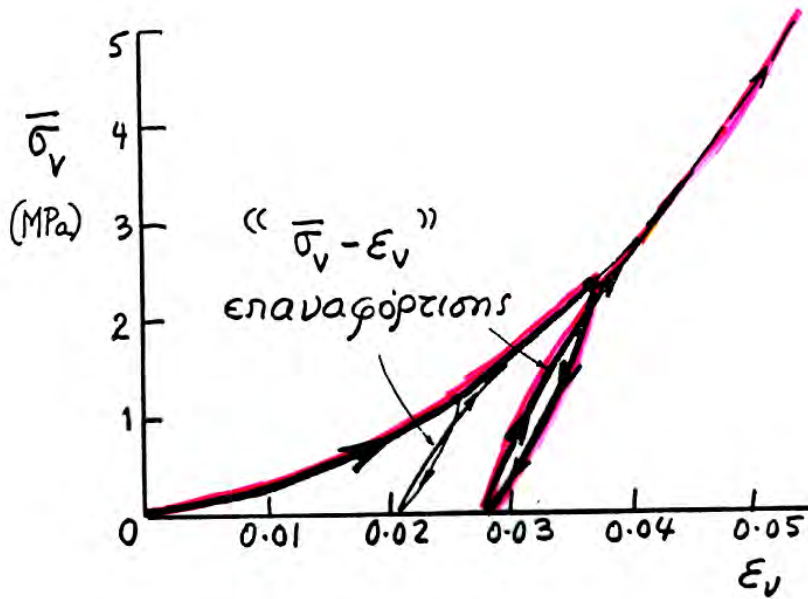
- παραμόρφωση κόκκων αναστρέψιμη ..... (δηλ. "ΕΛΑΣΤΙΚΗ")



- σχετική μετακίνηση (ολίσθηση και στροφή) των κόκκων  
**ΜΗ** αναστρέψιμη ..... (δηλ. παραμένουσα ή "ΠΛΑΣΤΙΚΗ")



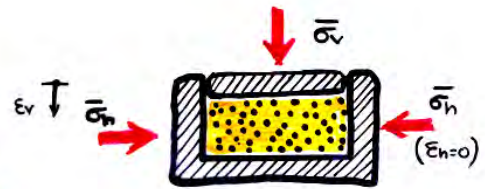
## γ. Φόρτιση - Αποφόρτιση - Επαναφόρτιση



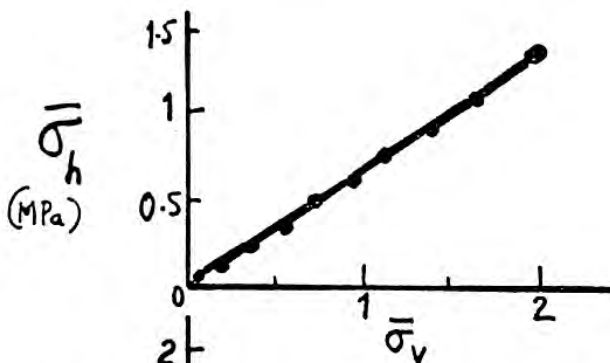
$D_{\text{αποφ}} \approx D_{\text{επαναφ}} \gg D_{\text{φόρτισης}}$

## δ. Συντελεστής ουδέτερης (γεωστατικής) ώθησης γαιών

Φόρτιση



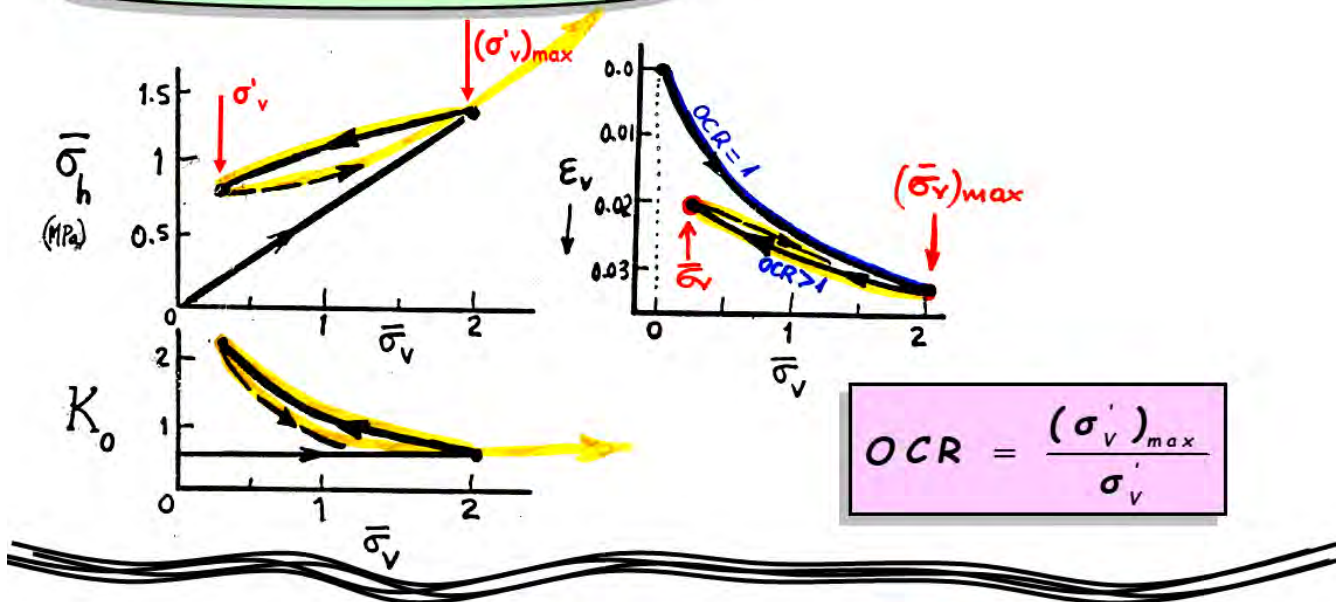
$$K_o = \frac{\bar{\sigma}_h}{\bar{\sigma}_v}$$



$K_o$

$K_o = 0.50 \pm 0.10$

## αποφόρτιση - επαναφόρτιση



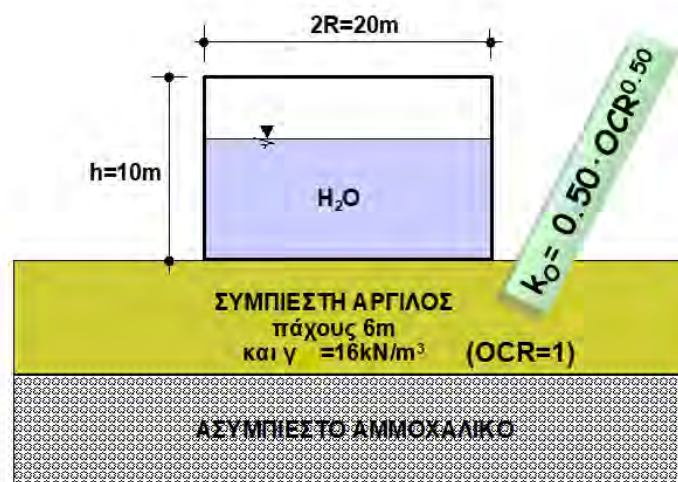
υπολογισμός  
του  $K_0$

- αρχική φόρτιση:  $K_0 = 1 - \sin \varphi$
- αποφόρτιση-επαναφόρτιση:  $K_0 = (1 - \sin \varphi) OCR^{\sin \varphi}$   
( $\varphi = \text{γωνία τριβής, } \tan \varphi = \mu$ )
- από θεωρία ελαστικότητας:  $K_0 = \nu / (1 - \nu)$

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ Ι

Να υπολογισθούν οι τάσεις (κατακόρυφη και οριζόντια) στο μέσον της αργιλικής στρώσης για

- (α) αρχικό γέμισμα της δεξαμενής έως τα +5m
- (β) ακόλουθο άδειασμα της δεξαμενής
- (γ) ξανα-γέμισμα της δεξαμενής έως τα +10m





➤ Γεωστατικές συνθήκες (z=3.0m)

$$\sigma'_{vo} = 3 \times 16 = 48 \text{ kPa} (= \sigma'_{vmax})$$

$$OCR = \sigma'_{vmax} / \sigma'_{vo} = 1.0$$

$$k_o = 0.50 \cdot OCR^{0.50} = 0.50$$

$$\sigma'_{ho} = 0.50 \times 48 = 24 \text{ kPa}$$

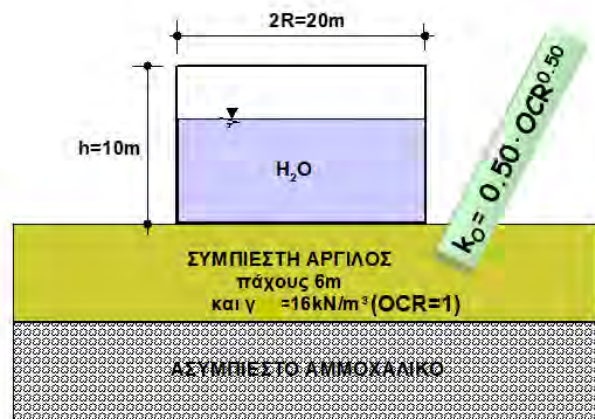
(α) αρχικό γέμισμα της δεξαμενής έως τα +5m

$$\sigma'_{va} = 48 + 5 \times 10 = 98 \text{ kPa}$$

$$OCR = \sigma'_{vmax} / \sigma'_{va} = 1.0$$

$$k_o = 0.50 \cdot OCR^{0.50} = 0.50$$

$$\sigma'_{ha} = 0.50 \times 98 = 49 \text{ kPa}$$



(β) ακόλουθο άδειασμα της δεξαμενής

$$\sigma'_{v\beta} = \sigma'_{vo} = 48 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{vmax} = 98 \text{ kPa}$$

$$OCR = \sigma'_{vmax} / \sigma'_{v\beta} = 98/48 = 2.04$$

$$k_o = 0.50 \cdot OCR^{0.50} = 0.71$$

$$\sigma'_{h\beta} = 0.71 \times 48 = 34.29 \text{ kPa} (\text{"κλειδωμα"})$$

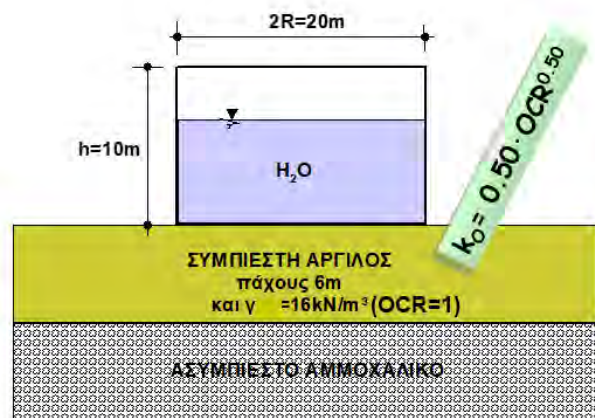
(γ) ξανα-γέμισμα της δεξαμενής έως τα +10m

$$\sigma'_{vy} = 48 + 10 \times 10 = 148 \text{ kPa} (= \sigma'_{vmax})$$

$$OCR = \sigma'_{vmax} / \sigma'_{vy} = 1.0$$

$$k_o = 0.50 \cdot OCR^{0.50} = 0.50$$

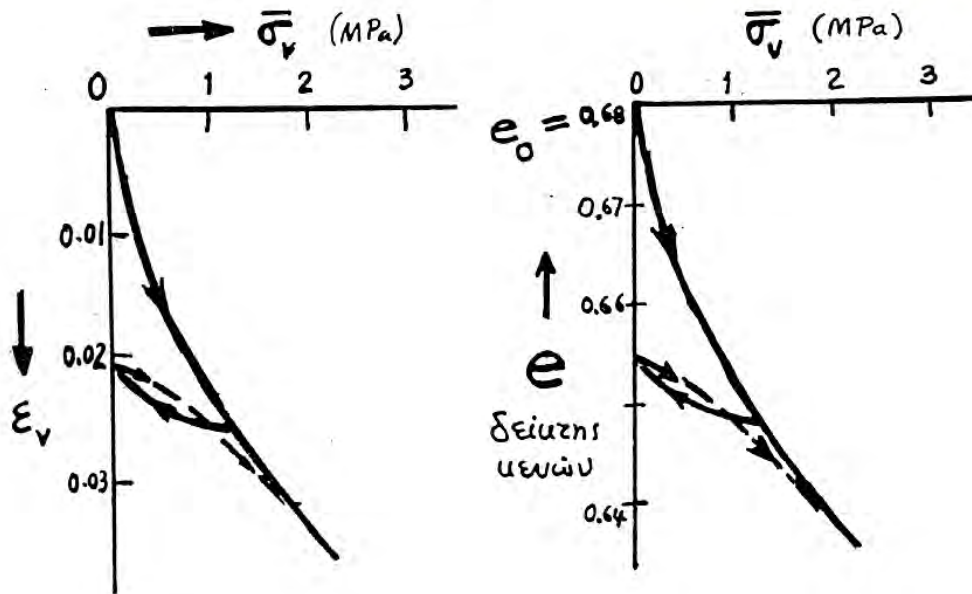
$$\sigma'_{hy} = 0.50 \times 148 = 74 \text{ kPa}$$



## ε. Υπολογισμός καθιζήσεων

$$\varepsilon_v = -\frac{\Delta V}{V} = -\frac{\Delta V_{\kappa}}{V_{\sigma\tau} + V_{\kappa}} = -\frac{\Delta V_{\kappa} / V_{\sigma\tau}}{1 + V_{\kappa} / V_{\sigma\tau}}$$

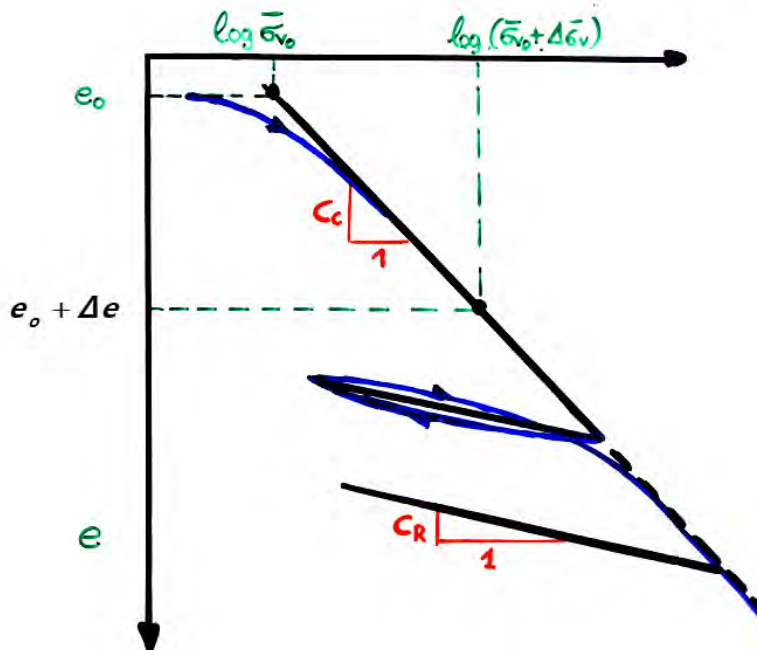
$$\varepsilon_v = -\frac{\Delta e}{1 + e_o} = -\frac{e - e_o}{1 + e_o} \Rightarrow \dots e = e_o - \varepsilon_v (1 + e_o)$$



ή εναλλακτικά ....

$$e = e_o + \Delta e \quad \text{όπου}$$

$$\Delta e = -C_{c,R} \log_{10} \frac{\sigma'_{V,final}}{\sigma'_{V,init.}}$$

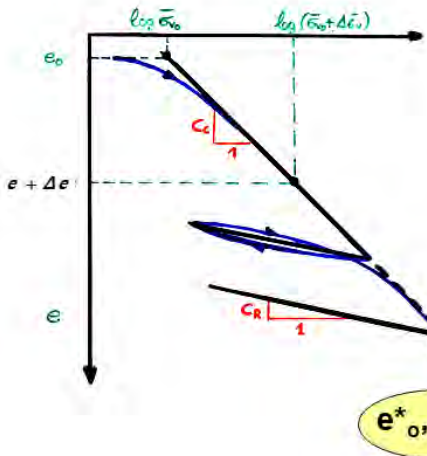




## ή εναλλακτικά ....

$$e = e_o + \Delta e \quad \text{όπου}$$

$$\Delta e = -C_{c,R} \log_{10} \frac{\sigma'_{V,final}}{\sigma'_{V,init.}}$$



Φόρτιση (OCR=1.0):

$$\Delta e = -C_c \log \frac{\bar{\sigma}_{vo} + \Delta \bar{\sigma}_v}{\bar{\sigma}_{vo}} < 0$$

$$\varepsilon_v = -\frac{\Delta e}{1 + e_o} = \frac{C_c}{1 + e_o} \log \frac{\bar{\sigma}_{vo} + \Delta \bar{\sigma}_v}{\bar{\sigma}_{vo}} > 0 \quad (\text{καθίζηση})$$

Αποφόρτιση:  
(OCR > 1.0)

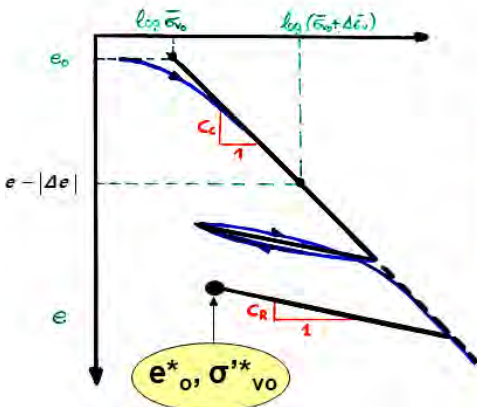
$$\Delta e = -C_R \log \frac{\sigma_{vo}^* - \Delta \sigma_v}{\sigma_{vo}^*} > 0$$

$$\varepsilon_v = -\frac{\Delta e}{1 + e_o^*} = +\frac{C_R}{1 + e_o^*} \log \frac{\sigma_{vo}^* - \Delta \sigma_v}{\sigma_{vo}^*} < 0 \quad (\text{ανύψωση})$$

## ή εναλλακτικά ....

$$e = e_o + \Delta e \quad \text{όπου}$$

$$\Delta e = -C_{c,R} \log_{10} \frac{\sigma'_{V,final}}{\sigma'_{V,init.}}$$



Φόρτιση:

$$\Delta e = -C_c \log \frac{\bar{\sigma}_{vo} + \Delta \bar{\sigma}_v}{\bar{\sigma}_{vo}} < 0$$

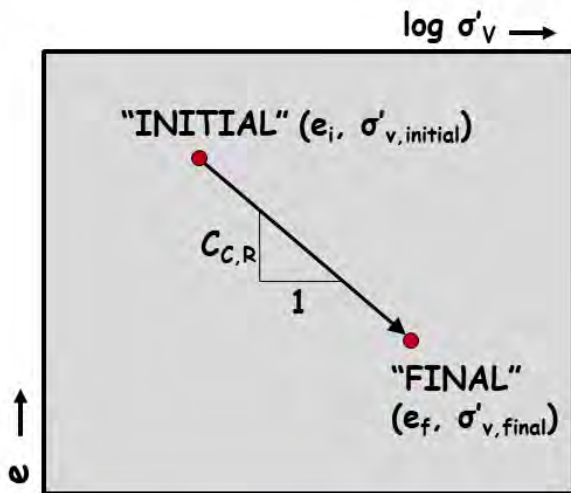
$$\varepsilon_v = -\frac{\Delta e}{1 + e_o} = \frac{C_c}{1 + e_o} \log \frac{\bar{\sigma}_{vo} + \Delta \bar{\sigma}_v}{\bar{\sigma}_{vo}} > 0 \quad (\text{καθίζηση})$$

Επαναφόρτιση:  
(OCR > 1.0)

$$\Delta e = -C_R \log \frac{\sigma_{vo}^* + \Delta \sigma_v}{\sigma_{vo}^*} < 0$$

$$\varepsilon_v = -\frac{\Delta e}{1 + e_o^*} = +\frac{C_R}{1 + e_o^*} \log \frac{\sigma_{vo}^* + \Delta \sigma_v}{\sigma_{vo}^*} > 0 \quad (\text{καθίζηση})$$

## Γενική πορεία υπολογισμού καθίζησης (ή ανύψωσης)



$\rho > 0$  καθίζηση . . .  
 $\rho < 0$  ανύψωση . . .  
 της επιφάνειας του στρώματος

$$e_f = e_i + \Delta e$$

$$\Delta e = -C_{c,R} \cdot \log_{10} \frac{\sigma'_{v,final}}{\sigma'_{v,initial}}$$

$$\epsilon_v = -\frac{\Delta e}{1 + e_o}$$

$$\rho = \epsilon_v \cdot H_o = -\frac{\Delta e}{1 + e_o} \cdot H_o$$

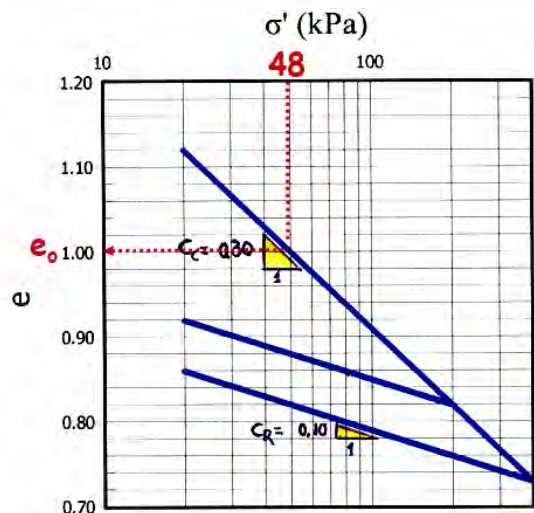
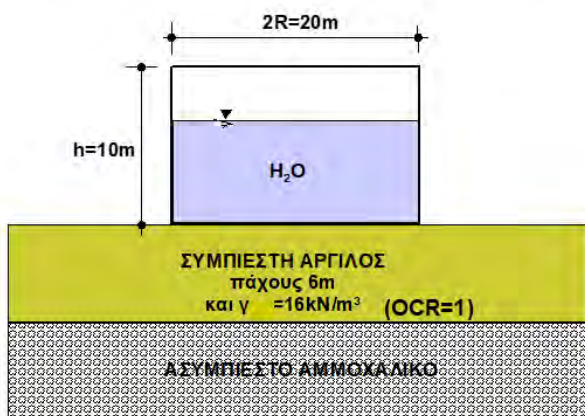
$$= \frac{C_{c,R}}{1 + e_o} \cdot H_o \cdot \log_{10} \frac{\sigma'_{v,final}}{\sigma'_{v,initial}}$$

$e_o$  &  $H_o$  είναι το αρχικό πάχος του συμπιεστού στρώματος και ο αντίστοιχος δείκτης πόρων (π.χ. υπό γεωστατικές συνθήκες)

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΙΙ

Να υπολογισθεί η καθίζηση της δεξαμενής του Παραδείγματος Ι, για την παραπλευρως εικονιζόμενη καμπύλη συμπίεσομέτρου της αργίλου, και για.....

- (α) αρχικό γέμισμα της δεξαμενής έως τα +5m
- (β) ακόλουθο άδειασμα της δεξαμενής
- (γ) ξανα-γέμισμα της δεξαμενής έως τα +10m



➤ Στο μέσον της αργίλου ( $z=3.0m$ )

$$\sigma'_{vo} = 48 \text{ kPa}$$

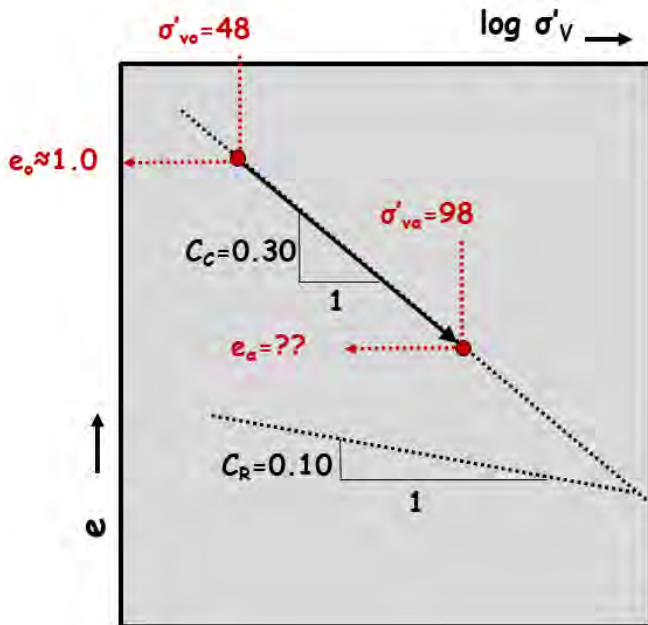
$$\sigma'_{va} = 98 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{vb} = 48 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{vy} = 148 \text{ kPa}$$



(α) Αρχικό γέμισμα της δεξαμενής έως τα +5.00m ( $\sigma'_{va}=98\text{kPa}$ ,  $\text{OCR}=1.0$ )



$$e_o = 1.0, H_o = 6.0\text{m} = 600\text{cm}$$

$$\sigma'_{v, \text{initial}} = 48\text{kPa}$$

$$\sigma'_{v, \text{final}} = 98\text{kPa}$$

$$C = C_c = 0.30$$

$$\begin{aligned} \Delta e &= -C_c \cdot \log_{10} \frac{\sigma'_{v, \text{final}}}{\sigma'_{v, \text{initial}}} \\ &= -0.30 \cdot \log_{10} \frac{98}{48} = -0.093 \end{aligned}$$

$$e_f = e_i + \Delta e \Rightarrow$$

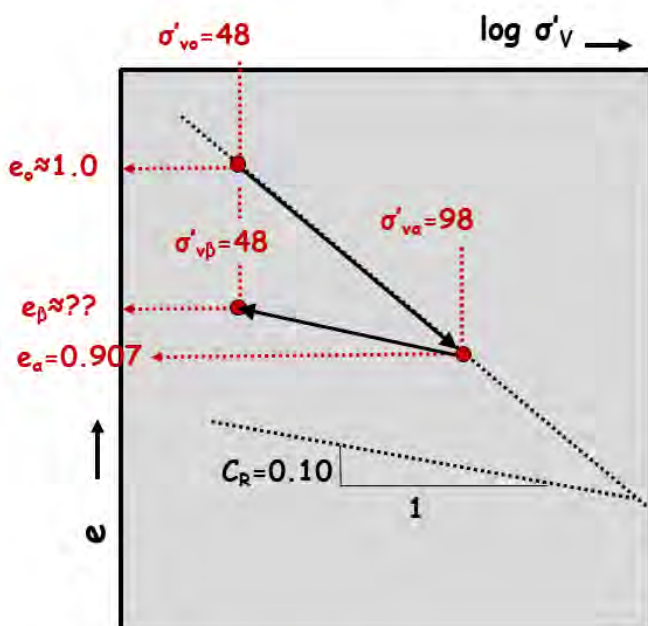
$$e_a = 1.0 - 0.093 = 0.907$$

$$\rho = \epsilon_v \cdot H_o = -\frac{\Delta e}{1 + e_o} \cdot H_o$$

$$= -\frac{(-0.093)}{1 + 1.0} \cdot 6 = 0.279\text{m (καθίζηση)}$$

$$H_a = H_o - \rho = 6 - 0.279 = 5.721\text{m}$$

(β) Ακόλουθο άδειασμα της δεξαμενής ( $\sigma'_{vb}=48\text{kPa}$ ,  $\text{OCR}=2.04$ )



$$e_o = 1.0, H_o = 6.0\text{m} = 600\text{cm}$$

$$\sigma'_{v, \text{initial}} = 98\text{kPa}$$

$$\sigma'_{v, \text{final}} = 48\text{kPa}$$

$$C = C_R = 0.10$$

$$\begin{aligned} \Delta e &= -C_R \cdot \log_{10} \frac{\sigma'_{v, \text{final}}}{\sigma'_{v, \text{initial}}} \\ &= -0.10 \cdot \log_{10} \frac{48}{98} = +0.031 \end{aligned}$$

$$e_f = e_i + \Delta e \Rightarrow e_\beta = e_a + \Delta e$$

$$e_\beta = 0.907 + 0.031 = 0.938$$

$$\rho = \epsilon_v \cdot H_a = -\frac{\Delta e}{1 + e_a} \cdot H_a$$

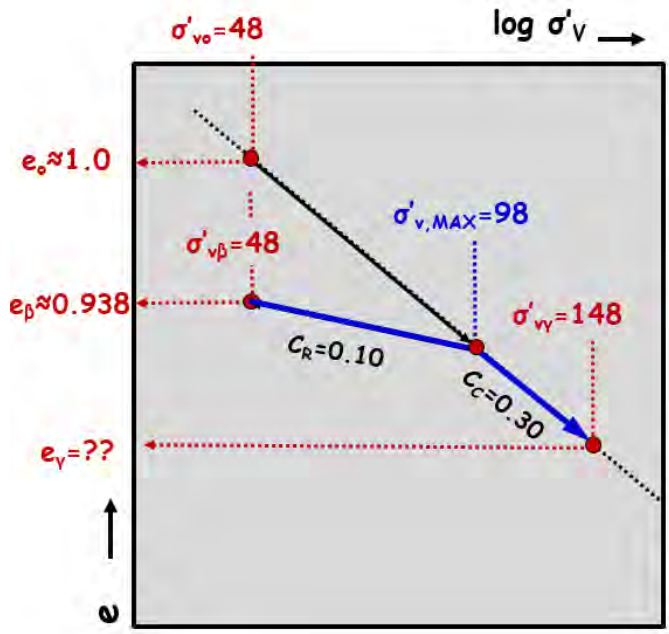
$$= -\frac{(+0.031)}{1 + 0.907} \cdot 5.721 = -0.093\text{m (ανύψωση)}$$

$$H_\beta = H_a - \rho = 5.721 - (-0.093) = 5.814\text{m}$$

$$\rho = \epsilon_v \cdot H_o = -\frac{\Delta e}{1 + e_o} \cdot H_o$$

$$= -\frac{(+0.031)}{1 + 1.0} \cdot 6 = -0.093\text{m (ανύψωση)}$$

(γ) Ξανα-γέμισμα της δεξαμενής έως τα +10.00m ( $\sigma'_{va}=148\text{kPa}$ ,  $\text{OCR}=1.0$ )



$e_0=1.0, H_0=6.0\text{m}=600\text{cm}$

$\sigma'_{v,initial}=48\text{kPa}$

$\sigma'_{v,MAX}=98\text{kPa}$

$\sigma'_{v,final}=148\text{kPa}$

$C=C_R \ \& \ C_C=0.10 \ \& \ 0.30$

$$\Delta e = -C_R \cdot \log \frac{\sigma'_{v,MAX}}{\sigma'_{v,initial}} - C_C \cdot \log \frac{\sigma'_{v,final}}{\sigma'_{v,MAX}}$$

$$= -0.10 \cdot \log_{10} \frac{98}{48} - 0.30 \cdot \log_{10} \frac{148}{98} = -0.085$$

$e_f = e_i + \Delta e \Rightarrow e_y = e_p + \Delta e$   
 $e_y = 0.938 - 0.085 = 0.853$

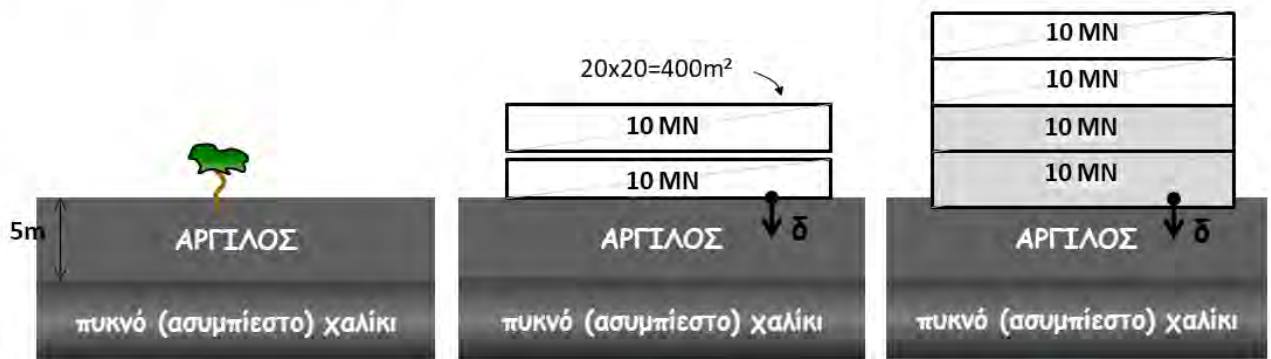
$\rho = \epsilon_v \cdot H_0 = -\frac{\Delta e}{1 + e_0} \cdot H_0$   
 $= -\frac{(-0.085)}{1 + 1.0} \cdot 6 = +0.255\text{m (καθίζηση)}$

$H_y = H_p - \rho = 5.814 - (+0.255) = 5.559\text{m}$

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΙΙΙ

Για την ΑΡΓΙΛΟ στην αρχική της κατάσταση (Α) μετρήθηκε  $\rho_{στ}=2.70 \text{ Mgr/m}^3$  &  $\rho_{υγρ}=1.80 \text{ Mgr/m}^3$ .

Τα υπόλοιπα .... δικά σας!



A.  $\delta=0$   
 $\text{OCR}=1$

B.  $\delta=0.36\text{m}$   
 $\text{OCR}=?$

Γ.  $\delta=?$   
 $\text{OCR}=?$

$w=20\%$   
 $e=?$   
 $Sr=?$

$w=?$   
 $e=?$   
 $Sr=?$

$w=?$   
 $e=?$   
 $Sr=?$

Οι υπολογισμοί να γίνουν απλοποιητικά για το μέσον του στρώματος της αργίλου





$$\rho_v = \frac{1+w}{1+e} \rho_{\sigma} \Rightarrow e = (1+w) \frac{\rho_{\sigma}}{\rho_v} - 1$$

$$= (1+0.20) \frac{2.70}{1.80} - 1 = 0.80$$

A.  $\delta=0$   
OCR=1

$$\rho_{\sigma} \cdot w = Sr \cdot e \cdot \rho_w \Rightarrow$$

w=20%  
e=?  
Sr=?

$$Sr = \frac{\rho_{\sigma} \cdot w}{e \cdot \rho_w} = \frac{2.70 \times 0.20}{0.80 \times 1.0} = 0.675 \text{ ή } 67.5\%$$



A.  $\delta=0$   
OCR=1

w=20%  
e=0.80  
Sr=67.6%

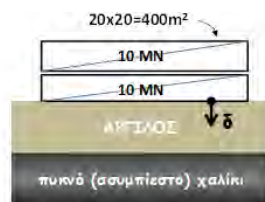
Αρχικές συνθήκες

$$\sigma'_{v,initial} = \sigma'_{vo} = 18 \times 2.5 = 45 \text{ kPa}$$

$$e_o = 0.80$$

$$H_o = 5.0 \text{ m}$$

$$\text{OCR} = 1.0$$



B.  $\delta=0.36 \text{ m}$   
OCR=?

w=?  
e=?  
Sr=?

Τελικές συνθήκες

$$\sigma'_{v,final} = \sigma'_{vo} + q = 45 + (2 \times 10^4 / 400) = 45 + 50 = 95 \text{ kPa}$$

$$\text{OCR} = 1.0$$

$$\delta = \frac{C_c}{1+e_o} \cdot H_o \cdot \log_{10} \frac{\sigma'_{v,final}}{\sigma'_{v,initial}}$$

$$0.36 = \frac{C_c}{1+0.80} \cdot 5 \cdot \log_{10} \frac{95}{45}$$

$$\Rightarrow \dots C_c = 0.40$$

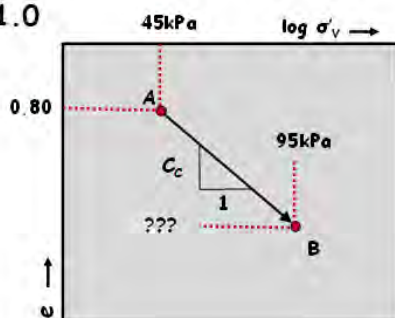
$$\Delta e = -C_c \cdot \log_{10} \frac{\sigma'_{v,final}}{\sigma'_{v,initial}} = -0.40 \cdot \log_{10} \frac{95}{45} \approx -0.13$$

$$e_f = e_i + \Delta e = 0.80 - 0.13 = 0.67$$

$$\rho_{\sigma} \cdot w = Sr \cdot e \cdot \rho_w \Rightarrow$$

$$Sr = \frac{\rho_{\sigma} \cdot w}{e \cdot \rho_w} = \frac{2.70 \times 0.20}{0.67 \times 1.0} = 0.805 \text{ ή } 80.5\%$$

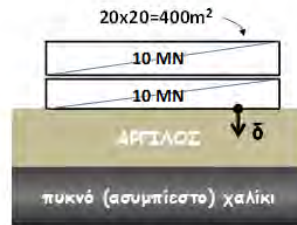
$$Sr < 100\% \dots \text{άρα σταθερό } w = 20\%$$





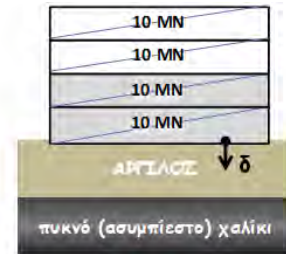
A.  $\delta=0$   
OCR=1

$w=20\%$   
 $e=0.80$   
 $Sr=67.6\%$



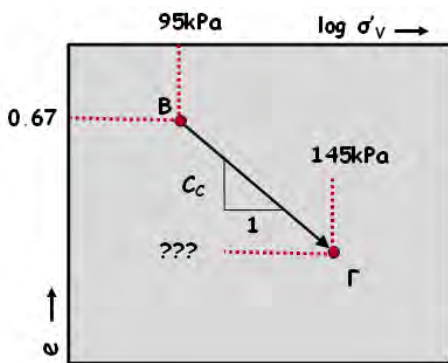
B.  $\delta=0.36m$   
OCR=1

$w=20\%$   
 $e=0.67$   
 $Sr=80.6\%$



Γ.  $\delta=?$   
OCR=?

$w=?$   
 $e=?$   
 $Sr=?$



Αρχικές συνθήκες

$$\begin{aligned}\sigma'_{v,initial} &= \sigma'_{vo} + q_B \\ &= 45 + (2 \times 10^4 / 400) \\ &= 45 + 50 = 95 \text{ kPa}\end{aligned}$$

OCR=1.0  
 $e = 0.67$

Τελικές συνθήκες

$$\begin{aligned}\sigma'_{v,final} &= \sigma'_{vo} + q_\Gamma \\ &= 45 + (4 \times 10^4 / 400) \\ &= 45 + 100 = 145 \text{ kPa}\end{aligned}$$

OCR=1.0

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{C_c}{1 + e_o} \cdot H_o \cdot \log_{10} \frac{\sigma'_{v,final}}{\sigma'_{v,initial}} \\ &= \frac{0.40}{1 + 0.80} \cdot 5 \cdot \log_{10} \frac{145}{95}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \dots \delta = 0.204m (20.4cm)$$

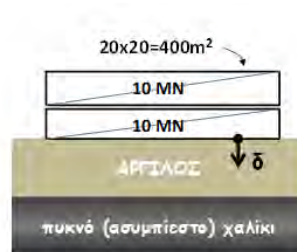
$$\begin{aligned}\Delta e &= -C_c \cdot \log_{10} \frac{\sigma'_{v,final}}{\sigma'_{v,initial}} \\ &= -0.40 \cdot \log_{10} \frac{145}{95} \approx -0.073\end{aligned}$$

$$e_f = e_i + \Delta e = 0.67 - 0.073 \approx 0.60$$

$$\rho_{\sigma} \cdot w = Sr \cdot e \cdot \rho_w \Rightarrow$$

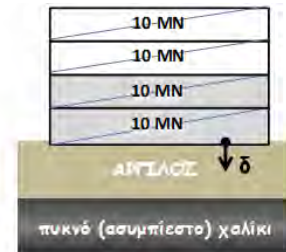
$$\begin{aligned}Sr &= \frac{\rho_{\sigma} \cdot w}{e \cdot \rho_w} \\ &= \frac{2.70 \times 0.20}{0.60 \times 1.0} = 0.90 \text{ ή } 90\%\end{aligned}$$

$Sr < 100\%$ ... άρα σταθερό  $w = 20\%$



B.  $\delta=0.36m$   
OCR=1

$w=20\%$   
 $e=0.67$   
 $Sr=80.6\%$



Γ.  $\delta=?$   
OCR=?

$w=?$   
 $e=?$   
 $Sr=?$

Αρχικές συνθήκες

$$\begin{aligned}\sigma'_{v,initial} &= \sigma'_{vo} + q_B \\ &= 45 + (2 \times 10^4 / 400) \\ &= 45 + 50 = 95 \text{ kPa}\end{aligned}$$

OCR=1.0  
 $e = 0.67$

Τελικές συνθήκες

$$\begin{aligned}\sigma'_{v,final} &= \sigma'_{vo} + q_\Gamma \\ &= 45 + (4 \times 10^4 / 400) \\ &= 45 + 100 = 145 \text{ kPa}\end{aligned}$$

OCR=1.0



## Βασικά σημεία κεφαλαίου:

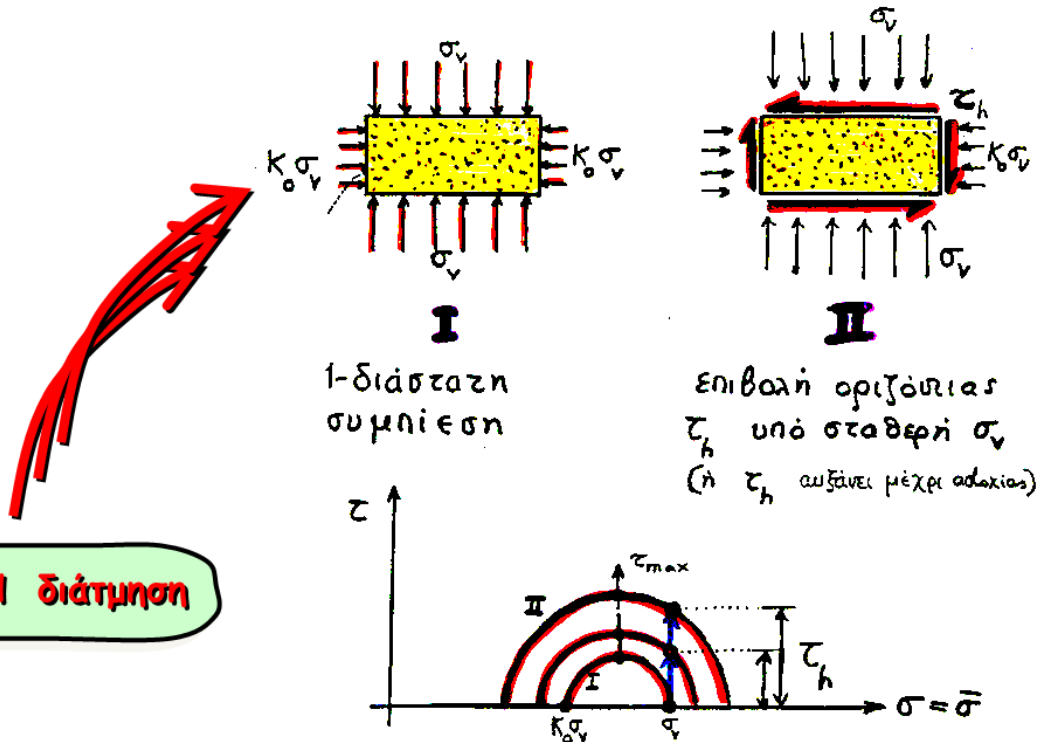
### Μηχανική Συμπεριφορά σε 1-Δ ΣΥΜΠΙΕΣΗ

- ✚ Σχέσεις  $\sigma'_v - \varepsilon_v$  και  $\sigma'_h - \sigma'_v$  από θεωρία ελαστικότητας.
- ✚ Μέτρο 1-Δ συμπίεσης  $D = \sigma'_v / \varepsilon_v$ : με τι είναι ίσο και τι σχέση έχει με το μέτρο μονο-αξονικής συμπίεσης (Young)  $E$ .
- ✚ Συντελεστής ουδέτερης ώθησης γαιών  $K_0 = \sigma'_h / \sigma'_v$ . Με τι είναι ίσος σε ελαστικά υλικά και σε πραγματικά εδάφη;
- ✚ Τυπική συμπεριφορά  $\sigma'_v - \varepsilon_v$  από εργαστηριακές δοκιμές: φόρτιση καθώς και αποφόρτιση-επαναφόρτιση.
- ✚ Πως ερμηνεύεται η «κράτυνση» και πως η «χαλάρωση» που εμφανίζει η καμπύλη  $\sigma'_v - \varepsilon_v$ ;
- ✚ Τυπική συμπεριφορά  $\sigma'_h - \sigma'_v$  από εργαστηριακές δοκιμές: αρχική φόρτιση, αποφόρτιση-επαναφόρτιση.
- ✚ Τυπική συμπεριφορά  $e - \log \sigma'_v$ : Πως ορίζονται οι δείκτες συμπίεσης ( $C_C$ ) και επανασυμπίεσης ( $C_R$ ); Ενδεικτικές τιμές για άμμους και (κυρίως) για αργίλους;
- ✚ Τι σημαίνουν οι εκφράσεις «τα εδάφη διαθέτουν μνήμη» και «έχουμε κλείδωμα των οριζοντίων ενεργών τάσεων» κατά την αποφόρτιση - επαναφόρτιση;
- ✚ Ποια εδάφη είναι πιο συμπιεστά: τα κοκκώδη ή τα αργιλικά; Γιατί;
- ✚ Υπολογισμός καθιζήσεων από καμπύλες  $(\varepsilon_v - \sigma'_v)$ ,  $(e - \sigma'_v)$  &  $(e - \log \sigma'_v)$ .

## 2. ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ (Απλή Διάτμηση)

### α. Συνήθειες δοκιμές

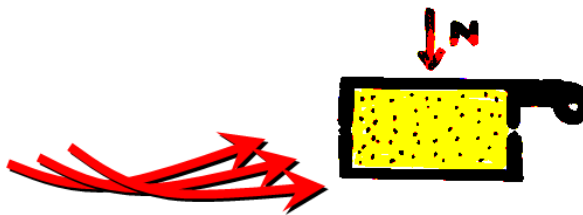
Δύο φάσεις φορτίσεως



ΑΠΛΗ διάτμηση

ΑΠ' ΕΥΘΕΙΑΣ διάτμηση

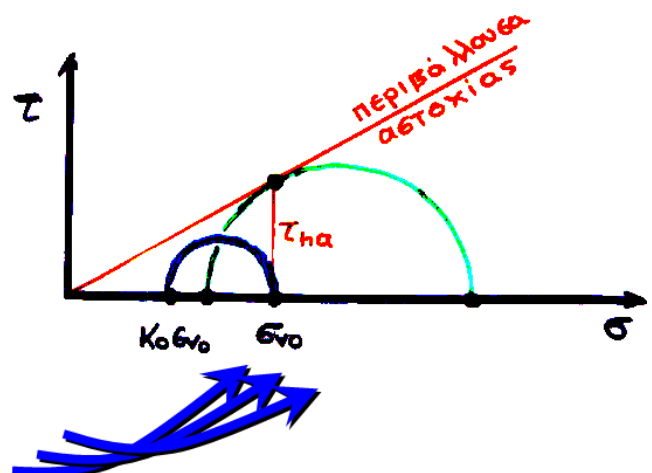
και πάλι  
δύο βήματα  
φόρτισης



#### ΠΡΟΣΟΧΗ !

Η δοκιμή αυτή (αν και η παλαιότερη) είναι η πλέον δύσκολη από πλευράς ερμηνείας για δύο λόγους:

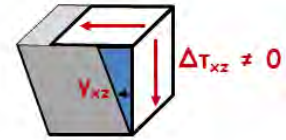
- οι τάσεις που αναπτύσσονται **δεν είναι ομοιόμορφες**
- η εντατική κατάσταση είναι γνωστή μόνον σε δύο στάδια: κατά την **στερεοποίηση** και κατά την **αστοχία**





## β. Ελαστική συμπεριφορά (απλή διάτμηση)

- ⬆ ΔΤ - γ ?
- ⬆ ε<sub>vol</sub> = ?
- ⬆ αποφόρτιση - επαναφόρτιση ?



$$\Delta\sigma'_x = \Delta\sigma'_y = \Delta\sigma'_z = 0$$

$$\Delta T_{xy} = \Delta T_{yz} = 0$$

$$\epsilon_x = \frac{1}{E} (\Delta\sigma'_x - \nu\Delta\sigma'_y - \nu\Delta\sigma'_z) = 0$$

$$\epsilon_y = \frac{1}{E} (\Delta\sigma'_y - \nu\Delta\sigma'_x - \nu\Delta\sigma'_z) = 0$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\Delta\sigma'_z - \nu\Delta\sigma'_y - \nu\Delta\sigma'_x) = 0$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \Delta T_{xy} = 0$$

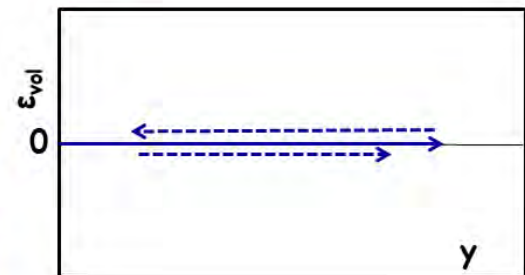
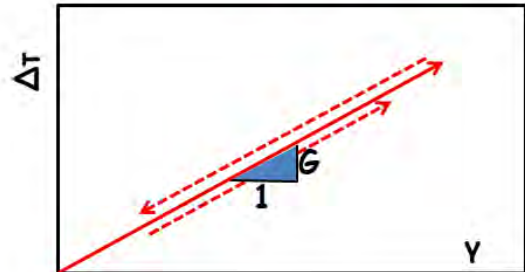
$$\gamma_{yz} = \frac{2(1+\nu)}{E} \Delta T_{yz} = 0$$

$$\gamma_{zx} = \frac{2(1+\nu)}{E} \Delta T_{zx} \neq 0$$

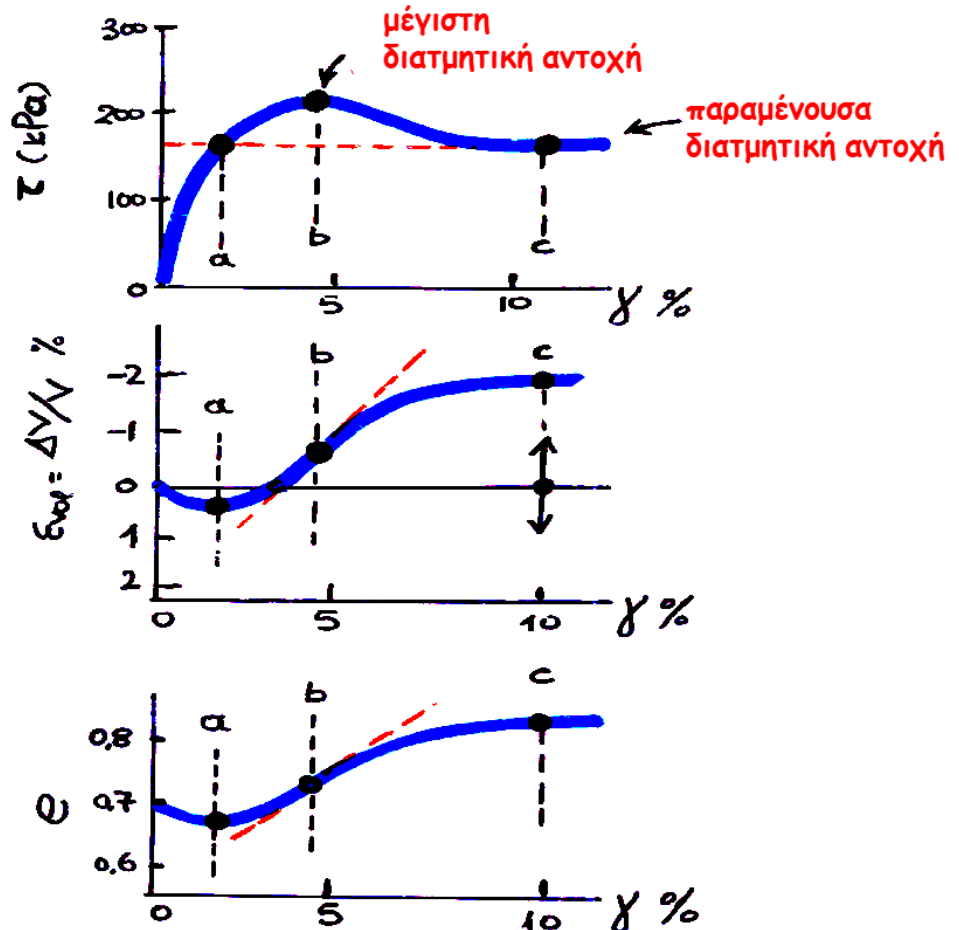
ή

$$\gamma_{zx} = \frac{\Delta T_{zx}}{G}$$

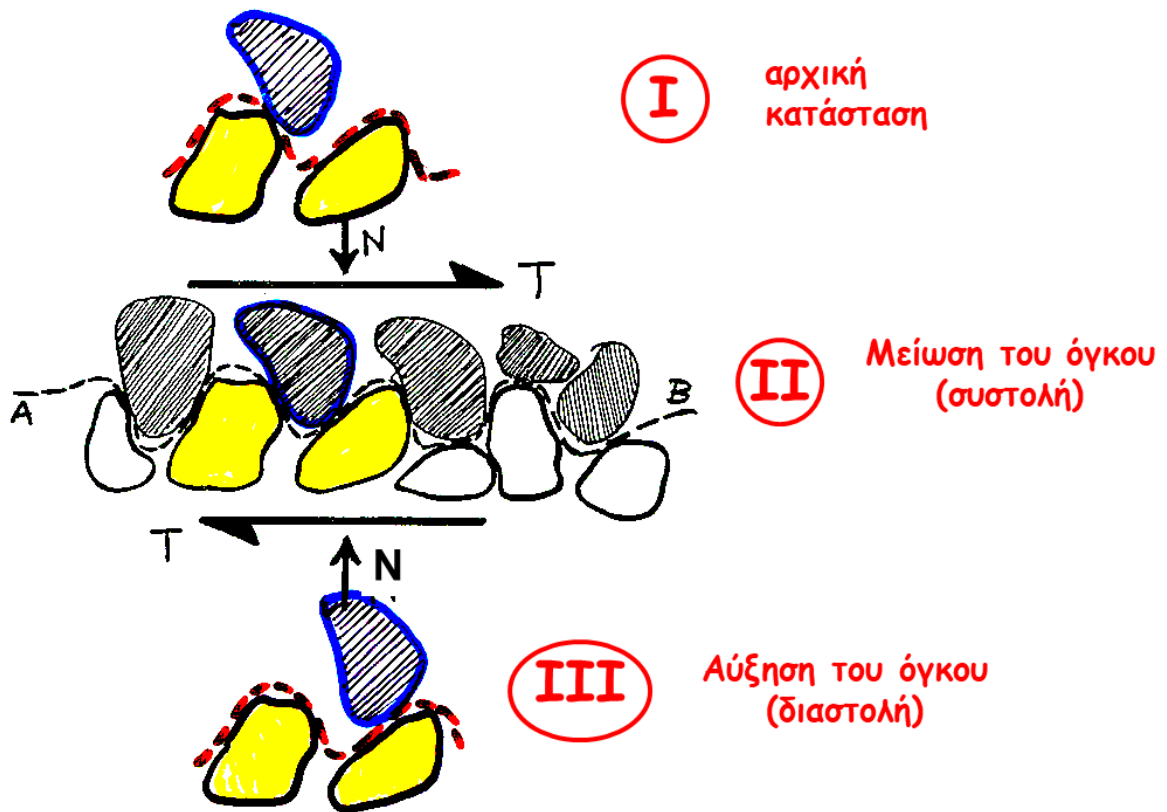
$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \approx 0.40 E \quad (\text{Μέτρο Διάτμησης})$$



γ. Τυπική Συμπεριφορά (απλή διάτμηση)

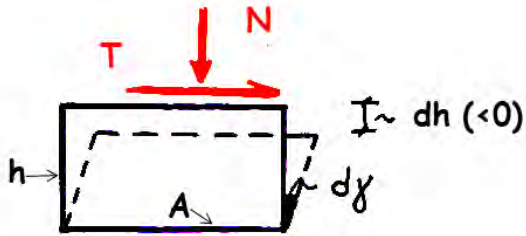


(δ) Ερμηνεία της ογκομετρικής παραμόρφωσης:  
**Διαστολικότητα** (μικροσκοπική Θεώρηση)





## Διαστολικότητα: αναλυτική θεώρηση



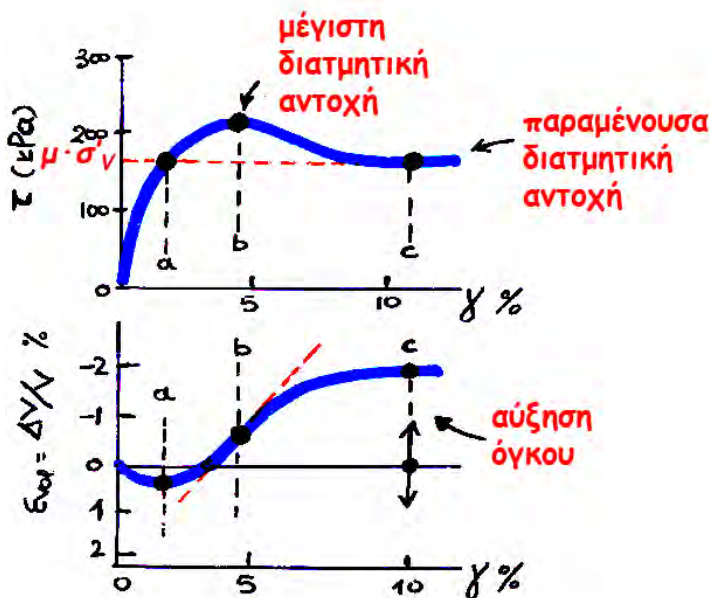
$$\underbrace{T \cdot h \cdot d\gamma + N \cdot dh}_{\text{έργο εξωτερικών δυνάμεων}} = \underbrace{(\mu \sigma'_v) \cdot d\gamma \cdot V}_{\text{έργο εσωτερικών δυνάμεων (τριβής)}}$$

έργο εξωτερικών δυνάμεων = έργο εσωτερικών δυνάμεων (τριβής)

διαιρώ με  $V = h \cdot A \dots$

$$\tau_h \cdot d\gamma + \sigma'_v \cdot d\varepsilon_{vol} = (\mu \sigma'_v) \cdot d\gamma$$

$$\frac{\tau_h}{\sigma'_v} = \mu - \frac{d\varepsilon_{vol}}{d\gamma}$$



αρχή :

$$\tau_h = 0 \rightarrow \frac{d\varepsilon_{vol}}{d\gamma} = \mu \text{ (θετικό)}$$

σημείο (a) :

$$\frac{d\varepsilon_{vol}}{d\gamma} = 0 \rightarrow \frac{\tau_h}{\sigma'_v} = \mu$$

σημείο (b) :

$$-\frac{d\varepsilon_{vol}}{d\gamma} = \max \rightarrow \frac{\tau_h}{\sigma'_v} = \max$$

σημείο (c) :

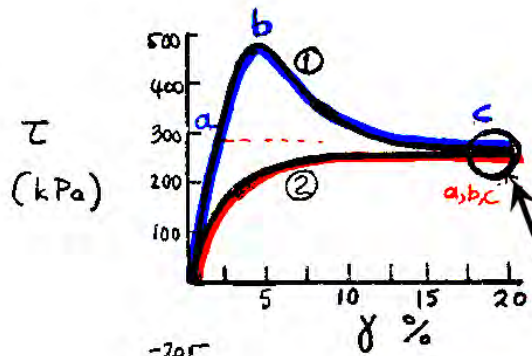
$$\frac{d\varepsilon_{vol}}{d\gamma} = 0 \rightarrow \frac{\tau_h}{\sigma'_v} = \mu$$

$$\frac{\tau_h}{\sigma'_v} = \mu - \frac{d\varepsilon_{vol}}{d\gamma}$$

**Ερώτηση:**

Πως ερμηνεύεται η τυπική συμπεριφορά σε διάτμηση (τ-γ, ε<sub>vol</sub>-γ) με βάση την ανωτέρω σχέση;

**ε. Άμμοι - επίδραση  $D_r$**



①  $e_{o,1} = 0.60$  ( $D_r = 99\%$ )

②  $e_{o,2} = 0.89$ , ( $D_r = 14\%$ )

$\sigma'_{v,1} = \sigma'_{v,2}$

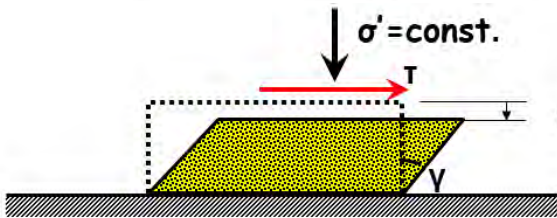
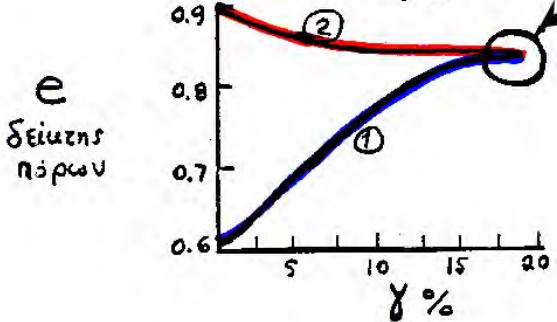
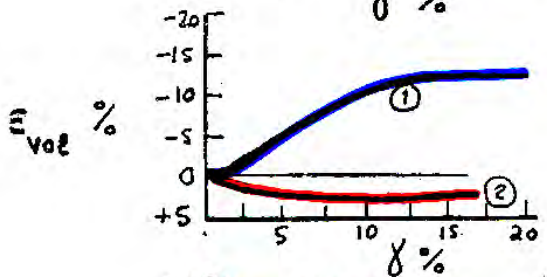
παραμένουσα διατμητική αντοχή  
(ανεξάρτητη της αρχικής  $D_r$ , εξαρτάται  
μόνον από την κατακόρυφη τάση  $\sigma'_v$ )



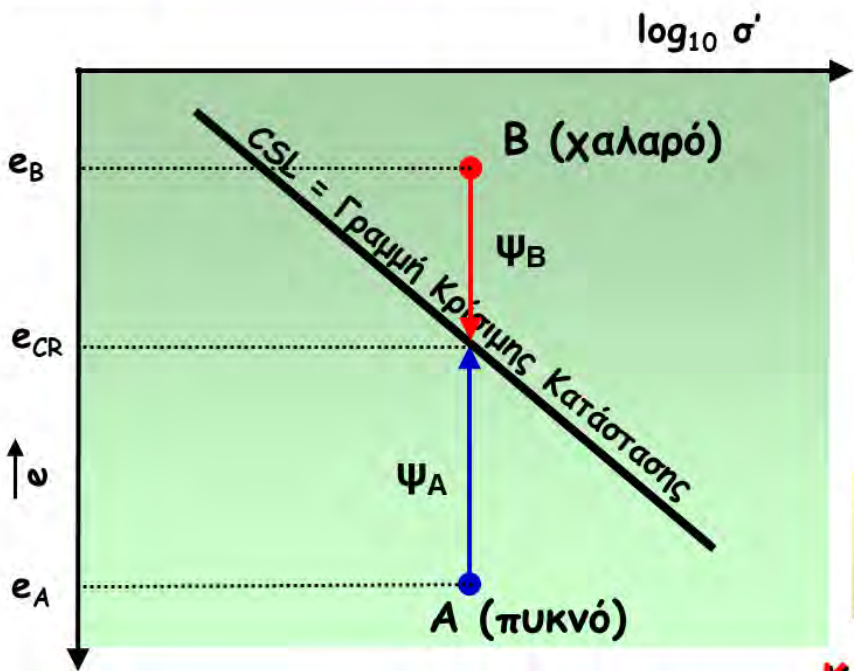
τελικός δείκτης πόρων  $e_{cr}$   
(ανεξάρτητος της αρχικής  $D_r$ , εξαρτάται  
μόνον από την κατακόρυφη τάση  $\sigma'_v$ )



**ΚΡΙΣΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ**



$\epsilon_v = \epsilon_{VOL} (\epsilon_h = 0)$



$\psi_B = e_B - e_{CR} > 0$   
..... συστολή

$\psi_A = e_A - e_{CR} < 0$   
..... διαστολή

**ΚΡΙΣΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ**

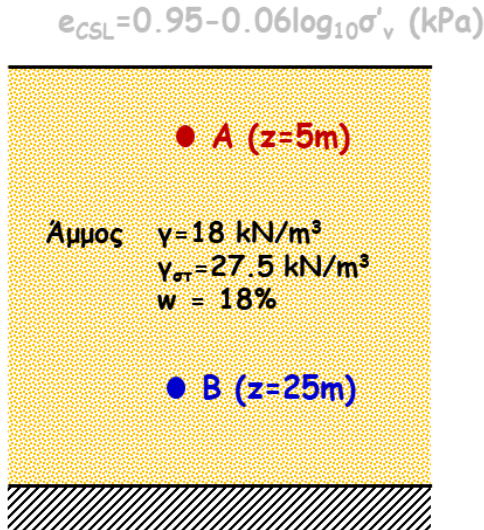


## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ IV (εφαρμογή στην CSL)

Για τα σημεία A & B ...

(α) Να υπολογισθεί ο δείκτης πόρων  $e$ , ο βαθμός κορεσμού  $S_r$  και η κατακόρυφη ενεργός τάση  $\sigma'_v$ .

(β) Να σχεδιασθούν με ποιοτική ακρίβεια οι σχέσεις  $\tau$ - $\gamma$  &  $\epsilon_{vol}$ - $\gamma$  απλή διάτμηση, εάν



$$\gamma = \frac{1+w}{1+e} \gamma_{στ} \rightarrow 18.0 = \frac{1+0.18}{1+e} 27.5$$

$$\rightarrow \dots e = 0.80$$

$$\rho_{στ} \cdot w = S_r \cdot e \cdot \rho_w \rightarrow S_r = \frac{\rho_{στ} \cdot w}{e \cdot \rho_w}$$

$$S_r = \frac{2.75 \cdot 0.18}{0.80 \cdot 1.0} = 0.619 \text{ ή } 61.9\%$$

$$\sigma'_{VA} = 5 \cdot 18 = 90 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{VB} = 25 \cdot 18 = 450 \text{ kPa}$$

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ IV (εφαρμογή στην CSL)

Για τα σημεία A & B ...

(α) Να υπολογισθεί ο δείκτης πόρων  $e$ , ο βαθμός κορεσμού  $S_r$  και η κατακόρυφη ενεργός τάση  $\sigma'_v$ .

(β) Να σχεδιασθούν με ποιοτική ακρίβεια οι σχέσεις  $\tau$ - $\gamma$  &  $\epsilon_{vol}$ - $\gamma$  απλή διάτμηση, εάν

### Σημείο A

$$e_A = 0.80,$$

$$\sigma'_{VA} = 5 \cdot 18 = 90 \text{ kPa}$$

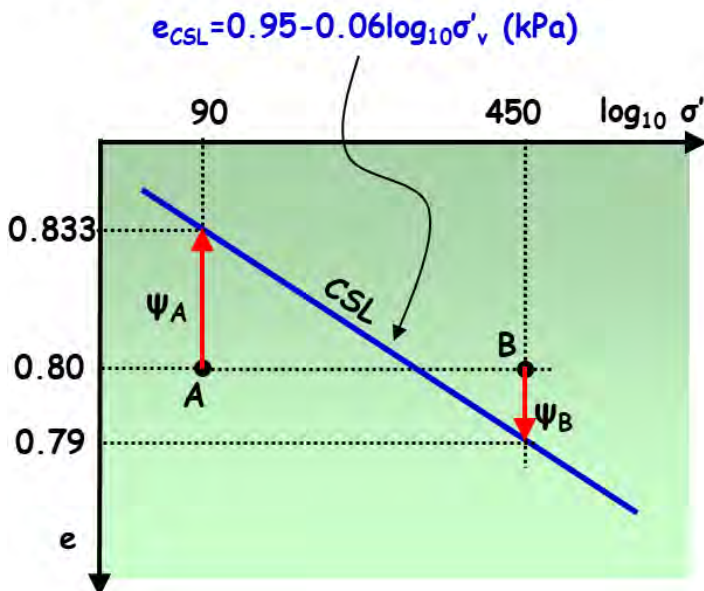
$$e_{A,CSL} = 0.95 - 0.06 \log_{10}(90) = 0.833$$

### Σημείο B

$$e_B = 0.80,$$

$$\sigma'_{VB} = 25 \cdot 18 = 450 \text{ kPa}$$

$$e_{B,CSL} = 0.95 - 0.06 \log_{10}(450) = 0.79$$



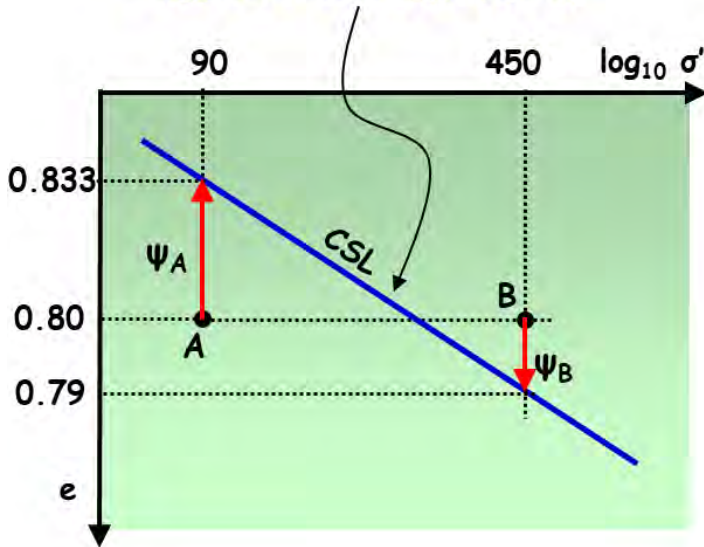
# ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ IV (εφαρμογή στην CSL)

Για τα σημεία A & B ...

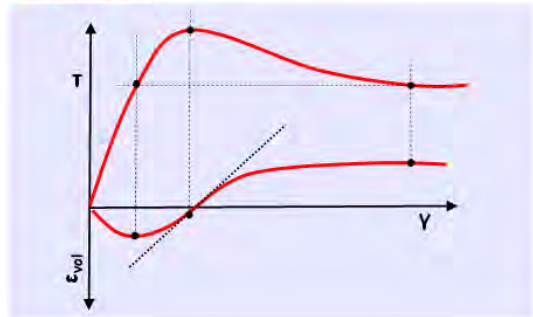
(α) Να υπολογισθεί ο δείκτης πόρων  $e$ , ο βαθμός κορεσμού  $S_r$  και η κατακόρυφη ενεργός τάση  $\sigma'_v$ .

(β) Να σχεδιασθούν με ποιοτική ακρίβεια οι σχέσεις  $T-\gamma$  &  $\epsilon_{vol}-\gamma$  απλή διάτμηση, εάν

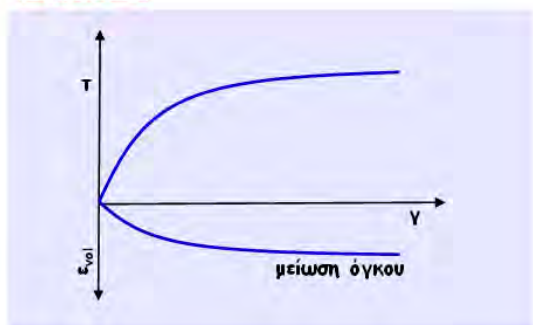
$$e_{CSL} = 0.95 - 0.06 \log_{10} \sigma'_v \text{ (kPa)}$$



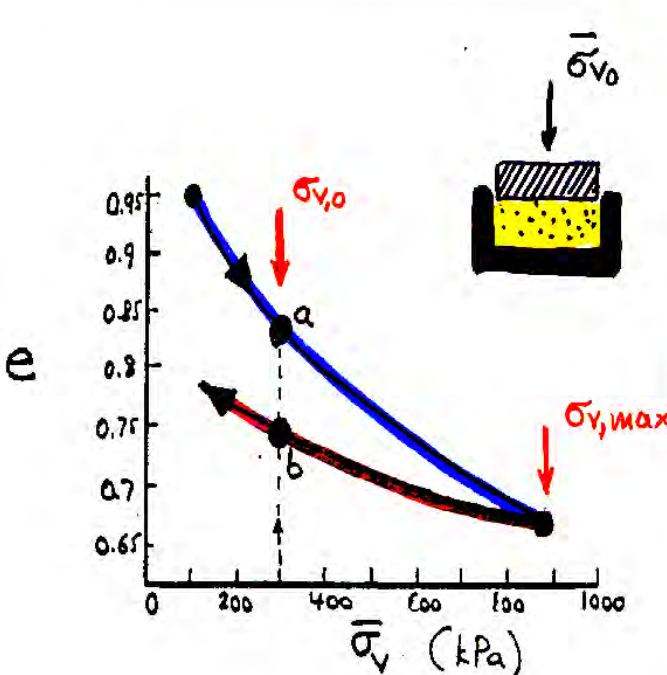
## Σημείο A



## Σημείο B



### στ. Αργίλοι - επίδραση προφόρτισης (OCR)



#### α αρχική στερεοποίηση

$$\sigma'_{v,max} = \sigma'_{v,o}$$

$$OCR = \frac{\sigma'_{v,max}}{\sigma'_{v,o}} = 1.00$$

(απροφόρτιστη άργιλος)

#### β αποφόρτιση - επαναφόρτιση

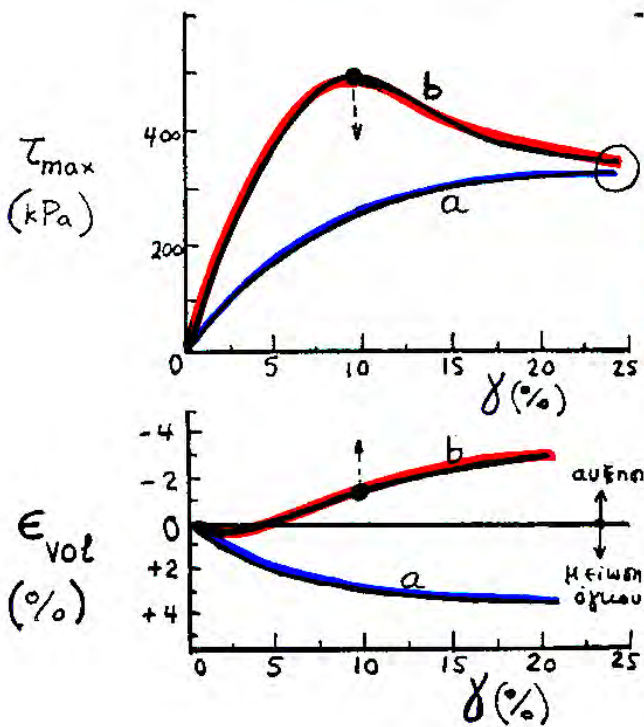
$$\sigma'_{v,max} > \sigma'_{v,o}$$

$$OCR = \frac{\sigma'_{v,max}}{\sigma'_{v,o}} > 1.00$$

(προφορτισμένη άργιλος)



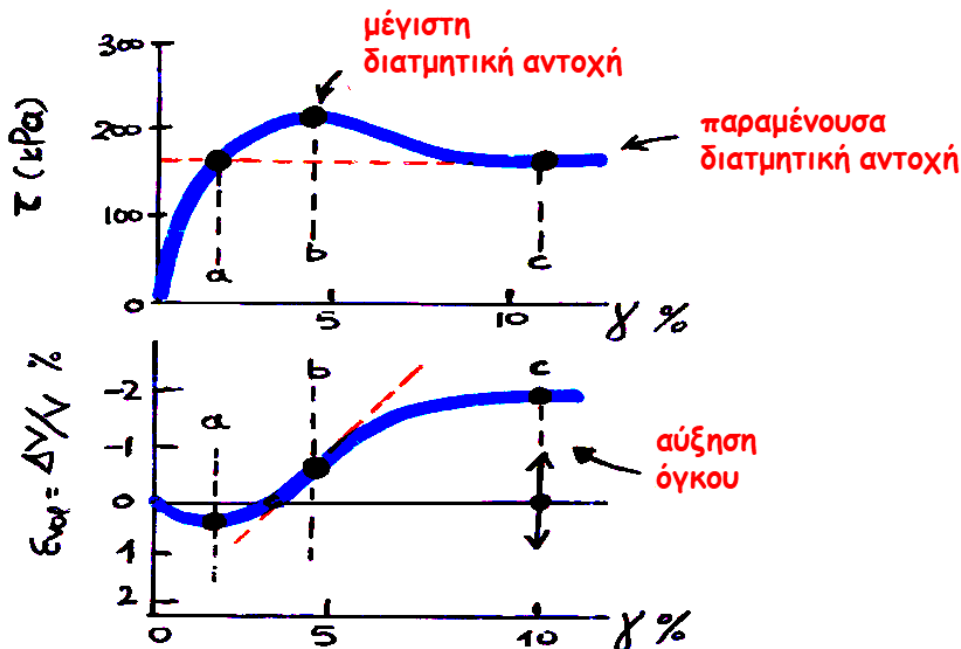
απλή διάτμηση με  
 $\bar{\sigma}_{vo} = 1000 \text{ kPa}$



γενικώς:

απροφόρτιστη άργιλος ↔ χαλαρή άμμος

προφορτισμένη άργιλος ↔ πυκνή άμμος



**Ερώτηση:**  
 Τι γίνεται με την αποφόρτιση - επαναφόρτιση;  
 Συνδυάστε όσα έχουμε κάνει έως σήμερα, και την λογική σας, για να σχεδιάσετε ένα πλήρη βρόγχο αποφόρτισης -επαναφόρτισης από το σημείο b.

## 4. 3-ΑΞΟΝΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ

### α. Συνήθειες δοκιμές

Η συνηθέστερα χρησιμοποιούμενη στην πράξη 3-αξονική δοκιμή είναι η:

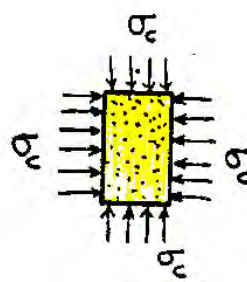
#### 3-αξονική δοκιμή φόρτισης

(μια και περιλαμβάνει αύξηση της τάσης)

#### σε θλίψη

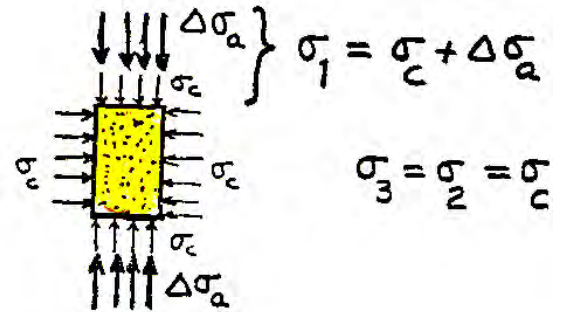
(μια και μειώνεται το ύψος του δοκιμίου)

Δύο φάσεις φόρτισης



**I**

ισότροπη  
(υδροστατική)  
συμπίεση



**II**

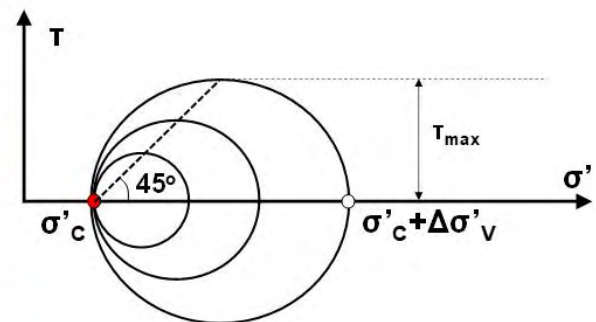
επιβολή κατακόρυφης  
 $\Delta\sigma_a$  υπό σταθερή  $\sigma_c$ .  
( $\Delta\sigma_a$  αυξάνει μέχρι αστοχίας)



ΣΥΣΚΕΥΗ

ΤΡΙΑΞΟΝΙΚΗΣ

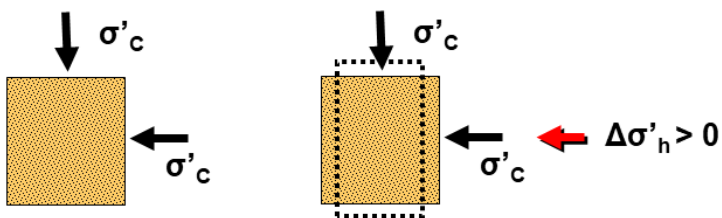
ΦΟΡΤΙΣΗΣ (σε θλίψη)





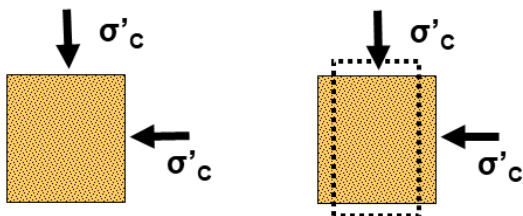
## Υπάρχουν βέβαια και άλλες δοκιμές 3-αξονικής φόρτισης . . .

3-αξονική δοκιμή φόρτισης σε εφελκυσμό

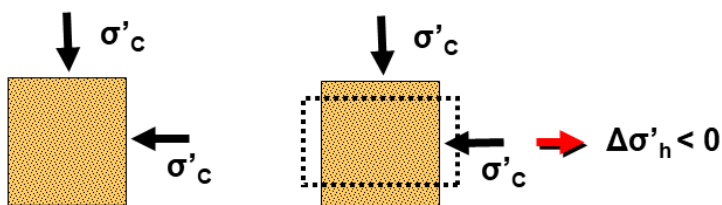


$\Delta\sigma'_v < 0$

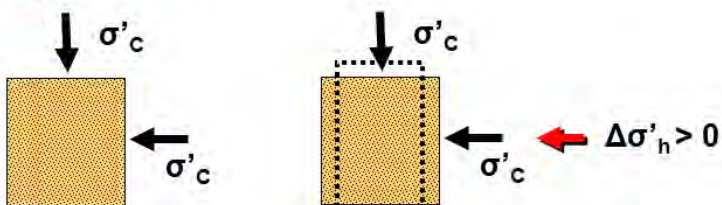
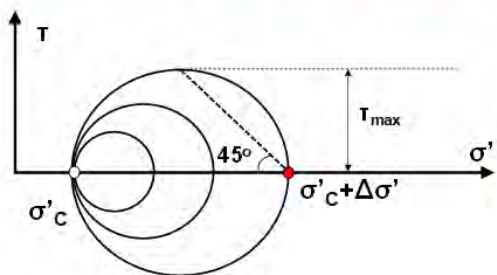
3-αξονική δοκιμή από-φόρτισης σε εφελκυσμό



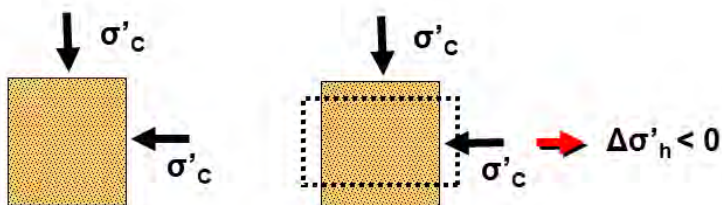
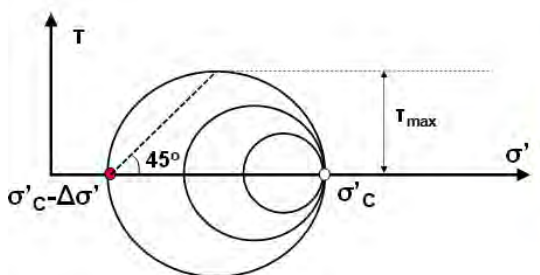
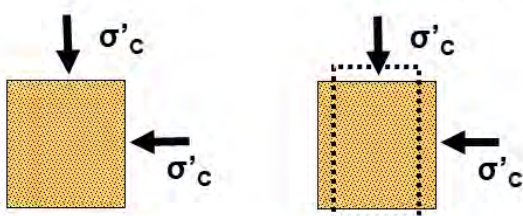
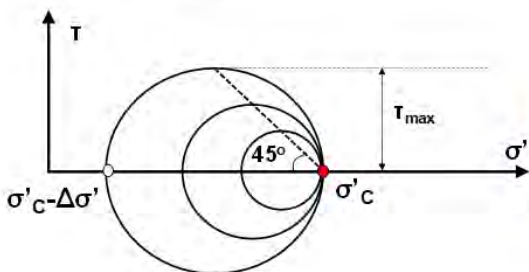
3-αξονική δοκιμή από-φόρτισης σε θλίψη



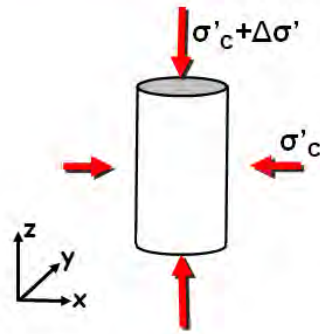
## Υπάρχουν όμως και άλλες . . . . .



$\Delta\sigma'_v < 0$



## β. Ελαστική συμπεριφορά



$$\Delta\sigma'_z = \Delta\sigma'$$

$$\Delta\sigma'_x = \Delta\sigma'_y = 0$$

$$\Delta\tau_{xy} = \Delta\tau_{yz} = \Delta\tau_{zx} = 0$$

$$\epsilon_z = \frac{1}{E} (\Delta\sigma'_z - \nu\Delta\sigma'_y - \nu\Delta\sigma'_x) = \frac{\Delta\sigma'}{E}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} (\Delta\sigma'_x - \nu\Delta\sigma'_y - \nu\Delta\sigma'_z) = -\nu \frac{\Delta\sigma'}{E} \\ &= -\nu \cdot \epsilon_z \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_y &= \frac{1}{E} (\Delta\sigma'_y - \nu\Delta\sigma'_x - \nu\Delta\sigma'_z) = -\nu \frac{\Delta\sigma'}{E} \\ &= -\nu \cdot \epsilon_z \end{aligned}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \Delta\tau_{xy} = 0$$

$$\gamma_{yz} = \frac{2(1+\nu)}{E} \Delta\tau_{yz} = 0$$

$$\gamma_{zx} = \frac{2(1+\nu)}{E} \Delta\tau_{zx} = 0$$

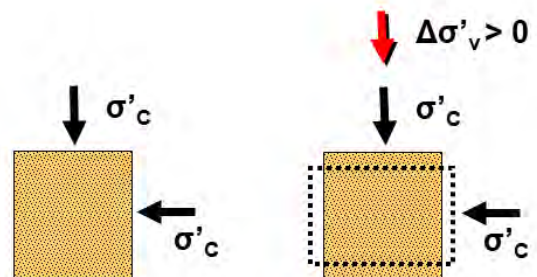
$$\epsilon_{VOL} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = (1 - 2\nu) \cdot \epsilon_z$$

$$\gamma_{max} = \epsilon_1 - \epsilon_3 = \epsilon_z - \epsilon_{x \text{ or } y} = (1 + \nu) \cdot \epsilon_z$$

✦ που είναι η διάτμηση;

✦ μήπως υπάρχει και κάποια (ισότροπη) συμπίεση;

ας εξετάσουμε την  
3-αξονική δοκιμή  
φόρτισης σε θλίψη . .

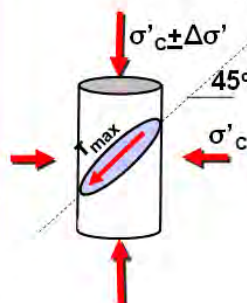
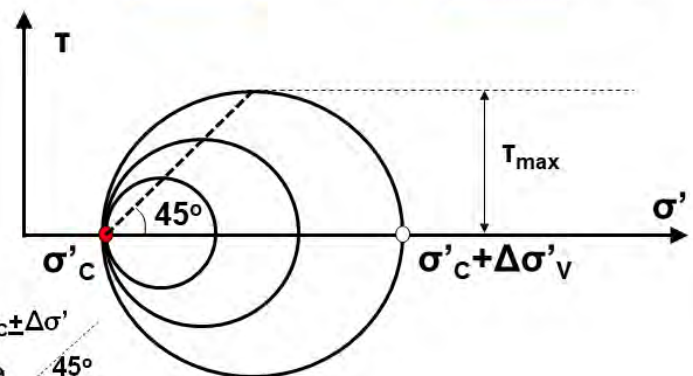


$$\tau_{max} = \frac{\sigma'_v - \sigma'_h}{2}, \text{ άρα}$$

$$\Delta\tau_{max} = \frac{\Delta\sigma'_v - \Delta\sigma'_h}{2} = \frac{\Delta\sigma'_v}{2}$$

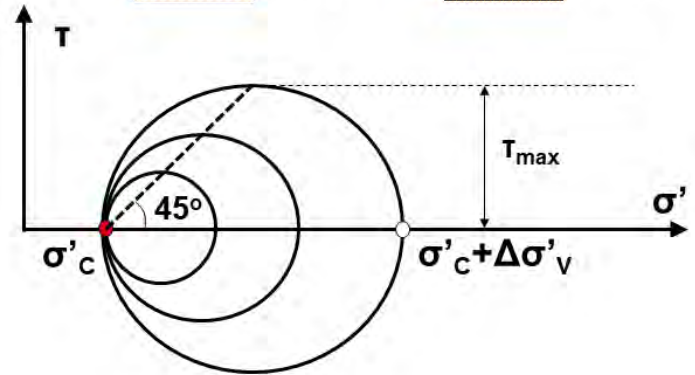
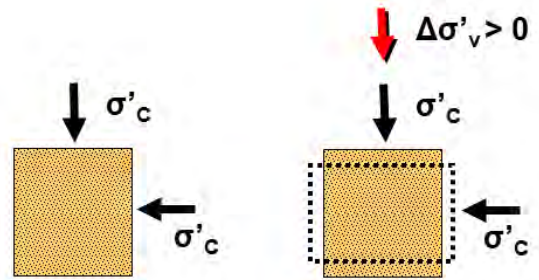
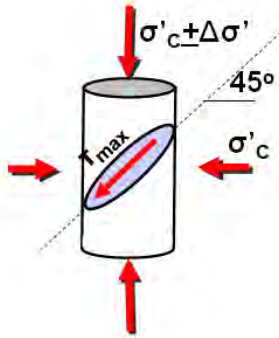
$$\sigma'_{OCT} = \frac{\sigma'_v + 2\sigma'_h}{3}, \text{ άρα}$$

$$\Delta\sigma'_{OCT} = \frac{\Delta\sigma'_v + 2\Delta\sigma'_h}{3} = \frac{\Delta\sigma'_v}{3}$$





$$\begin{aligned} \gamma_{max} &= \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = \varepsilon_v + \nu \cdot \varepsilon_v = (1 + \nu) \cdot \varepsilon_v \\ &= (1 + \nu) \cdot \frac{\Delta \sigma'}{E} = \dots = \frac{\Delta \tau_{max}}{G} \\ & \quad [G = E / 2(1 + \nu)] \end{aligned}$$



### γ. Αντιστοιχία 3-αξονικής δοκιμής με δοκιμή ΑΠΛΗΣ διάτμησης

3-αξονική δοκιμή  
(φόρτιση σε θλίψη)

- $\Delta \tau_{max} = \frac{\Delta \sigma_v - \Delta \sigma_h}{2} = \frac{\Delta \sigma_v}{2}$
- $\gamma_{max} = \varepsilon_v - \varepsilon_h = (1 + \nu) \varepsilon_v$
- $\varepsilon_{vol} = \frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_v + 2\varepsilon_h = (1 - 2\nu) \varepsilon_v$
- $\nu = -\frac{\varepsilon_h}{\varepsilon_v} = \frac{1 - (\varepsilon_{vol} / \gamma_{max})}{2 + (\varepsilon_{vol} / \gamma_{max})}$

δοκιμή  
ΑΠΛΗΣ διάτμησης

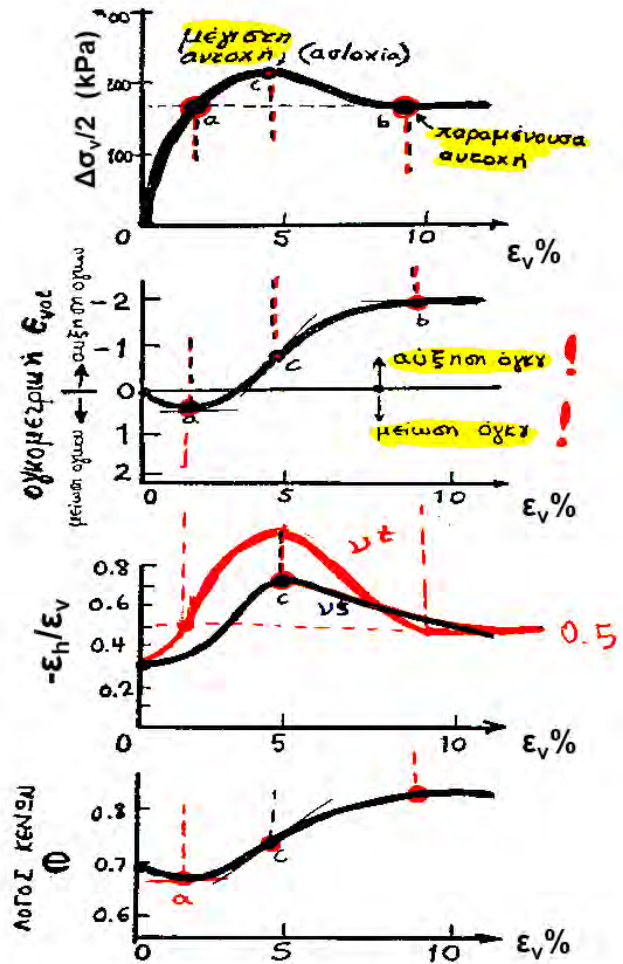
- $\tau_h$
- $\gamma$
- $\varepsilon_{vol} = \varepsilon_v \quad (\varepsilon_h = 0)$
- $\nu = \text{σταθ.}$

$\Delta \sigma_v / 2$	-	$\varepsilon_v$
$\varepsilon_{vol}$	-	$\varepsilon_v$
$\nu$	-	$\varepsilon_v$
$e$	-	$\varepsilon_v$

$\tau_h$	-	$\gamma$
$\varepsilon_{vol}$	-	$\gamma$
$\chi$	-	
$e$	-	$\gamma$

Η συμπεριφορά στις  
δύο δοκιμές είναι  
**ΠΟΙΟΤΙΚΑ** όμοια

**Τυπική συμπεριφορά**  
σε τριαξονική συμπίεση



## Βασικά σημεία κεφαλαίου: Μηχανική Συμπεριφορά σε ΔΙΑΤΜΗΣΗ

- ✦ Δοκιμές ΑΠΛΗΣ & ΑΠ' ΕΥΘΕΙΑΣ διάτμησης
- ✦ Ελαστική συμπεριφορά
- ✦ Πραγματική (τυπική συμπεριφορά)
- ✦ «Διαστολικότητα»
- ✦ «Κρίσιμη Κατάσταση» εδαφών
- ✦ Γραμμή «Κρίσιμης Κατάστασης»
- ✦ Αποφόρτιση - επαναφόρτιση
- ✦ Επίδραση  $D_r$  (για άμμους)
- ✦ Επίδραση  $OCR$  (για αργίλους)
- ✦ «3-ΑΞΟΝΙΚΗ φόρτιση» έναντι «ΑΠΛΗΣ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ»





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ VI:

### ΑΣΤΟΧΙΑ & ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗ ΑΝΤΟΧΗ ΕΔΑΦΩΝ

1. Αστοχία εδαφών στην φύση & στο εργαστήριο
2. Ορισμός αστοχίας [ $\tau \rightarrow \max$  ή  $(\tau/\sigma') \rightarrow \max$  ?]
3. Κριτήριο αστοχίας Mohr
4. Κριτήριο αστοχίας Mohr - Coulomb
  - Παράμετροι διατμητικής αντοχής  $c$  &  $\varphi$
  - Συνήθεις τιμές για άμμους και αργίλους
5. Πρακτικές σχέσεις & συνέπειες του κριτηρίου M-C
6. Παράγοντες που επιδρούν στην διατμητική αντοχή των ΑΜΜΩΝ
7. Παράγοντες που επιδρούν στην διατμητική αντοχή των ΑΡΓΙΛΩΝ

#### 1α. Αστοχία εδαφών στην φύση

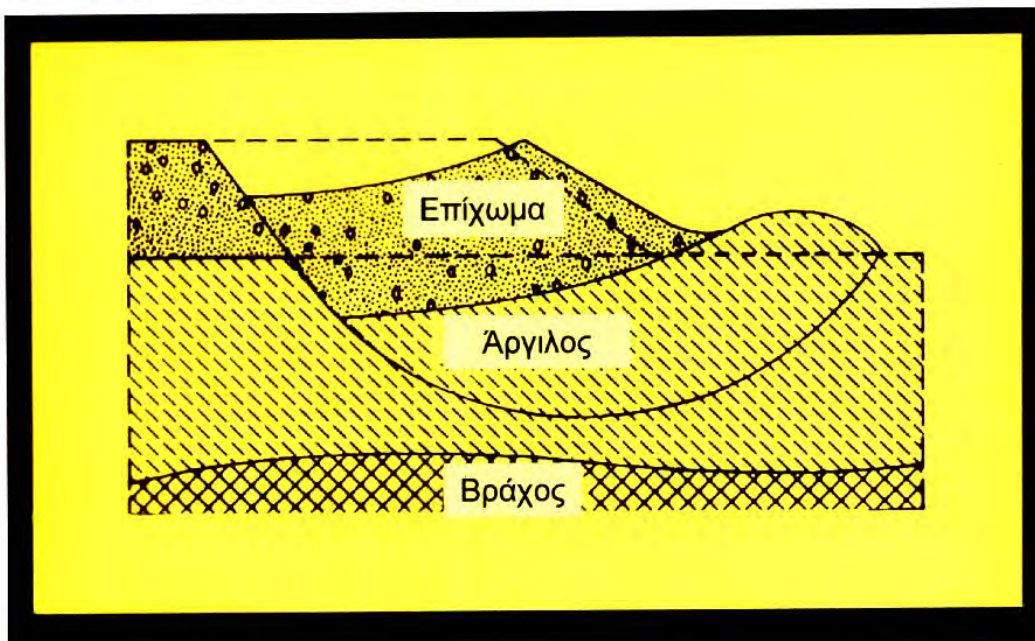




## κατολίσθηση Νεμέας 2002

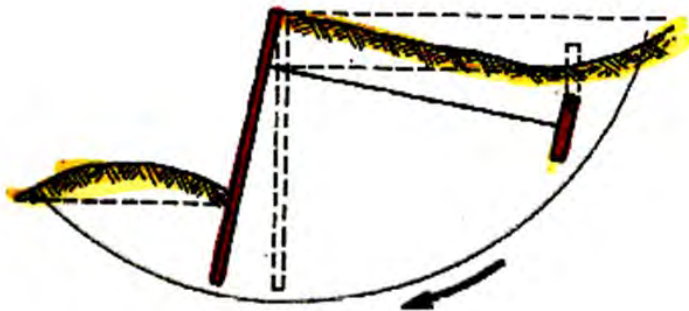


## μηχανισμός αστοχίας .....



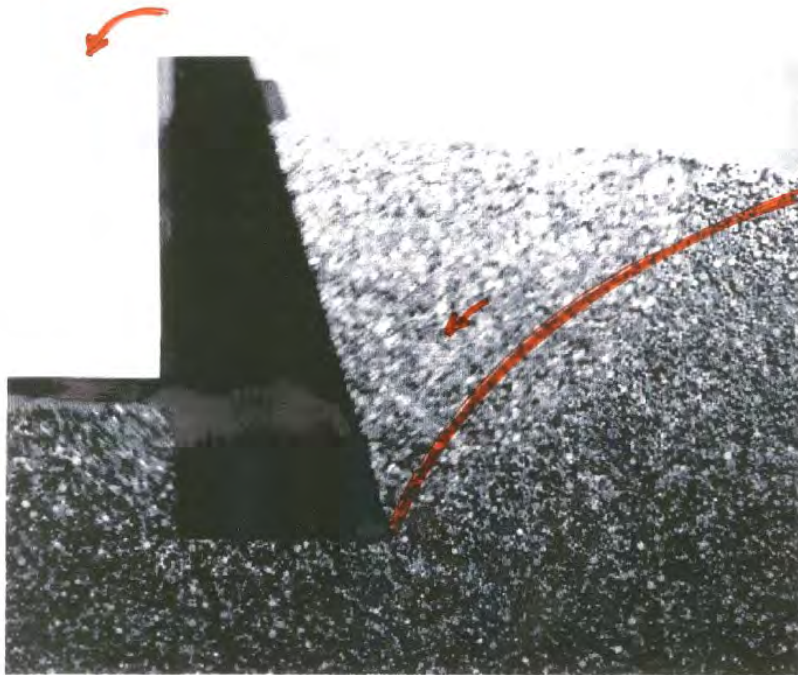


**Αστοχία (κατάρρευση) τοίχου αντιστήριξης**

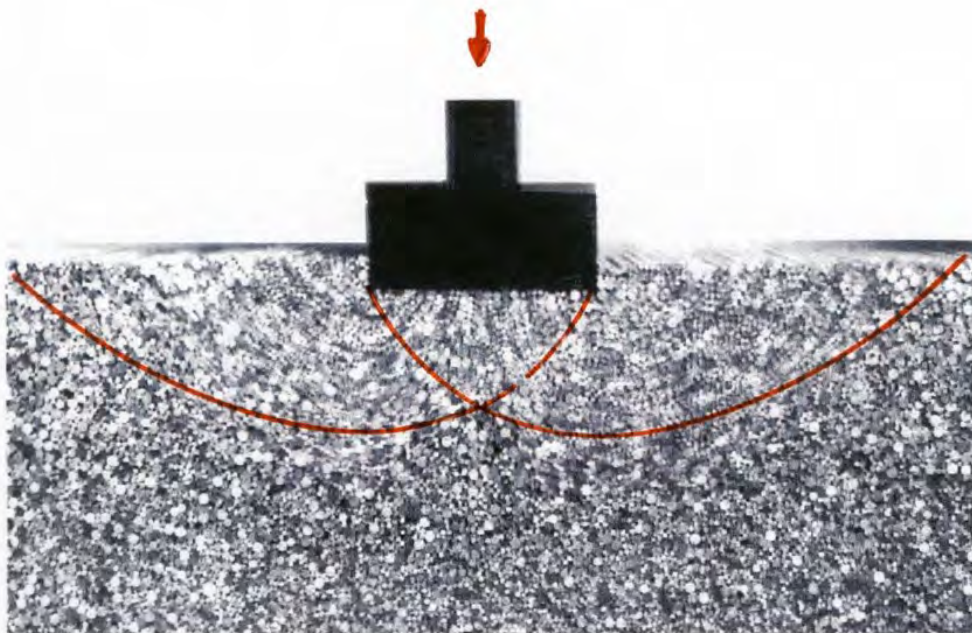


**μηχανισμός αστοχίας .....**



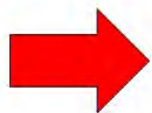
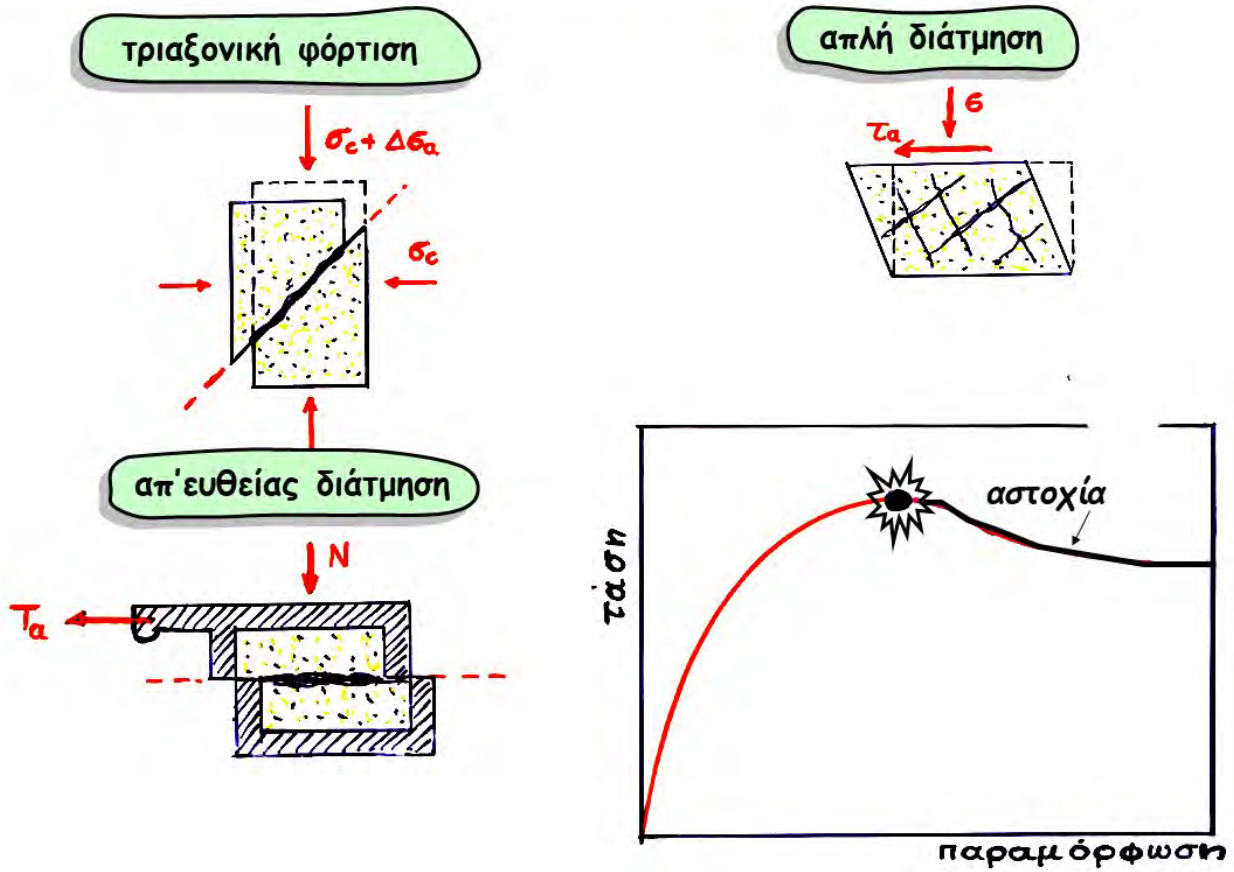


**αστοχία τοίχου αντιστήριξης . . . . .**

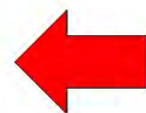


**αστοχία θεμελίου . . . . .**

# 1β. Αστοχία εδαφών στο εργαστήριο



Video για παρουσίαση στην τάξη ..





## Σύνοψη: Αστοχία εδαφών στη φύση και στο εργαστήριο

Όλα τα παραπάνω παραδείγματα αστοχίας εδαφών στην φύση και στο εργαστήριο, έχουν τα εξής βασικά κοινά χαρακτηριστικά:

- δημιουργείται μία **ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΣΤΟΧΙΑΣ**,
- επί της οποίας έχουμε **ΟΛΙΣΘΗΣΗ** (όταν αυτό είναι κινηματικά δυνατόν), ή
- με άλλα λόγια, υπέρβαση της οριακής αντίστασης **ΤΡΙΒΗΣ**.

⚡ **ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΣΤΟΧΙΑΣ**

⚡ **ΟΛΙΣΘΗΣΗ**

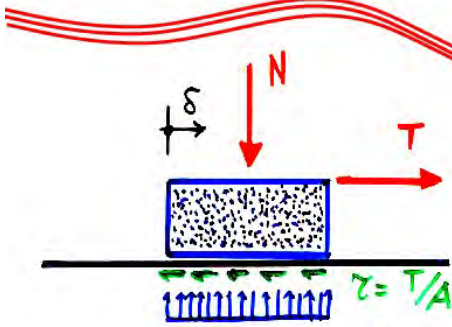
⚡ **ΤΡΙΒΗ**



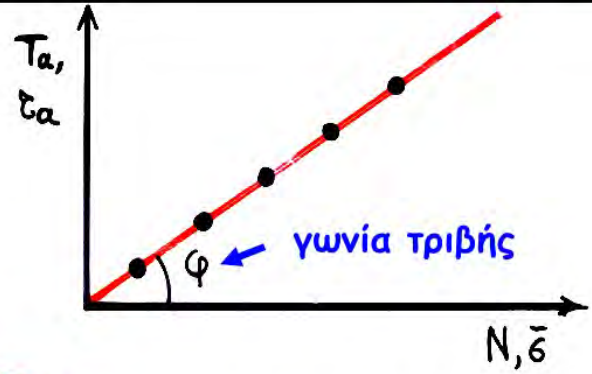
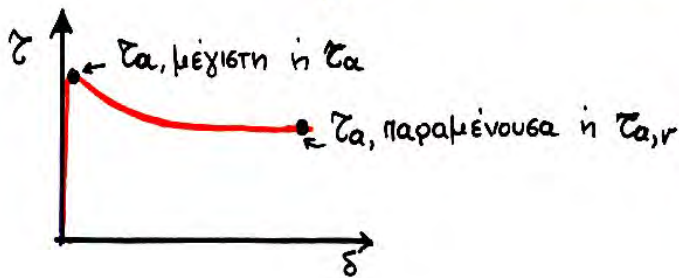
**ΝΟΜΟΣ ΤΡΙΒΗΣ  
COULOMB**

## 2. Ορισμός Αστοχίας

### α. Ολισθαίνον Στερεό



$$\bar{\sigma} = \frac{N}{A}, \quad A = \text{επιφάνεια επαφής}$$



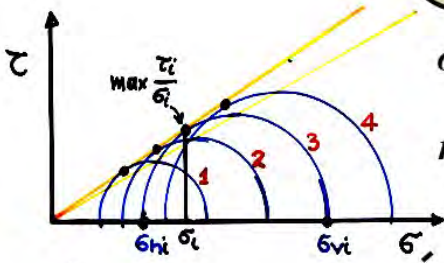
$$T \leq T_\alpha = N \cdot \mu$$

$$\Rightarrow \tau \leq \tau_\alpha = \bar{\sigma} \cdot \mu$$

$$\Rightarrow \frac{\tau}{\sigma} \leq \mu = \tan \phi$$

### Νόμος τριβής COULOMB

### β. Εδαφος

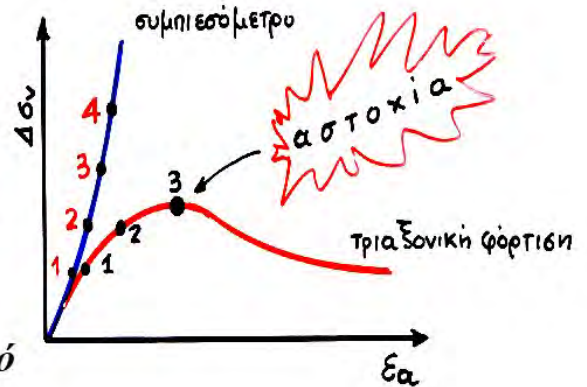


#### συμπιεσόμετρο

$$\sigma_h = K_o \cdot \sigma_v$$

$$\max \frac{\tau_i}{\sigma_i} = \text{σταθερό}$$

$$= ; ; ;$$



#### τριαξονική φόρτιση σε θλίψη

$$\sigma_h = \text{σταθερό}$$

$$\sigma_v = \sigma_h + \Delta \sigma_v$$

$$\max \frac{\tau_i}{\sigma_i} \text{ αυξάνει } \text{έως } \text{την } \text{αστοχία}$$



**ΑΡΑ . . . . .**

σε **διατμητική φόρτιση** υπάρχει μία μέγιστη τιμή του λόγου διατμητικής τάσης  $(\tau/\sigma')_{max}$  [ΟΧΙ της διατμητικής τάσης] πέραν της οποίας έχω **αστοχία**, ήτοι θραύση με πολύ μεγάλες παραμορφώσεις.....

**Πρακτικό Πρόβλημα:**

Σε δοκιμή απ' ευθείας διάτμησης αμμόδους δοκιμίου μετρήθηκαν οι παρακάτω τάσεις αστοχίας:

$$\tau_a = 200 \text{ kPa}, \quad \sigma'_v = 300 \text{ kPa}$$

(α) Στην ίδια δοκιμή,  $\tau_a = ?$ ; όταν  $\sigma'_v = 100 \text{ kPa}$

(β) Σε δοκιμή απλής διάτμησης  $\tau_a = ?$ ; όταν  $\sigma'_v = 200 \text{ kPa}$  και  $\sigma'_h = 100 \text{ kPa}$

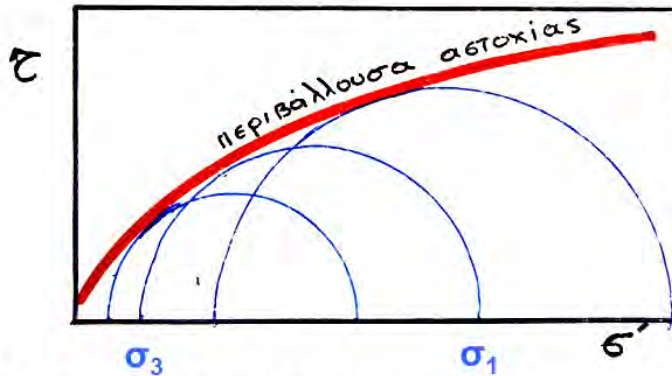
(γ) Σε δοκιμή τριαξονικής φόρτισης  $\Delta\sigma_{va} = ?$ ; όταν  $\sigma'_{vo} = \sigma'_{ho} = 150 \text{ kPa}$

Για να απαντήσω στα παραπάνω ερωτήματα, χρειάζομαι ένα. . . .

**ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΣΤΟΧΙΑΣ** → μία σχέση δηλαδή μεταξύ των διαφόρων τάσεων στην κατάσταση αστοχίας

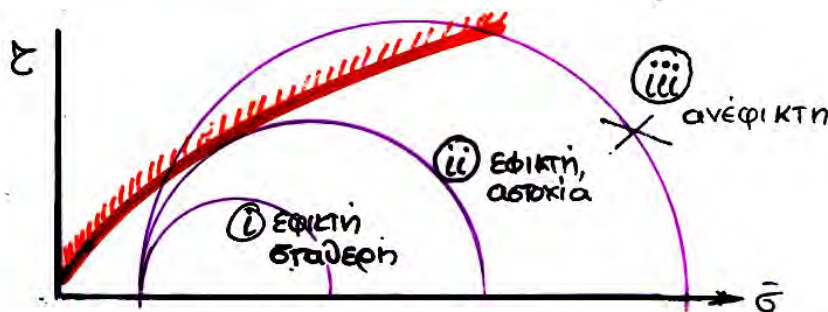
### 3. Κριτήριο Αστοχίας ΜΟΗΡ

- Για ένα δεδομένο εδαφικό σημείο, όλοι οι κύκλοι ΜΟΗΡ των ενεργών τάσεων αστοχίας εφάπτονται μίας κοινής περιβάλλουσας αστοχίας.



- Η περιβάλλουσα αστοχίας είναι ανεξάρτητη από τον τρόπο φόρτισης, τις συνοριακές συνθήκες, την ύπαρξη νερού, κ.λ.π.
- Αποτελεί δηλαδή μηχανική ιδιότητα του εδαφικού σκελετού (και μόνον)

- Για ένα δεδομένο εδαφικό σημείο, όλοι οι κύκλοι ΜΟΗΡ των ενεργών τάσεων αστοχίας εφάπτονται μίας κοινής περιβάλλουσας αστοχίας.



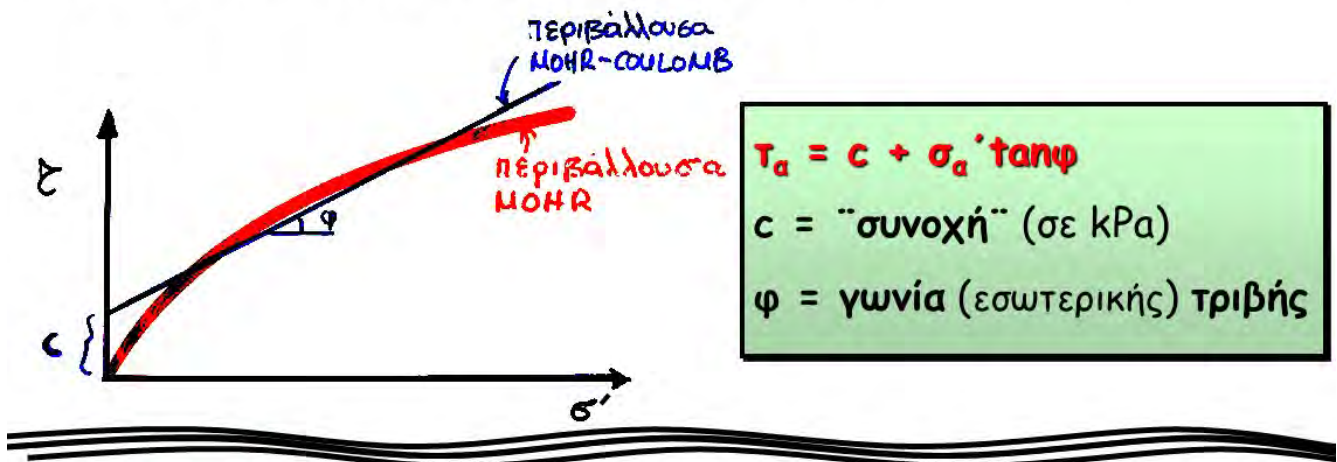
- και ορίζει τρεις "περιοχές τάσεων"  
 (i) εφικτή - σταθερή  
 (ii) εφικτή - αστοχία  
 (iii) ανέφικτη

- Η περιβάλλουσα αστοχίας είναι ανεξάρτητη από τον τρόπο φόρτισης, τις συνοριακές συνθήκες, την ύπαρξη νερού, κ.λ.π.
- Αποτελεί δηλαδή μηχανική ιδιότητα του εδαφικού σκελετού (και μόνον)



## 4. Κριτήριο Αστοχίας MOHR - COULOMB

Για αναλυτικούς υπολογισμούς, είναι πρακτική η έκφραση του κριτηρίου αστοχίας με μια απλή, γραμμική σχέση. Έτσι . . . . .



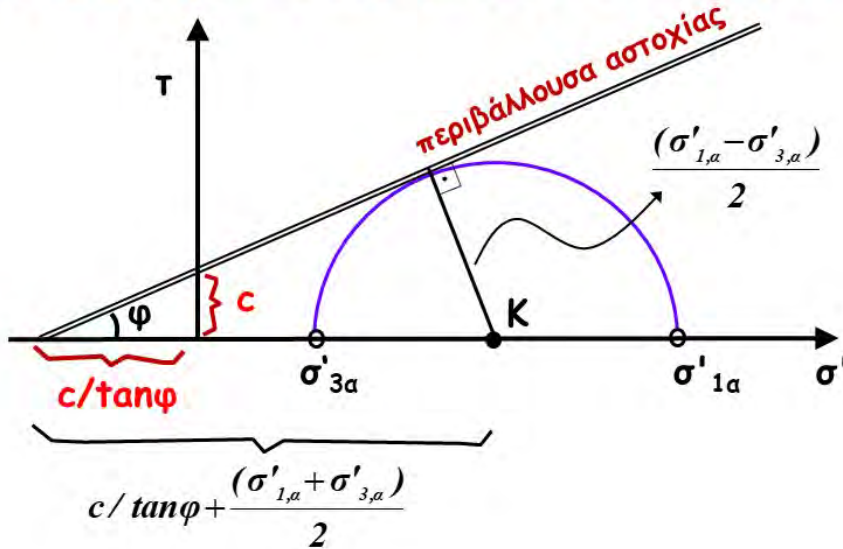
**ΑΜΜΟΙ:**  $c = 0, \quad \phi = 30 \div 45^\circ$

**ΑΡΓΙΛΟΙ - OCR=1.0 :**  $c = 0, \quad \phi = 20 \div 35^\circ$

**ΑΡΓΙΛΟΙ - OCR>1.0 :**  $c [OCR, (\bar{\sigma}_v)], \quad \phi [PI, OCR, (\bar{\sigma}_v)]$

## 5. Πρακτικές σχέσεις και συνέπειες κριτηρίου αστοχίας MOHR-COULOMB

### α. Σχέσεις μεταξύ των κυρίων τάσεων κατά την αστοχία



$$\sin \varphi = \frac{\frac{(\sigma'_{1,a} - \sigma'_{3,a})}{2}}{\frac{(\sigma'_{1,a} + \sigma'_{3,a})}{2} + c/\tan \varphi} \Rightarrow \frac{\sigma'_{1,a} - \sigma'_{3,a}}{\sigma'_{1,a} + \sigma'_{3,a} + 2c/\tan \varphi} = \sin \varphi$$

### α. Σχέσεις μεταξύ των κυρίων τάσεων κατά την αστοχία (συνέχεια)

$$\sin \varphi = \frac{\sigma'_{1,a} - \sigma'_{3,a}}{\sigma'_{1,a} + \sigma'_{3,a} + 2c/\tan \varphi}$$



$$\sigma'_{3,a} = \sigma'_{1,a} \cdot K_a - 2c\sqrt{K_a}$$

$$\sigma'_{1,a} = \sigma'_{3,a} \cdot K_p + 2c\sqrt{K_p}$$

ή

$$K_a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \tan^2 \left( 45 - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$K_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \tan^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

για  $c = 0$ :

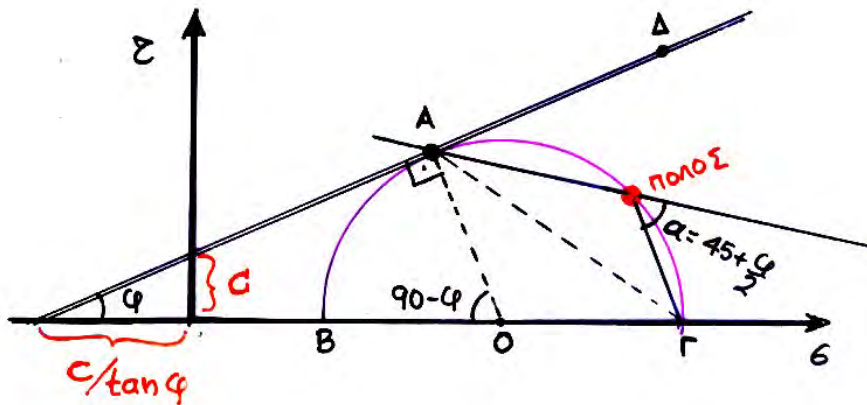
$$\frac{\sigma'_{1,a} - \sigma'_{3,a}}{\sigma'_{1,a} + \sigma'_{3,a}} = \sin \varphi$$

$$\text{ή } \sigma'_{3,a} = \sigma'_{1,a} \cdot K_a \quad (\text{ή } \sigma'_{1,a} = \sigma'_{3,a} \cdot K_p)$$





- β. Το επίπεδο αστοχίας σχηματίζει γωνία  $\pm (45+\varphi/2)$  με το επίπεδο της μέγιστης κύριας τάσης . . . . .



Το συμπέρασμα αυτό έχει μικρή πρακτική χρησιμότητα, αλλά αρκετό ενδιαφέρον ως προς την απόδειξη του.

Αξίζει να δοκιμάσετε.....

### Πρακτικό Πρόβλημα:

Σε δοκιμή απ' ευθείας διάτμησης αμμώδους δοκιμίου μετρήθηκαν οι παρακάτω τάσεις αστοχίας:

$$\tau_a = 200 \text{ kPa}, \quad \sigma'_v = 300 \text{ kPa}$$

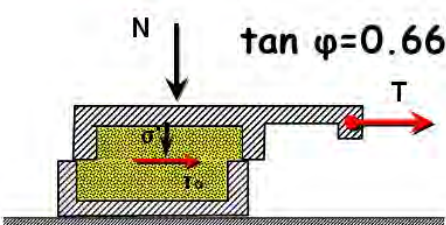
(α) Στην ίδια δοκιμή,  $\tau_a = ?$ ; όταν  $\sigma'_v = 100 \text{ kPa}$

(β) Σε δοκιμή απλής διάτμησης  $\tau_a = ?$ ; όταν  $\sigma'_v = 200 \text{ kPa}$  και  $\sigma'_h = 100 \text{ kPa}$

(γ) Σε δοκιμή τριαξονικής φόρτισης  $\Delta\sigma_{va} = ?$ ; όταν  $\sigma'_c = 150 \text{ kPa}$

Για να δούμε, τώρα που έχουμε το **κριτήριο αστοχίας** μπορούμε να το λύσουμε;

$\tau_a = c + \sigma'_v \cdot \tan\varphi$

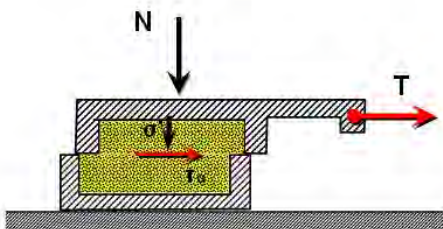


$\tan \varphi = 0.667, \quad \sin \varphi = 0.555, \quad \cos \varphi = 0.832$

$k_a = \tan^2(45 - \varphi/2) = 0.286$

$k_p = \tan^2(45 + \varphi/2) = 3.494$

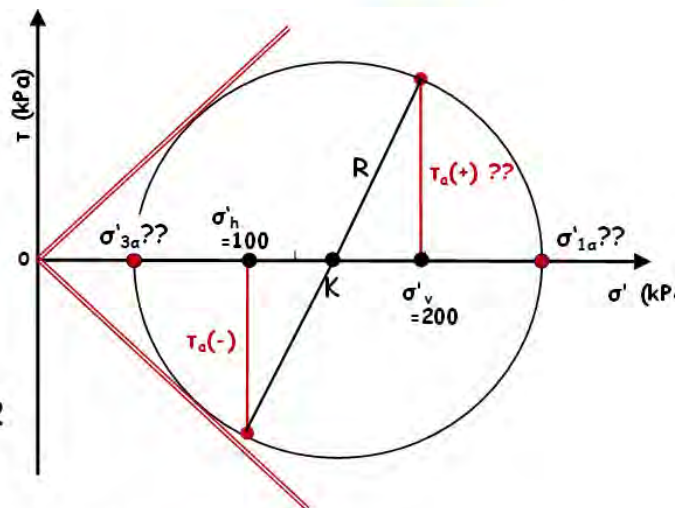
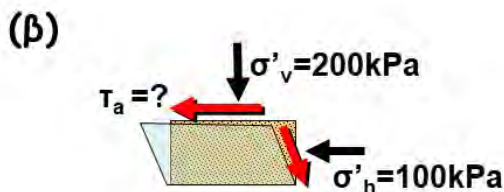
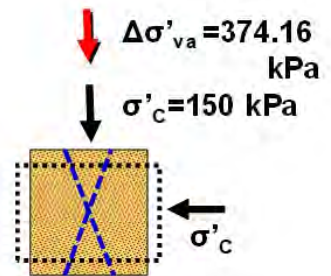
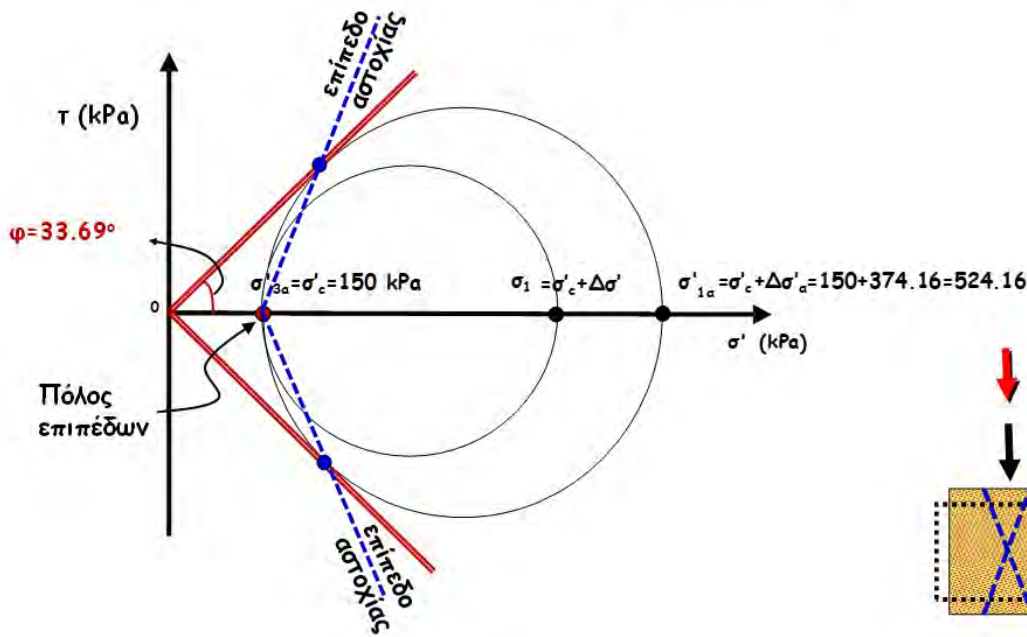
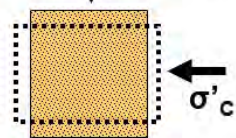
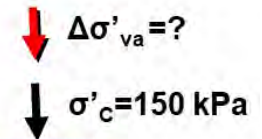
(α)  $\tau_a = c + \sigma'_v \cdot \tan\varphi = 100 \cdot \tan 33.69 = 66.67 \text{ kPa}$





(γ)  $\sigma'_{3\alpha} = \sigma'_c = 150 \text{ kPa}$   
 $\sigma'_{1\alpha} = \sigma'_c + \Delta\sigma_{V\alpha} = 150 + \Delta\sigma_{V\alpha}$

$\sigma'_{1\alpha} = K_p \sigma'_{3\alpha} + 2c \sqrt{K_p} \rightarrow 150 + \Delta\sigma_{V\alpha} = 150 \cdot 3.494$   
 $\rightarrow \dots \Delta\sigma_{V\alpha} = 374.16 \text{ kPa}$



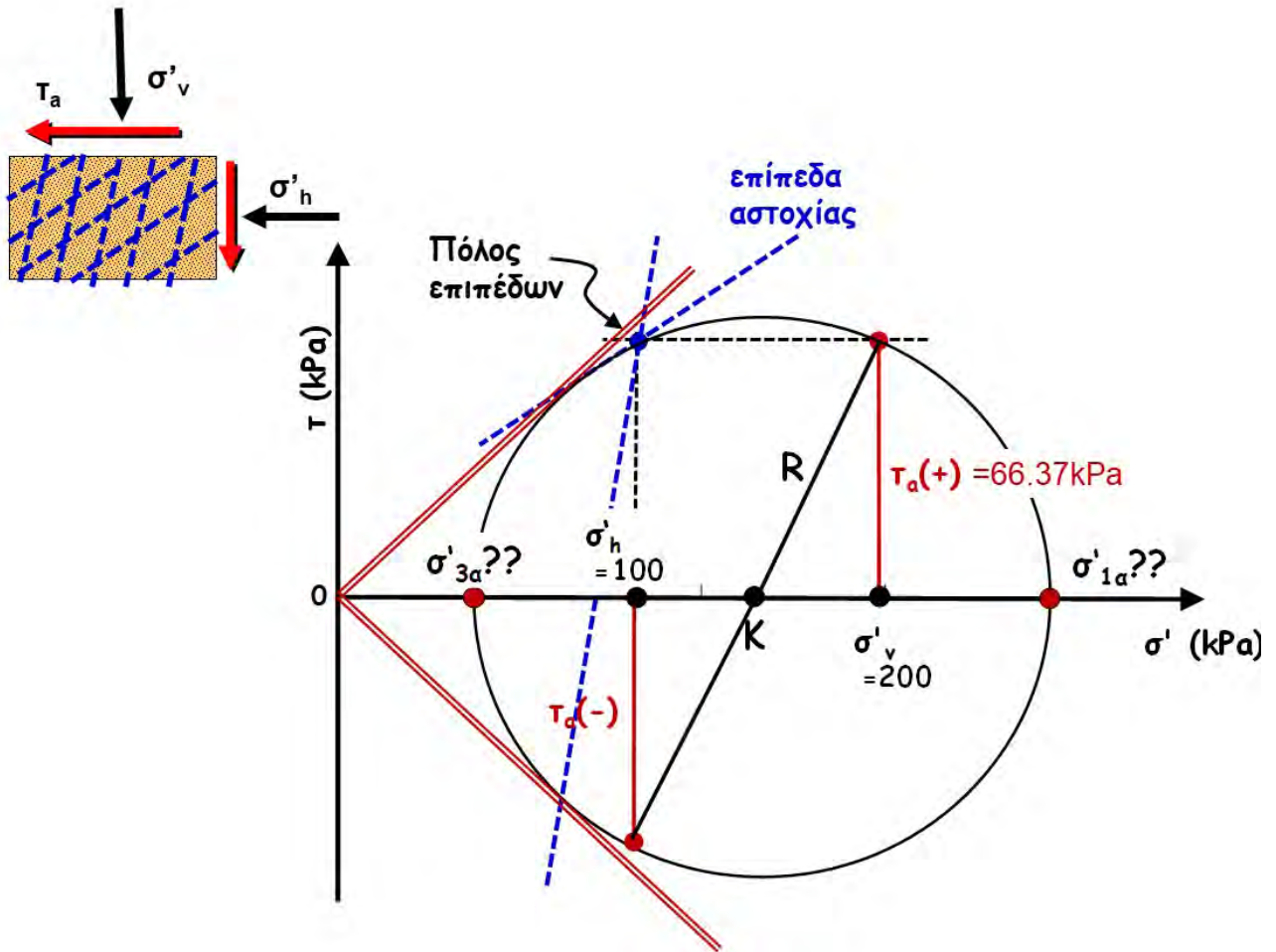
$OK = (\sigma'_v + \sigma'_h) / 2 = (100 + 200) / 2 = 150 \text{ kPa}$

$R_\alpha = \sqrt{\left(\frac{\sigma'_v - \sigma'_h}{2}\right)^2 + \tau_\alpha^2} = \sqrt{\left(\frac{200 - 100}{2}\right)^2 + \tau_\alpha^2} = \sqrt{50^2 + \tau_\alpha^2}$

$\sigma'_{1\alpha} = OK + R_\alpha \quad \& \quad \sigma'_{3\alpha} = OK - R_\alpha$

$\frac{\sigma'_{1\alpha} - \sigma'_{3\alpha}}{\sigma'_{1\alpha} + \sigma'_{3\alpha}} = \sin \varphi \Rightarrow \frac{2R_\alpha}{2 \cdot OK} = \frac{2\sqrt{50^2 + \tau_\alpha^2}}{300} = \sin(33.69)$

$\Rightarrow \dots \tau_\alpha = 66.56 \text{ kPa}$

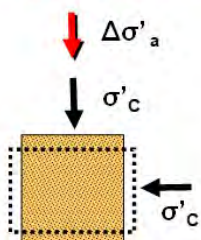


### Άσκηση:

Σε δοκίμιο ξηρής **αργιλώδους** άμμου εκτελέστηκαν δύο (2) τριαξονικές δοκιμές με τάση στερεοποίησης  $\sigma_c = 150$  kPa και πρόσθετη αξονική τάση κατά την αστοχία  $\Delta\sigma_a^I = 370$  kPa  $\Delta\sigma_a^{II} = -120$  kPa.

- Ποιές είναι οι παράμετροι διατμητικής αντοχής ( $c$  &  $\varphi$ ) ;
- Σε δοκιμή απλής διάτμησης  $\tau_a = ?$ ; όταν  $\sigma'_v = 200$  kPa και  $\sigma'_h = 100$  kPa
- Σε δοκιμή απ' ευθείας διάτμησης  $\tau_a = ?$ ; όταν  $\sigma'_v = 200$  kPa
- Να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr κατά την αστοχία για την δοκιμή απ' ευθείας διάτμησης
- Να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr κατά την αστοχία για την δοκιμή απλής διάτμησης

#### Τριαξονική I:



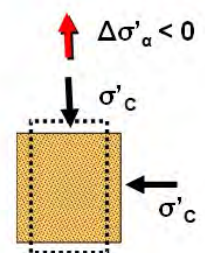
$$\sigma'_{3a} = \sigma'_c = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{1a} = \sigma'_c + \Delta\sigma_a = 150 + 370 = 520 \text{ kPa}$$

#### Τριαξονική II:

$$\sigma'_{1a} = \sigma'_c = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{3a} = \sigma'_c - \Delta\sigma_a = 150 - 120 = 30 \text{ kPa}$$





(α) Ποιές είναι οι παράμετροι διατμητικής αντοχής ( $c$  &  $\varphi$ ) :

$$\sigma'_{3\alpha} = k_a \cdot \sigma'_{3\alpha} - 2c\sqrt{k_a}$$

$$(I) \rightarrow 150 = 520k_a - 2c\sqrt{k_a}$$

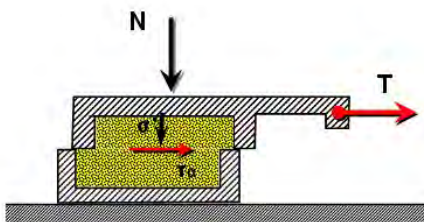
$$(II) \rightarrow 30 = 150k_a - 2c\sqrt{k_a}$$

$$(I) \text{ \& } (II) \rightarrow \dots k_a = \tan^2(45 - \varphi / 2) = 0.3243$$

$$(\varphi = 30.68^\circ)$$

$$c = 16.37 \text{ kPa}$$

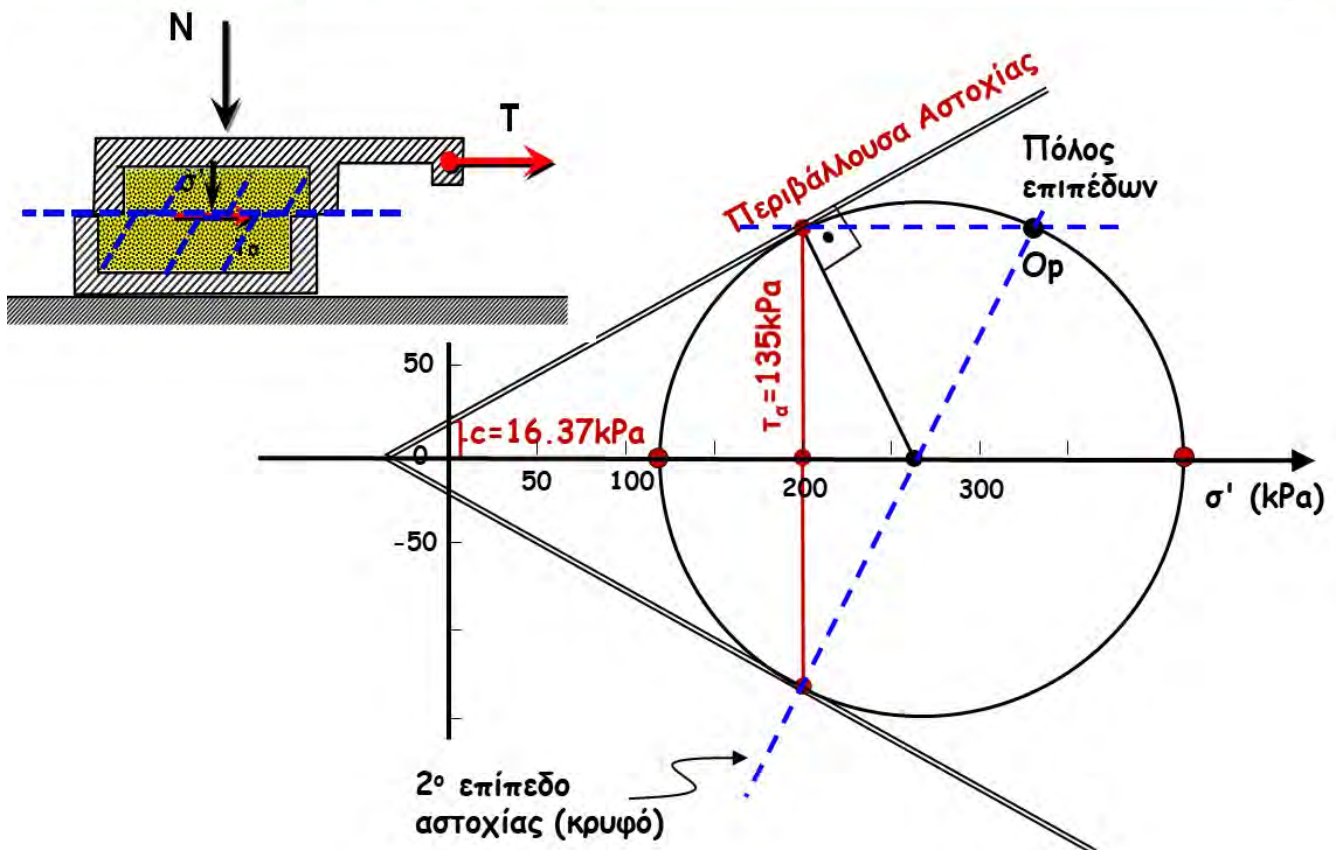
(γ) Σε δοκιμή απ' ευθείας διάτμησης  $\tau_a = ?$ ; όταν  $\sigma'_v = 200 \text{ kPa}$



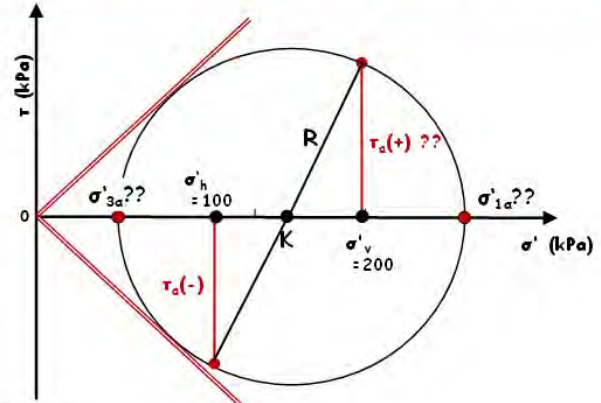
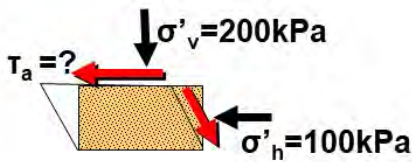
$$\tau_a = c + \sigma'_v \tan \varphi$$

$$= 16.37 + 200 \tan 30.68 = 135.03 \text{ kPa}$$

(δ) Να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr κατά την αστοχία για την δοκιμή απ' ευθείας διάτμησης



(β) Σε δοκιμή απλής διάτμησης  $\tau_a = ?$ ; όταν  $\sigma'_v = 200 \text{ kPa}$  &  $\sigma'_h = 100 \text{ kPa}$



$$OK = (\sigma'_v + \sigma'_h) / 2 = (100 + 200) / 2 = 150 \text{ kPa}$$

$$R_a = \sqrt{\left(\frac{\sigma'_v - \sigma'_h}{2}\right)^2 + \tau_a^2} = \sqrt{\left(\frac{200 - 100}{2}\right)^2 + \tau_a^2} = \sqrt{50^2 + \tau_a^2}$$

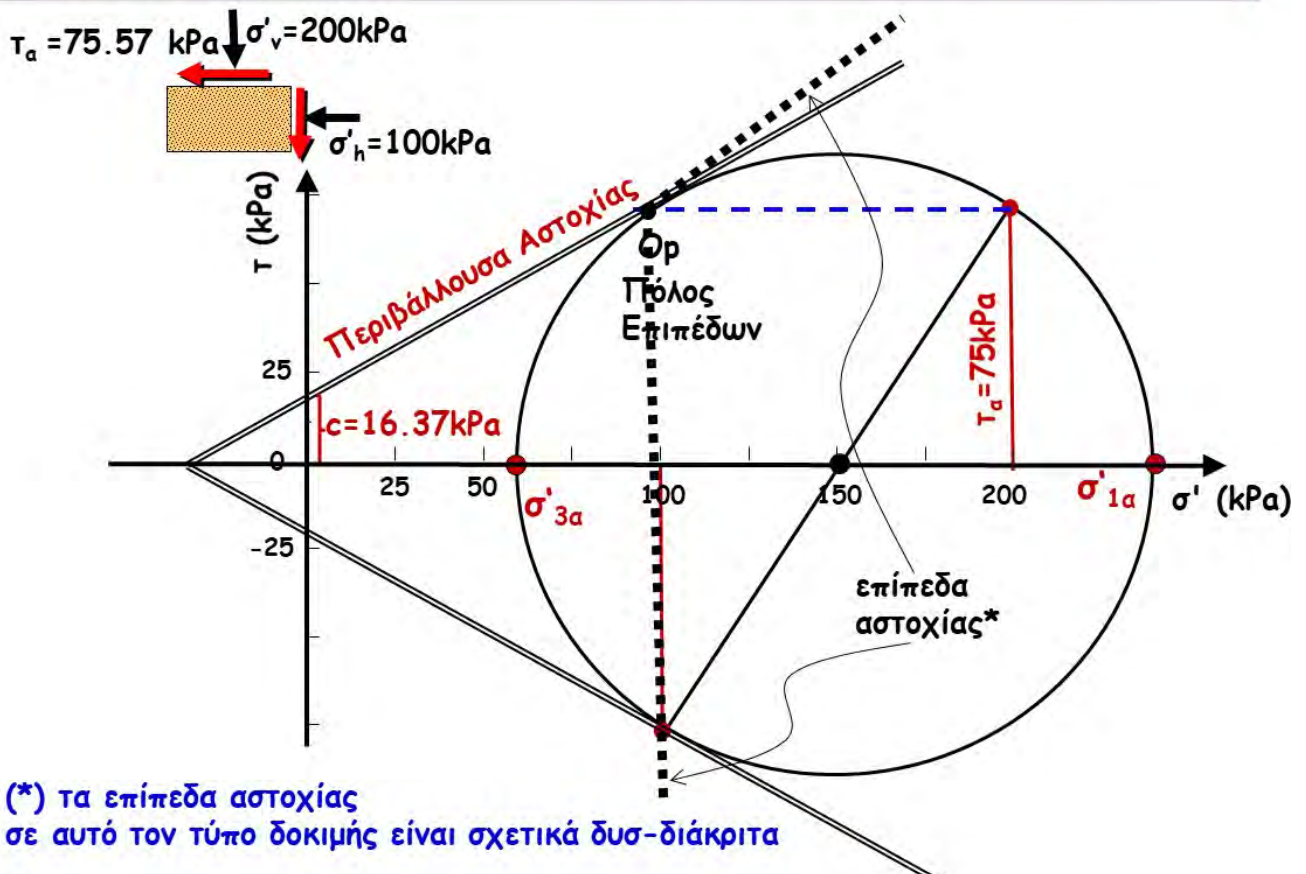
$$\sigma'_{1a} = OK + R_a \quad \& \quad \sigma'_{3a} = OK - R_a$$

$$\sigma'_{3a} = k_a \sigma'_{1a} - 2c \sqrt{k_a} \Rightarrow (150 - R_a) = 0.3243 \cdot (150 + R_a) - 2 \cdot 16.7 \cdot \sqrt{0.3243}$$

$$\Rightarrow \dots R_a = \sqrt{50^2 + \tau_a^2} = 90.61 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow \dots \tau_a = 75.566 \text{ kPa}$$

(ε) Να σχεδιασθεί ο κύκλος Mohr κατά την αστοχία για την δοκιμή απλής διάτμησης



(\*) τα επίπεδα αστοχίας σε αυτό τον τύπο δοκιμής είναι σχετικά δυσ-διάκριτα



## 6. Παράγοντες που επιδρούν στην διατμητική αντοχή ΑΜΜΟΥ

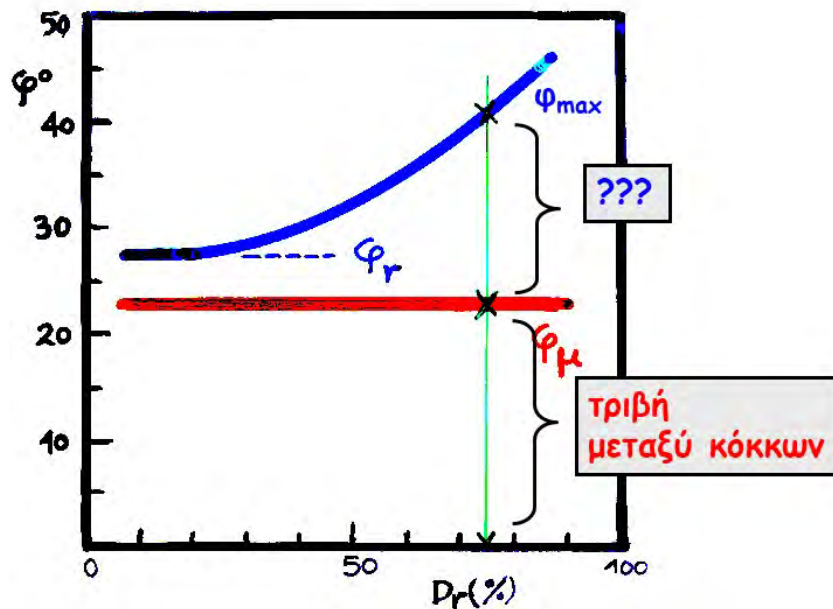
Αποτελέσματα δοκιμής ΑΠΛΗΣ ΔΙΑΤΜΗΣΗΣ



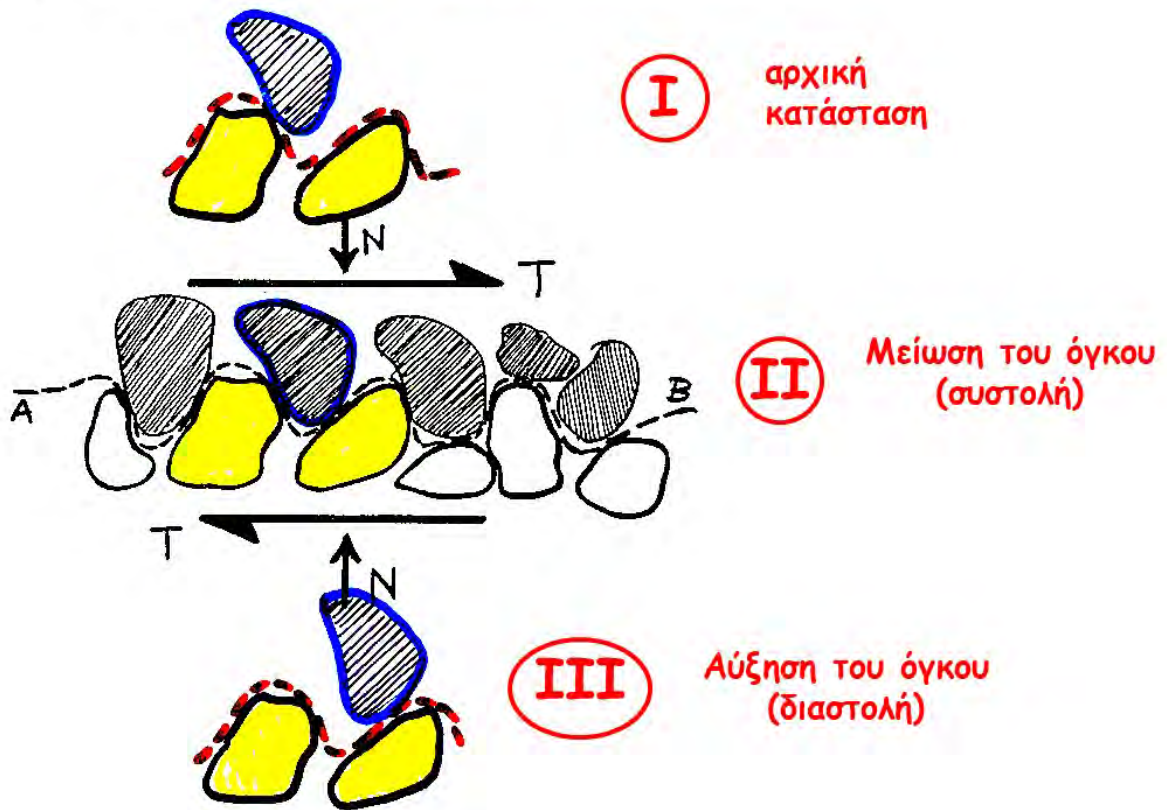
- ✦ Μέγιστη γωνία τριβής  $\varphi_{MAX}$
- ✦ Παραμένουσα γωνία τριβής  $\varphi_{RES}$
- ✦ Γωνία τριβής μεταξύ κόκκων  $\varphi_{\mu}$

Πως ορίζονται, τι σχέση έχουν μεταξύ τους, ποιοι παράγοντες τις επηρεάζουν;

Επίδραση της Σχετικής Πυκνότητας στην διατμητική αντοχή των ΑΜΜΩΝ



## Εξήγηση: Διαστολικότητα .....

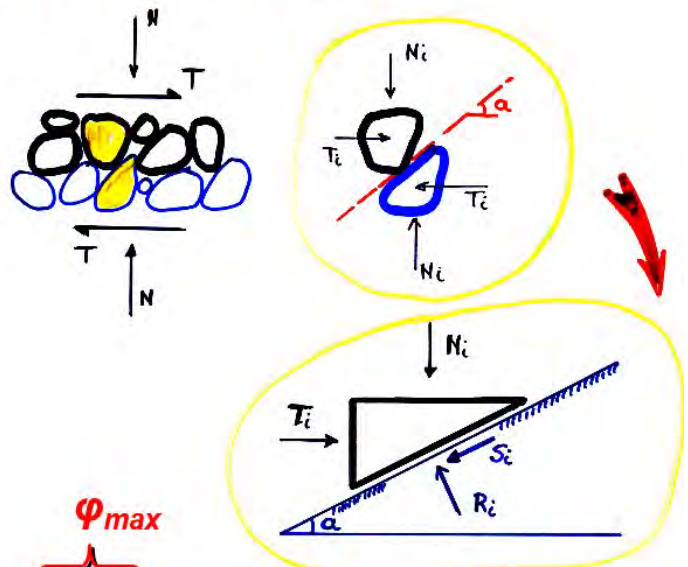


Άρα, κατά την αστοχία,  
η σχετική ολίσθηση των κόκκων  
συμβαίνει επί κεκλιμένου (όχι οριζόντιου) επιπέδου

$$\left. \begin{aligned} N_i &= R_i \cos \alpha - S_i \sin \alpha \\ T_i &= R_i \sin \alpha + S_i \cos \alpha \end{aligned} \right\}$$

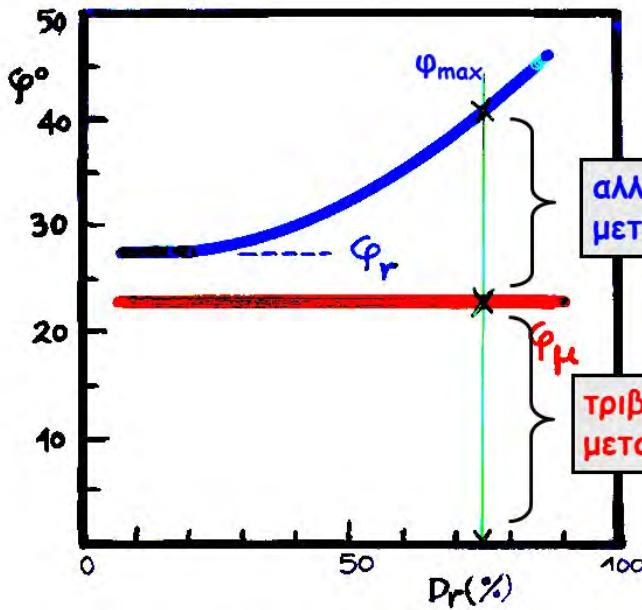
$$\left. \begin{aligned} \frac{T_i}{N_i} &= \frac{\tan \alpha + \frac{S_i}{R_i}}{1 - \frac{S_i}{R_i} \tan \alpha} \\ \frac{S_i}{R_i} &= \tan \varphi_\mu \end{aligned} \right\}$$

$$T_i = N_i \tan(\underbrace{\varphi_\mu}_{\text{τριβή μεταξύ κόκκων}} + \underbrace{\alpha}_{\text{αλληλεμπλοκή μεταξύ κόκκων}}) = N_i \tan \varphi_{max}$$





**Παράγοντες που συμβάλλουν στην διατμητική αντοχή των ΑΜΜΩΝ**

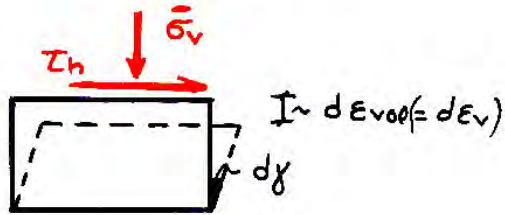


αλληλεμπλοκή μεταξύ κόκκων

τριβή μεταξύ κόκκων

$\phi_{max}$	=	30 ÷ 45°
$\phi_r$	=	28 ÷ 30°
$\phi_{\mu}$	=	20 ÷ 25°

Εναλλακτική Θεώρηση:



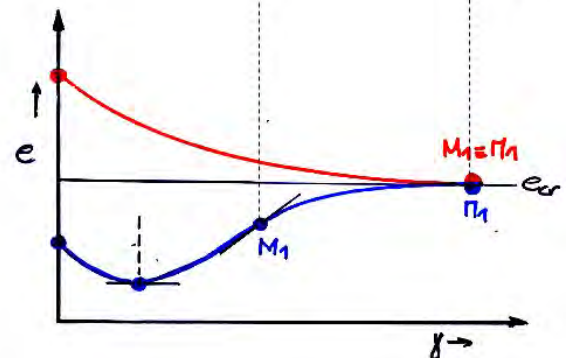
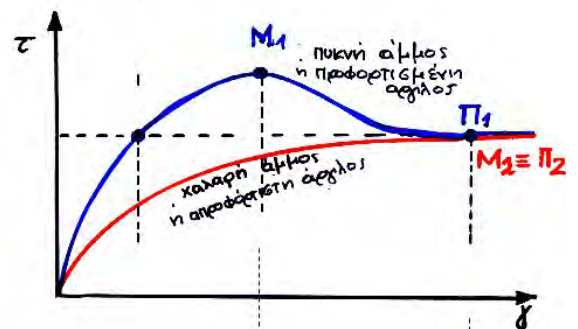
$$\underbrace{T \cdot h \cdot dy + N \cdot dh}_{\text{έργο εξωτερικών τάσεων}} = \underbrace{(\mu \bar{\sigma}_v) \cdot dy \cdot V}_{\text{έργο εσωτερικών τάσεων τριβής}}$$

έργο εξωτερικών τάσεων = έργο εσωτερικών τάσεων τριβής

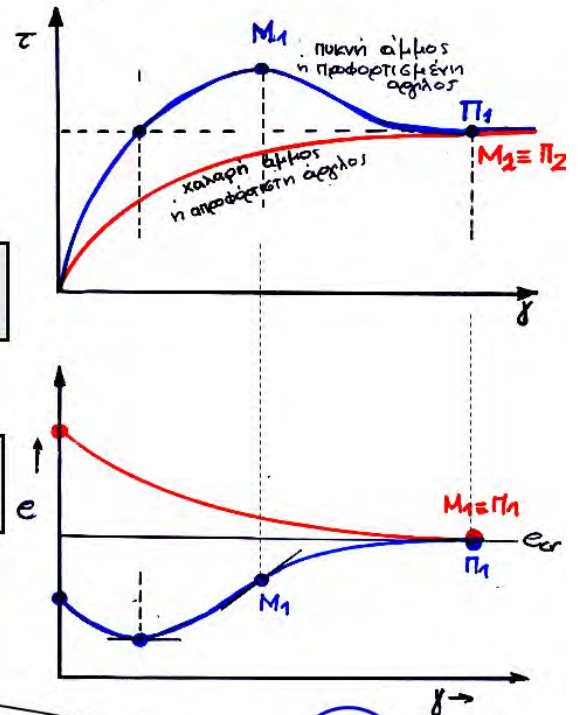
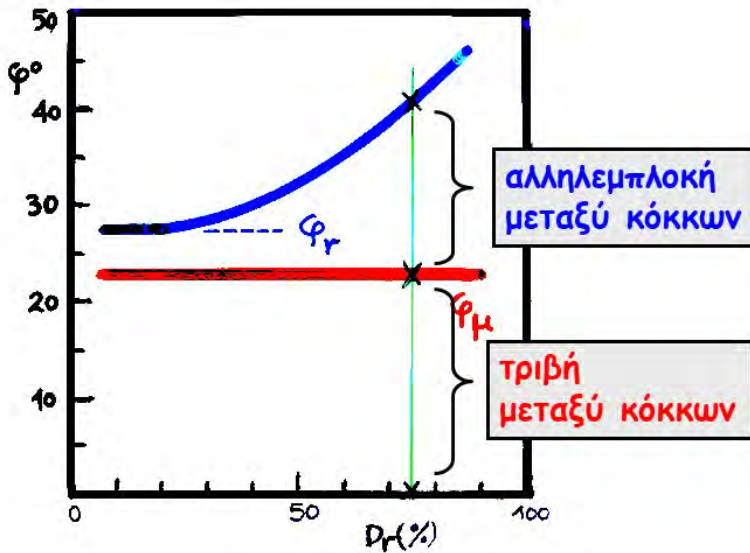
$$\frac{\tau_h}{\sigma_v} = \mu - \frac{d\varepsilon_{vol}}{d\gamma}$$

$\tan \phi_{MAX} = \tan \phi_{\mu} + \tan \psi$

$\psi$  = γωνία διαστολικότητας



# Εναλλακτική Θεώρηση:



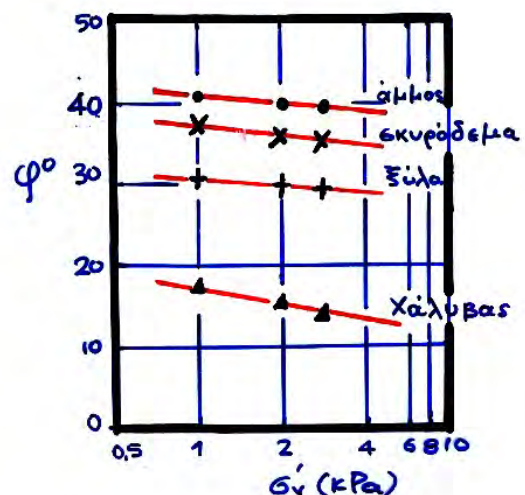
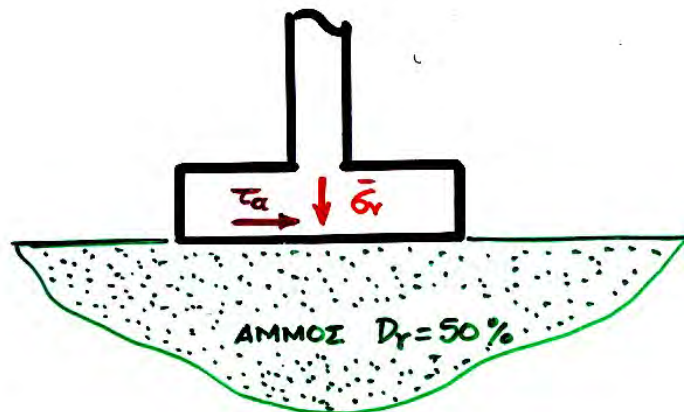
$\tan \varphi_{MAX} = \tan \varphi_{\mu} + \tan \psi$   
 $\psi = \text{γωνία διαστολικότητας}$

$$\frac{\tau_{h1}}{\sigma'_v} = \mu \left( \frac{d\varepsilon_{vol}}{d\gamma} \right)$$

## ΠΕΙΡΑΜΑ

σε ομοίωμα θεμελίου από:

- σκυρόδεμα
- ξύλο
- χάλυβα

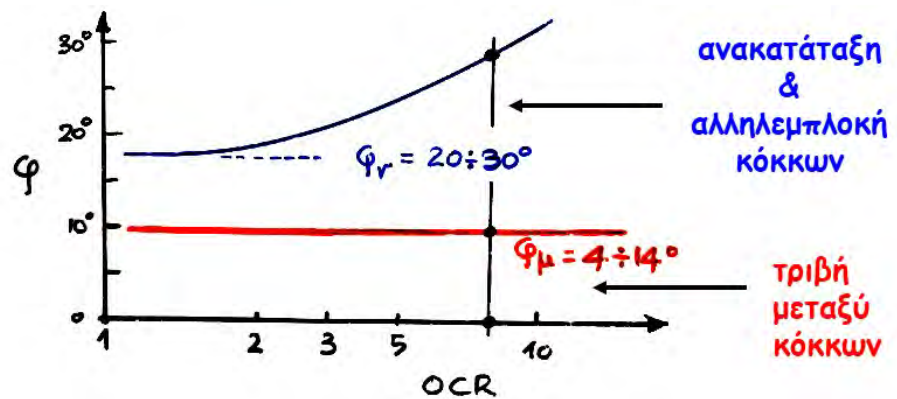
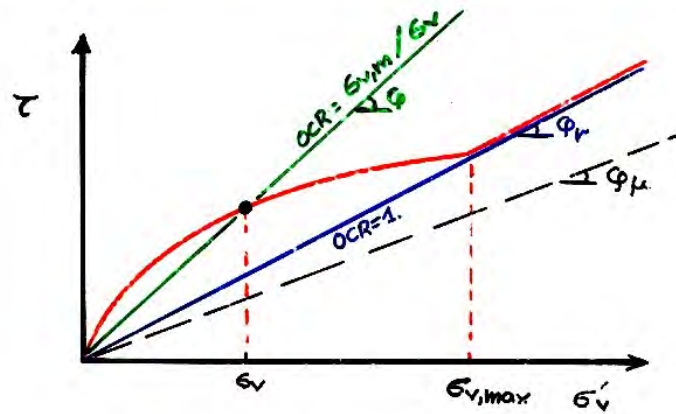


### Ερωτήσεις :

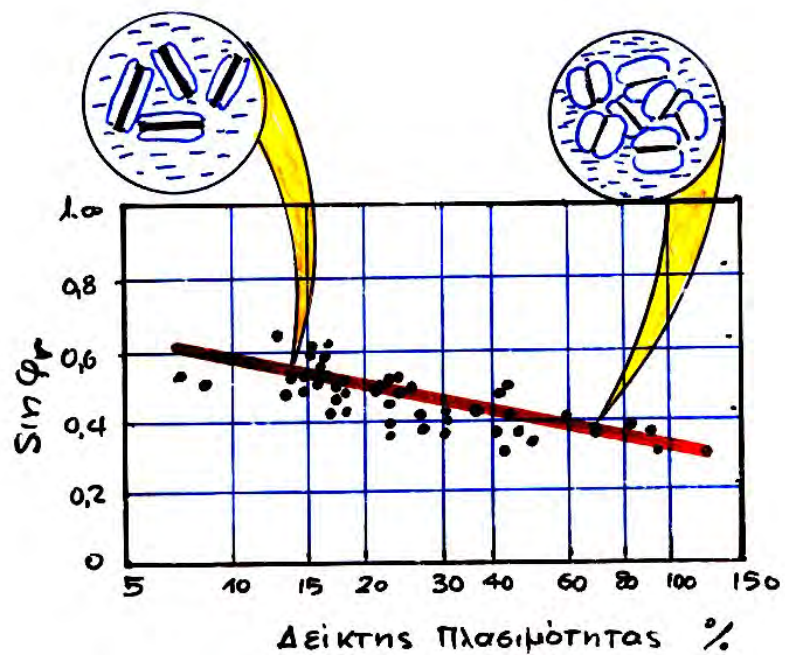
- + γιατί  $\varphi_{\text{χάλυβας}} < \varphi_{\text{ξύλο}} < \varphi_{\text{σκυρόδεμα}}$  ?
- + γιατί η  $\varphi$  μικραίνει με την  $\sigma'_v$  ?



## 7. Παράγοντες που συμβάλλουν στην διατμητική αντοχή ΑΡΓΙΛΩΝ



επίδραση του  
**δείκτη πλασιμότητας**  
 στην  
 παραμένουσα  
 γωνία τριβής  $\phi_r$



## 8. Βασικά Σημεία του Κεφαλαίου

Ελέγξτε τις γνώσεις σας με τις παρακάτω ερωτήσεις οι οποίες συνοψίζουν τα βασικά σημεία του βου Κεφαλαίου:

- ✚ Πως εκδηλώνεται η διατμητική αστοχία του εδάφους σε τεχνικά έργα και σε εργαστηριακές δοκιμές;
- ✚ Περιβάλλουσα αστοχίας Mohr-Coulomb: συνοχή ( $c$ ) και γωνία εσωτερικής τριβής ( $\varphi$ )
- ✚ Μέγιστη και παραμένουσα γωνία τριβής ( $\varphi_{\max}$  &  $\varphi_{res}$ ): παράγοντες που τις επηρεάζουν σε άμμους και αργίλους.
- ✚ Τι σχέση έχουν μεταξύ τους η  $\varphi_{\max}$ , η  $\varphi_{res}$  και ο συντελεστής τριβής μεταξύ των κόκκων  $\mu$ ; Που οφείλονται οι διαφορές;
- ✚ Απόδειξη του ρόλου της αλληλεμπλοκής μεταξύ των κόκκων με το προσομοίωμα του ολισθαίνοντος στερεού επί κεκλιμένου εδάφους
- ✚ Σχέση μεταξύ των τάσεων αστοχίας που ασκούνται σε επίπεδο (απ' έξω)
- ✚ Σχέσεις μεταξύ των τάσεων αστοχίας που ασκούνται σε σημείο (απ' έξω..)





## ΚΕΦΑΛΑΙΟ VII.

### ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ & ΑΣΤΟΧΙΑ ΤΟΥ ΚΟΡΕΣΜΕΝΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ

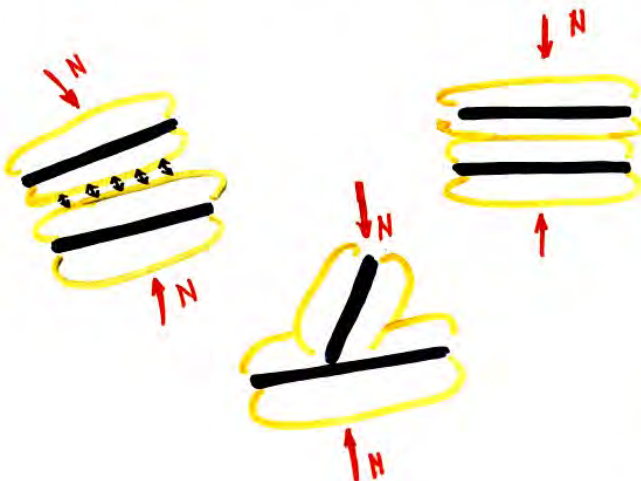
1. Ο τρίπτυχος ρόλος της υγρής φάσης (νερού)
  - Χημική αλληλεπίδραση
  - Φυσική αλληλεπίδραση
  - Μηχανική αλληλεπίδραση
2. Ανάπτυξη (υπερ-) πίεσης των πόρων υπό «αστράγγιστες» συνθήκες φόρτισης
  - 1- $\Delta$  & ισότροπη συμπίεση
  - Διάτμηση
3. Αστοχία υπό «αστράγγιστες» συνθήκες φόρτισης

### 1. Ο «τρίπτυχος» ρόλος της υγρής φάσης (του νερού των πόρων δηλαδή)

#### Χημική αλληλεπίδραση

Την έχουμε κουβεντιάσει ήδη.

Αφορά το “διπλό στρώμα” νερού που επηρεάζει τον τρόπο μεταφοράς των δυνάμεων μεταξύ των α ρ γ ι λ ι κ ώ ν πλακιδίων.



Είναι σημαντική μόνον για λεπτόκοκκα εδάφη, δηλαδή αργίλους και κάποιους τύπους (πλαστικών) ιλύων. Δεν παίζει κανένα ρόλο σε πιο χονδρόκοκκα εδάφη, όπως άμμους και χάλικες (γιατί άραγε;)



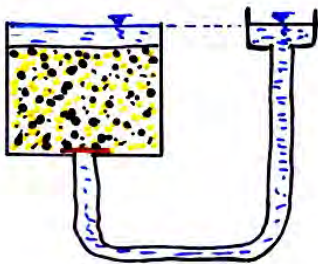
## Φυσική αλληλεπίδραση



Όταν υπάρχει ροή νερού μέσω των πόρων του εδάφους, τότε ασκούνται δυνάμεις επί των στερεών κόκκων (κάτι ανάλογο προς τις δυνάμεις που ασκεί ένας χείμαρρος σε ογκόλιθους που βρίσκονται εντός της κοίτης του), οι οποίες μεταβάλλουν τις τάσεις επαφής.

Η μορφή αυτή αλληλεπίδρασης είναι **σημαντική** .....

σε **χονδροκόκκα** κυρίως εδάφη (άμμους, χάλικες, κλπ..) όπου το νερό δεν είναι δεσμευμένο στο “διπλό στρώμα” αλλά είναι ελεύθερο και μπορεί να δημιουργήσει εσωτερική ροή.



**Υδροστατικές συνθήκες** – δεν υπάρχει ροή νερού προς τα άνω.

Η μόνη δύναμη που ασκείται στους κόκκους είναι η άνωση  $A$ , η οποία μειώνει το βάρος του κόκκου από  $G$  σε  $G' = G - A$ .

Για συνήθη εδάφη  $G' > 0$  (γιατί ;)



**Ροή προς τα άνω.**

Τώρα, εκτός από την άνωση  $A$ , ασκείται και μία υδροδυναμική δράση  $F_{υδρ}$  και επομένως το βάρος του κόκκου μειώνεται ακόμη περισσότερο, από  $G$  σε  $G' = G - A - F_{υδρ}$ , και μπορεί ακόμη και να μηδενισθεί

( $G' = 0$  **φαινόμενο ρευστής άμμου**)



**Ερώτηση:**

από την κλασική ταινία *Laurence of Arabia* με πρωταγωνιστή τον Peter O'Toul

Ένας μικρός και αμέριμος βεδουίνος πέφτει κατά λάθος σε ρευστή (“κινούμενη” κατά κόσμον) άμμο. Τι θα του συμβεί; Θα πνιγεί άραγε ή όχι;



**Μηχανική αλληλεπίδραση**

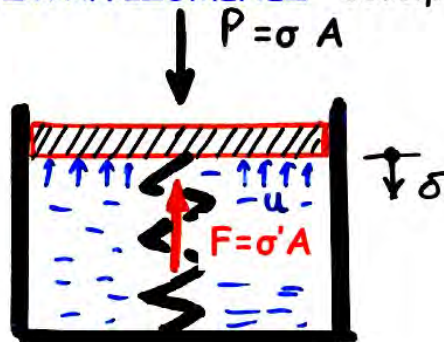
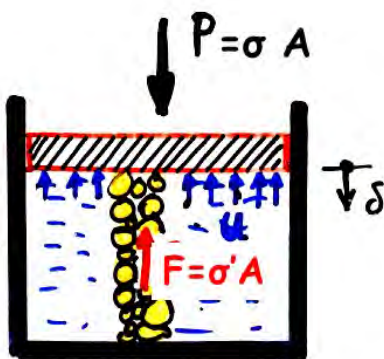
[π.χ. 1-Δ συμπίεση]

Να σχεδιασθεί η μεταβολή των

$P$ (=σταθ.),  $U$ ,  $F$ ,  $\delta$

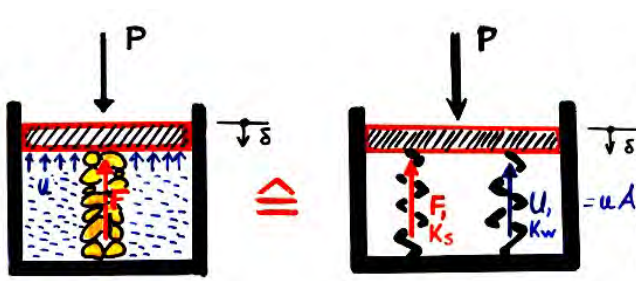
με τον χρόνο στις παρακάτω περιπτώσεις :

- (α) Κορεσμένο έδαφος, αδιαπέρατη πλάκα φόρτισης (“ΑΣΤΡΑΓΓΙΣΤΕΣ” συνθήκες φόρτισης)
- (β) Κορεσμένο έδαφος, διαπερατή πλάκα φόρτισης (“ΣΤΡΑΓΓΙΖΟΜΕΝΕΣ” συνθήκες φόρτισης)



$P = U + F$   
 $P = \sigma A$   
 $F = \sigma' A$   
 $U = u A$   
 $A = \text{επιφάνεια πλάκας}$





(α) Αδιαπέρατη πλάκα  
(αστράγγιστη φόρτιση)

$$K_w \gg K_s \rightarrow \left. \begin{array}{l} K_w/K_s \rightarrow \infty \\ K_s/K_w \rightarrow 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \delta \rightarrow 0 \\ \rightarrow U \rightarrow P \\ F \rightarrow 0 \end{array}$$

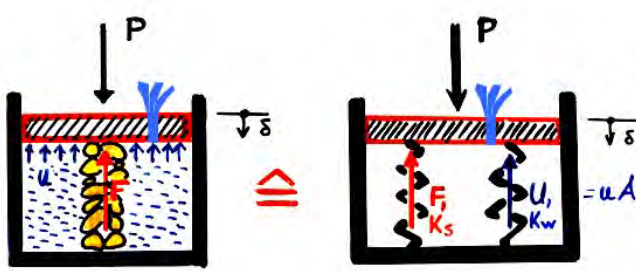
$$\begin{array}{l} K_w = 10^8 \text{ kPa} \\ K_s = 10^5 \text{ kPa} \end{array}$$

$$K_s \cdot \delta + K_w \cdot \delta = P \rightarrow \delta = \frac{P}{K_s} \left( \frac{1}{1 + K_w/K_s} \right)$$

$$U = K_w \cdot \delta \rightarrow U = P \left( \frac{1}{1 + K_s/K_w} \right)$$

$$F = K_s \cdot \delta \rightarrow F = P \left( \frac{1}{1 + K_w/K_s} \right)$$

- ⚡ Το εξωτερικό φορτίο το αναλαμβάνει το νερό των πόρων, που είναι ασυμπίεστο σε σχέση με τον εδαφικό σκελετό.
- ⚡ Οι πιέσεις πόρων αυξάνονται ...
- ⚡ Οι ενεργές τάσεις δεν μεταβάλλονται .....



(β) Διαπερατή πλάκα  
(σταδιακή στράγγιση νερού)

- $t=0+$  δεν έχει προλάβει να διαφύγει νερό, άρα ως (α)
- $t=\infty$  έχει προλάβει να διαφύγει όλο το περισσευούμενο νερό

$$K_w = 0 \rightarrow \left. \begin{array}{l} K_w/K_s = 0 \\ K_s/K_w = \infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \delta = P/K_s \\ \rightarrow U = 0 \\ F = P \end{array}$$

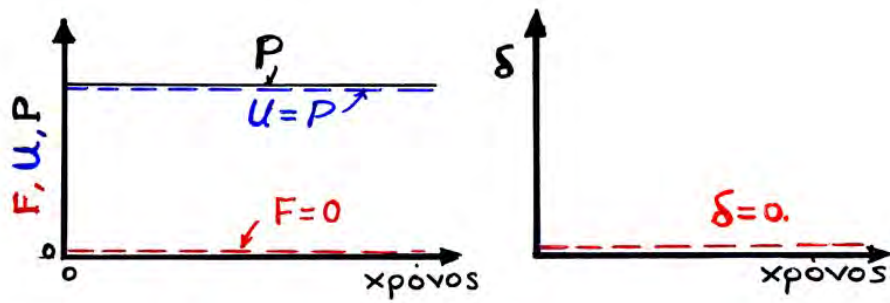
$$K_s \cdot \delta + K_w \cdot \delta = P \rightarrow \delta = \frac{P}{K_s} \left( \frac{1}{1 + K_w/K_s} \right)$$

$$U = K_w \cdot \delta \rightarrow U = P \left( \frac{1}{1 + K_s/K_w} \right)$$

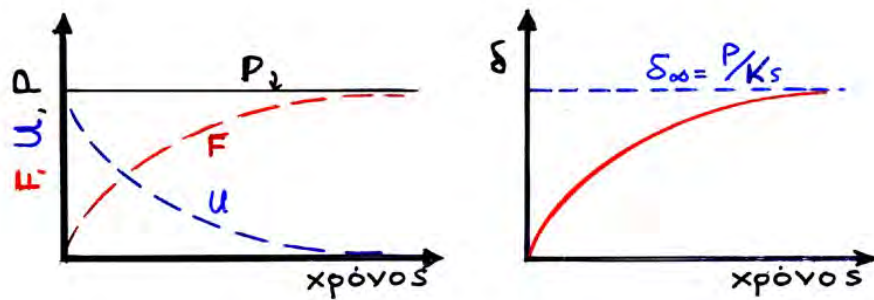
$$F = K_s \cdot \delta \rightarrow F = P \left( \frac{1}{1 + K_w/K_s} \right)$$

- ⚡ ΑΡΧΙΚΑ, το εξωτερικό φορτίο το αναλαμβάνει το νερό των πόρων.
- ⚡ Με την πάροδο του χρόνου όμως ...
  - οι υπερ-πιέσεις των πόρων μειώνονται,
  - οι ενεργές τάσεις αυξάνονται, και
  - έχουμε καθιζήσεις

(α) χωρίς δυνατότητα στράγγισης :



(β) με δυνατότητα στράγγισης



από την ΕΙΣΑΓΩΓΗ



έκλεψα λίγο στην  
Θεμελίωση αλλά ποτέ  
δεν θα μαθευτεί !!!

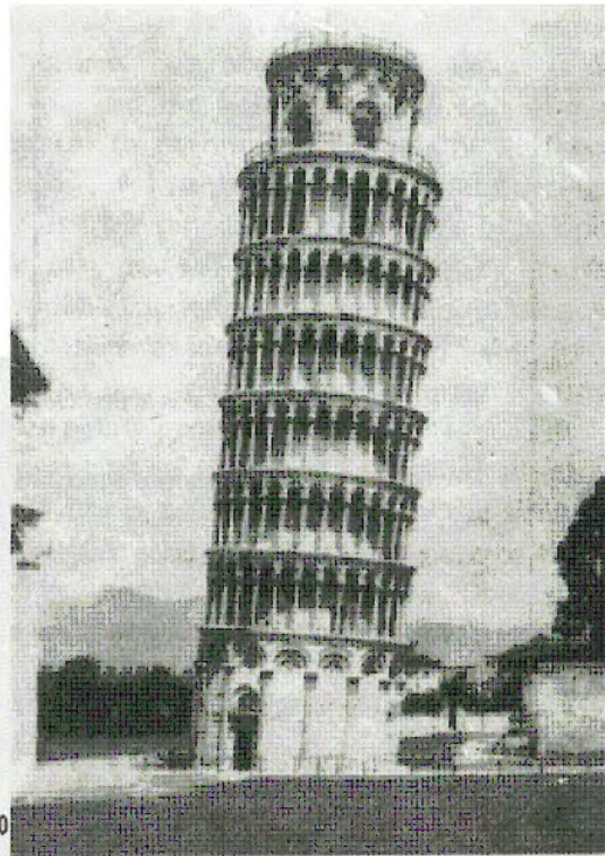
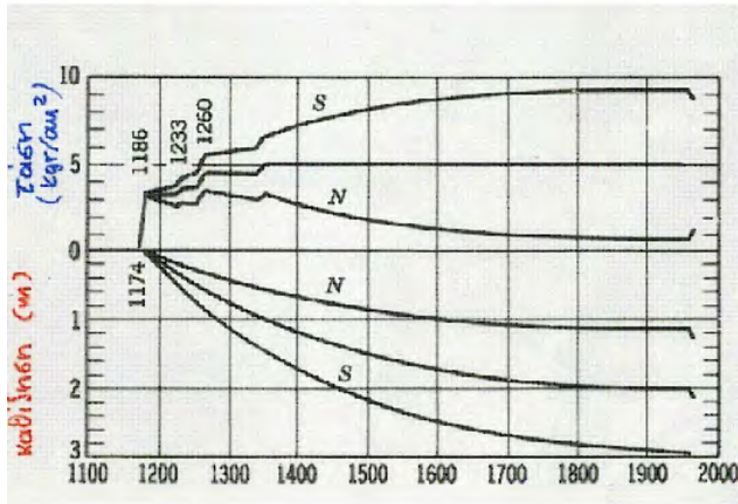


"I skimped a little on the foundation,  
but no one will ever know it!"

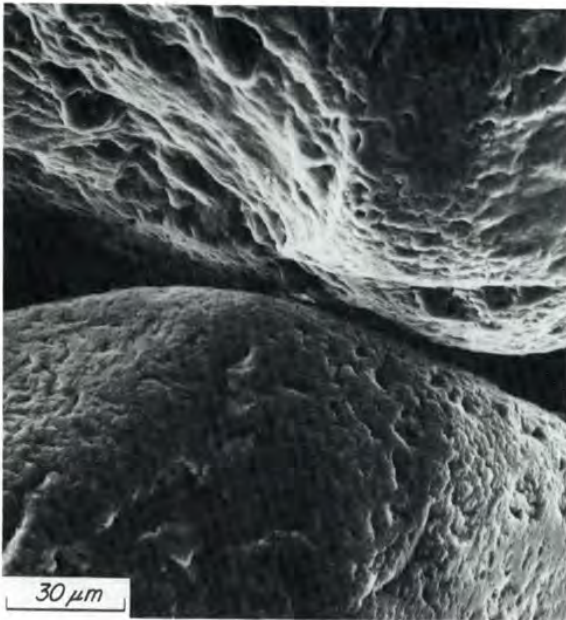


850 χρόνια μετά...

σας θυμίζει τίποτα;

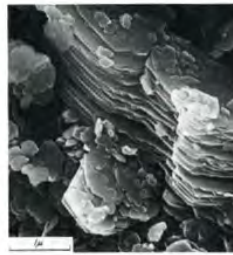


## Σε ποια εδάφη θα είναι ταχύτερη η στραγγίση ????



ΑΜΜΟΣ / 10 (E.E. = ..?)

Όλες οι φωτό.. είναι περίπου στην ίδια κλίμακα



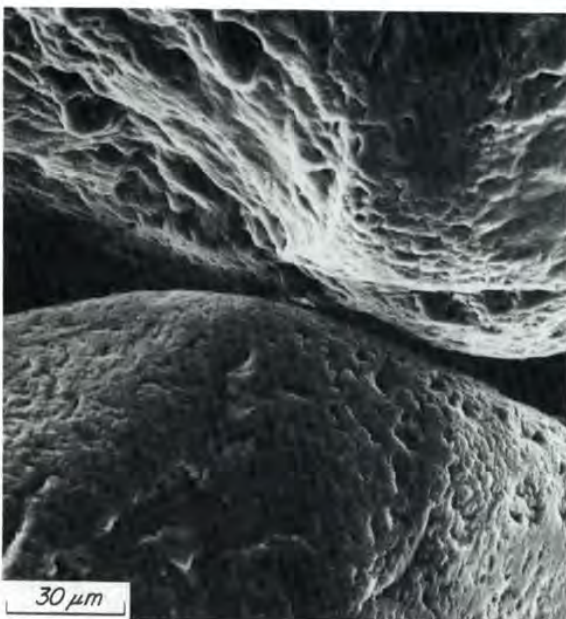
Καολινίτης  
E.E. = 5-15 m<sup>2</sup>/gr



Ιλλίτης  
E.E. = 80-100m<sup>2</sup>/gr



Μοντμοριλονίτης  
E.E. = 800 m<sup>2</sup>/gr



ΑΜΜΟΣ / 10 (E.E. = ..?)

Όλες οι φωτό.. είναι περίπου στην ίδια κλίμακα

Στα **κοκκώδη εδάφη (άμμοι, χάλικες)** τα κενά μεταξύ των στερεών κόκκων επικοινωνούν μεταξύ τους και δημιουργούν οδούς διαφυγής του πλεονάζοντος νερού.

Έτσι, όταν επιβληθεί ένα φορτίο  $P$  που προκαλεί μείωση του όγκου (των κενών) **το πλεονάζον νερό διαφεύγει άμεσα** ( $t_0 \approx t_{\infty} \approx 5-10 \text{sec}$ ) και δεν δημιουργούνται υπερ-πίεσεις πόρων, δηλαδή έχω **στραγγιζόμενες συνθήκες** με

$$U=0 \text{ \& \ } F=P$$



Στα **λεπτόκοκκα εδάφη (ιλύες, άργιλοι)** οι οδοί διαφυγής του πλεονάζοντος νερού είναι στενές.

Έτσι, όταν επιβληθεί ένα φορτίο  $P$  που προκαλεί μείωση του όγκου (των κενών) **το πλεονάζον νερό θέλει πολύ χρόνο** ( $t_{\infty}$  ~ μηνες - έτη) **για να διαφύγει.**

Αυτό έχει ως αποτέλεσμα .....

**βραχυπρόθεσμα** να δημιουργούνται υπερ-πιέσεις πόρων, δηλαδή να έχω **αστράγγιστες συνθήκες** με

$$U=P \quad \& \quad F=0$$

ενώ **μακροπρόθεσμα** (π.χ. μετά από 5-10 χρόνια) να μηδενίζονται τελικά οι υπερπιέσεις πόρων, δηλαδή να έχω **στραγγιζόμενες συνθήκες** με

$$U=0 \quad \& \quad F=P$$



**Καολινίτης**  
E.E. = 5-15 m<sup>2</sup>/gr



**Ιλλίτης**  
E.E. = 80-100m<sup>2</sup>/gr



**Μοντμοριλονίτης**  
E.E. = 800 m<sup>2</sup>/gr

### ΕΡΩΤΗΣΗ:

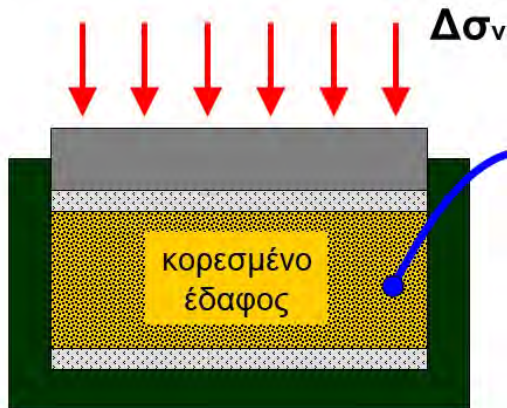
Σε ποιες από τις παρακάτω περιπτώσεις **ισχύουν αυτά που μάθαμε μέχρι σήμερα** για τον υπολογισμό **καθιζήσεων** και τον έλεγχο **αστοχίας** του εδάφους ;

- Ξηρή ή μερικώς κορεσμένη ΑΜΜΟΣ **ΝΑΙ**
- Ξηρή ή μερικώς κορεσμένη ΑΡΓΙΛΟΣ **ΝΑΙ**
- Κορεσμένη ΑΜΜΟΣ (υπό την ΣΥΟ) -  $t=0$  **ΝΑΙ**
- Κορεσμένη ΑΜΜΟΣ (υπό την ΣΥΟ) -  $t=\infty$  **ΝΑΙ**
- Κορεσμένη ΑΡΓΙΛΟΣ (υπό την ΣΥΟ) -  $t=0$  **ΟΧΙ**
- Κορεσμένη ΑΡΓΙΛΟΣ (υπό την ΣΥΟ) -  $t=\infty$  **ΝΑΙ**

## 2. Ανάπτυξη (υπέρ-) πίεσης πόρων υπό «αστράγγιστες» συνθήκες φόρτισης

### 1-διάστατη συμπίεση

Την έχουμε κουβεντιάσει ήδη .....



$$\Delta u = \Delta \sigma_v$$

$$\Delta \sigma'_v = 0$$

ή πιο γενικά

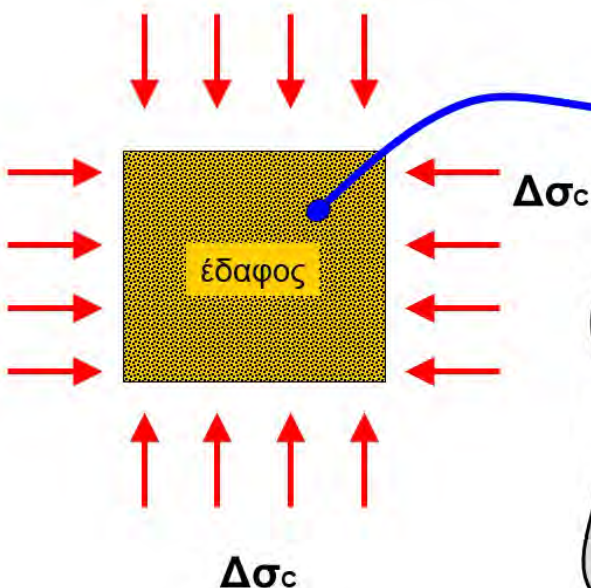
$$\Delta u = B \Delta \sigma_v$$

$$\Delta \sigma'_v = (1-B) \Delta \sigma_v$$

$B=1$  για πλήρως κορεσμένο ( $S_r > 98\%$ ) και  
 $B=0$  για ξηρό ή μερικώς κορεσμένο έδαφος

### ισοτροπική συμπίεση

Για τους ίδιους λόγους με την 1-Δ συμπίεση (μηχανική αλληλεπίδραση μεταξύ εδαφικού σκελετού και ασυμπίεστου νερού).....



$$\Delta u = \Delta \sigma_c$$

$$\Delta \sigma'_c = 0$$

ή πιο γενικά

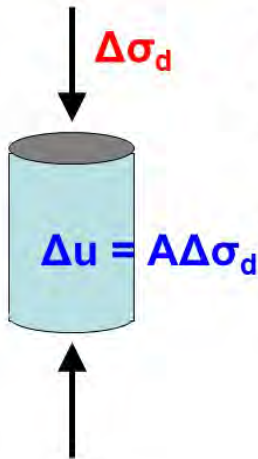
$$\Delta u = B \Delta \sigma_c$$

$$\Delta \sigma'_c = (1-B) \Delta \sigma_c$$

$B=1$  για πλήρως κορεσμένο ( $S_r > 98\%$ ) και  
 $B=0$  για ξηρό ή μερικώς κορεσμένο έδαφος



**μονο-αξονική φόρτιση**



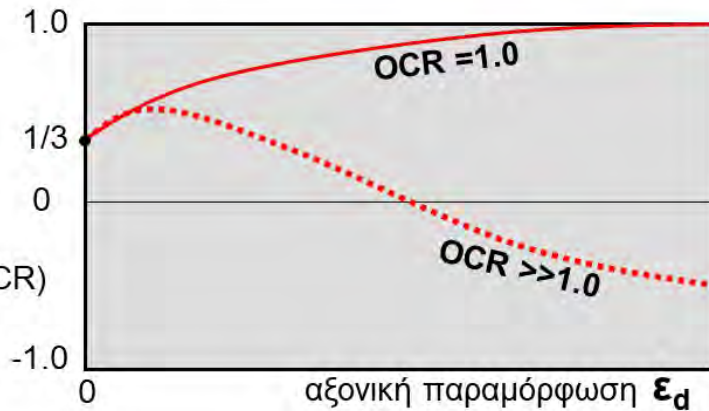
Στην περίπτωση αυτή δεν ισχύει άμεσα το μηχανικό ανάλογο που παρουσιάσαμε προηγουμένως για την 1-Δ και την ισοτροπική συμπίεση, μια και η τάση για μεταβολή του όγκου δεν προέρχεται από την επιβαλλόμενη ορθή τάση, αλλά κυρίως από την διάτμητική (διαστολικότητα).

Έτσι, με βάση πειραματικά αποτελέσματα για κορεσμένο έδαφος, προκύπτει ότι:  $\Delta u = A \Delta \sigma_d$

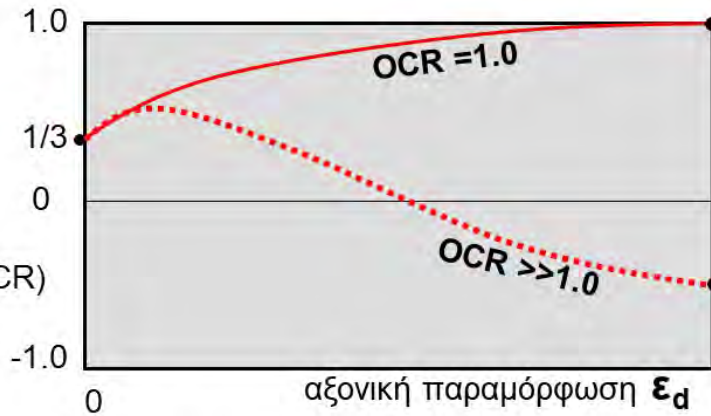
[ή γενικότερα:  $\Delta u = B(A \Delta \sigma_d)$ ]

όπου:

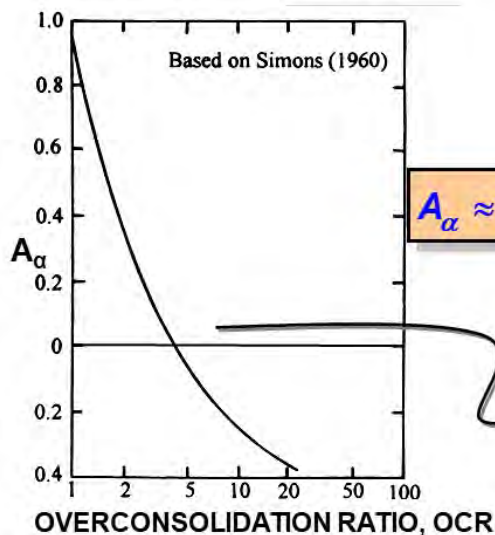
$A(\epsilon, OCR)$



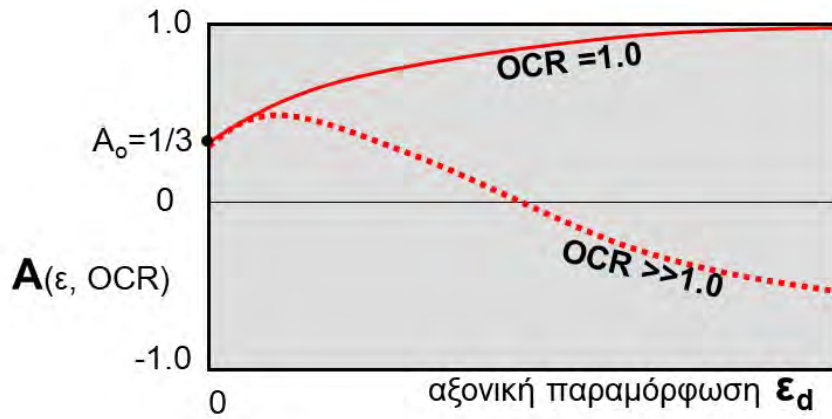
$A(\epsilon, OCR)$



και  
κάτι  
ακόμη:

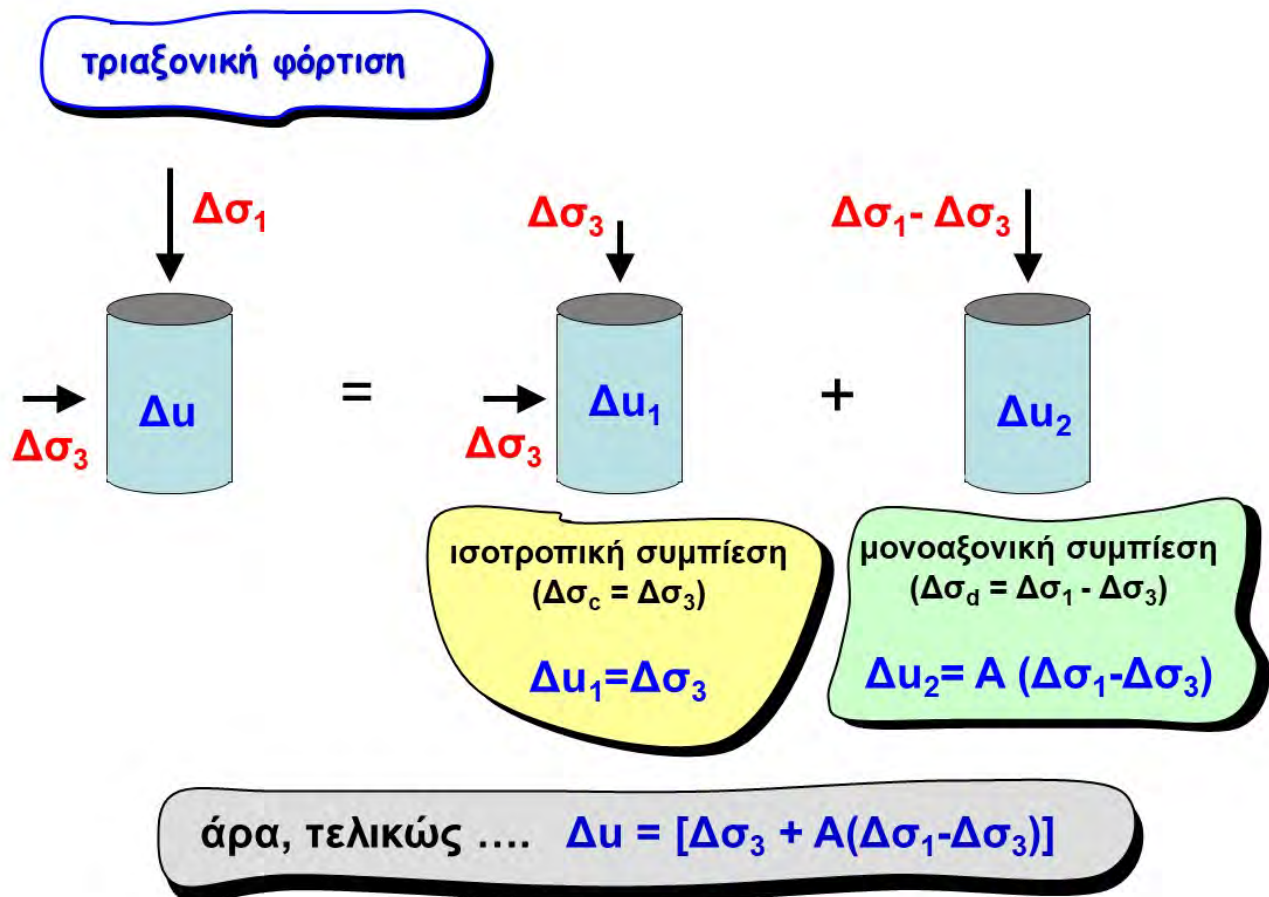


$$A_{\alpha} \approx 1.00 - 1.24 * [\log(OCR)]^{0.42}$$



Δύο ερωτήματα σχετικά με τον δείκτη πίεσης πόρων  $A$ :

- Γιατί γίνεται αρνητικός όταν  $OCR \gg 1.0$  ;
- Γιατί  $A_0 = 1/3$  ανεξαρτήτως  $OCR$ ;

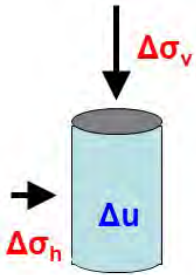


$$A = A(\varepsilon, OCR)$$



**τριαξονική φόρτιση**

$\Delta\sigma_1 = \max(\Delta\sigma_v, \Delta\sigma_h)$ ,  $\Delta\sigma_3 = \min(\Delta\sigma_v, \Delta\sigma_h)$



Initial Stress System	Stress Increment	Final Stress State	$\Delta\sigma_1$		$\Delta\sigma_3$	
			Magnitude	Direction	Magnitude	Direction
			4	V*	0	H*
			0	H	-2	V
			-1	H	-4	V

\*V = Vertical; H = Horizontal.

$\Delta u = [\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$

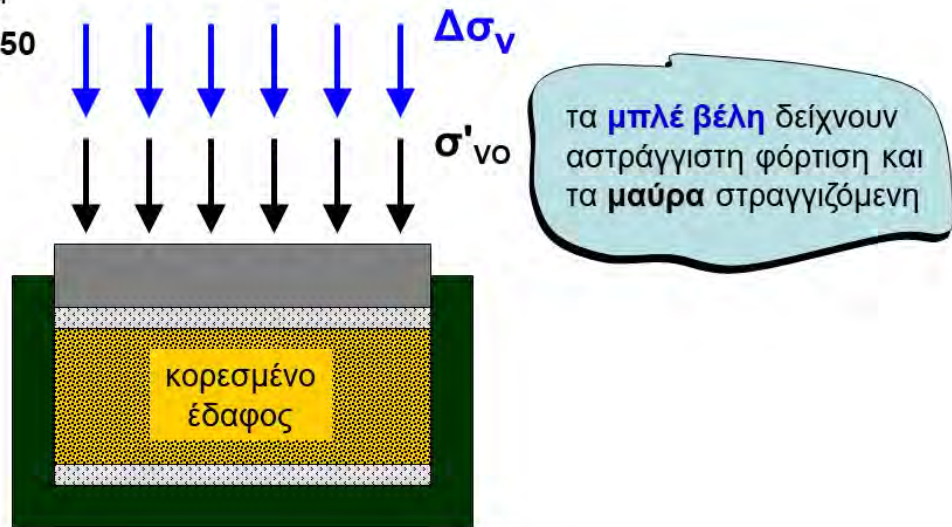
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Να υπολογισθούν οι ενεργές και οι ολικές τάσεις στο τέλος της ακόλουθης 1-Δ συμπίεσης:

**στάδιο 0:** στερεοποίηση υπό κατακόρυφη τάση  $\sigma_{v0} = \sigma'_{v0} = 100 \text{ kPa}$

**στάδιο 1:** κατακόρυφη φόρτιση υπό αστράγγιστες συνθήκες, με  $\Delta\sigma_v = 200 \text{ kPa}$

Το εδαφικό δοκίμιο είναι κορεσμένο και έχει συντελεστή  $K_o = 0.50$

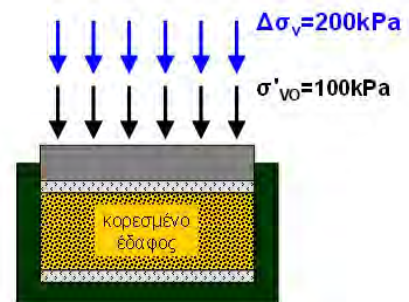


**στάδιο 0:** στερεοποίηση υπό κατακόρυφη τάση

$$\sigma_{v0} = \sigma'_{v0} = 100 \text{ kPa}$$

$$u_0 \approx 0$$

$$\sigma_{h0} = \sigma'_{h0} = k_o \sigma'_{v0} = 0.50 \cdot 100 = 50 \text{ kPa}$$



**στάδιο 2:** κατακόρυφη φόρτιση υπό αστράγγιστες συνθήκες, με  $\Delta\sigma_v = 200 \text{ kPa}$

**t=0+:** αμέσως μετά την φόρτιση

$$\Delta u = \Delta\sigma_v = 200 \text{ kPa}$$

$$u_1 = u_0 + \Delta u = 0 + 200 = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{v1} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_v = 100 + 200 = 300 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v1} = \sigma_{v1} - u_1 = 300 - 200 = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h1} = k_o \sigma'_{v1} = 0.50 \cdot 100 = 50 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h1} = \sigma'_{h1} + u_1 = 50 + 200 = 250 \text{ kPa}$$



**t=∞:** έχει διαφύγει το πλεονάζον νερό των πόρων

$$\Delta u = 0$$

$$u_1 = u_0 + \Delta u = 0$$

$$\sigma_{v1} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_v = 100 + 200 = 300 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v1} = \sigma_v - u_1 = 300 - 0 = 300 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h1} = k_o \sigma'_{v1} = 0.50 \cdot 300 = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h1} = \sigma'_{h1} + u_1 = 150 + 0 = 150 \text{ kPa}$$



## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Να υπολογισθούν οι ενεργές και οι ολικές τάσεις στο τέλος της ακόλουθης τριαξονικής φόρτισης:

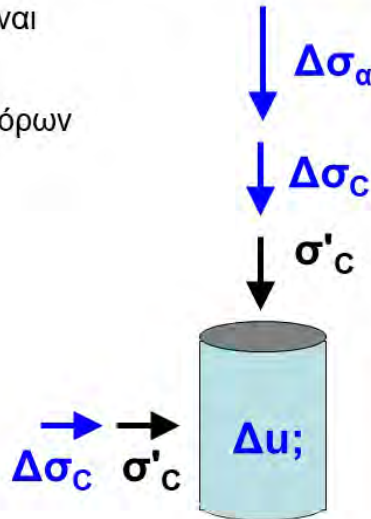
**στάδιο 0:** στερεοποίηση υπό ισοτροπική τάση  $\sigma_c = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$

**στάδιο 1:** ισοτροπική φόρτιση υπό αστράγγιστες συνθήκες, με  $\Delta\sigma_c = 100 \text{ kPa}$

**στάδιο 2:** αξονική συμπίεση υπό αστράγγιστες συνθήκες, με  $\Delta\sigma_a = 200 \text{ kPa}$

Το εδαφικό δοκίμιο είναι κορεσμένο και έχει συντελεστή πίεσης πόρων

**$A=0.50$**



τα **μπλέ βέλη** δείχνουν αστράγγιστη φόρτιση και τα **μαύρα** στραγγιζόμενη

**στάδιο 0:** στερεοποίηση υπό ισοτροπική τάση  $\sigma_c = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$

$$u_0 = \sigma_c - \sigma'_c = 0$$

$$\sigma_{V0} = \sigma'_{V0} = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = \sigma'_{h0} = 100 \text{ kPa}$$



**στάδιο 1:** ισοτροπική φόρτιση

υπό αστράγγιστες συνθήκες,  $\Delta\sigma_c = 100 \text{ kPa}$

**(t=0)**  $\Delta u = \Delta\sigma_c = 100 \text{ kPa}$

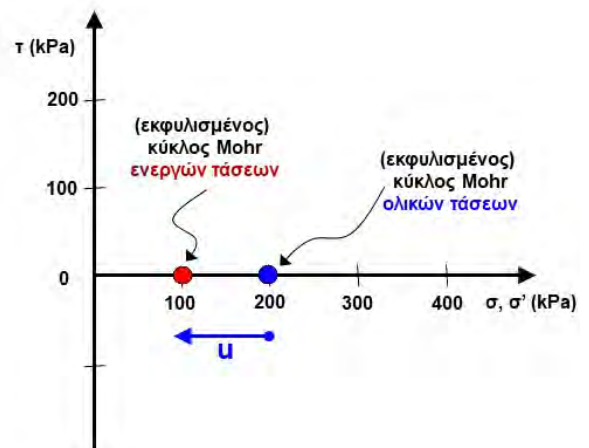
$$u_1 = u_0 + \Delta u = 0 + 100 = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{V1} = \sigma_{V0} + \Delta\sigma_c = 100 + 100 = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h1} = \sigma_{h0} + \Delta\sigma_c = 100 + 100 = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V1} = \sigma_{V1} - u_1 = 200 - 100 = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h1} = \sigma_{h1} - u_1 = 200 - 100 = 100 \text{ kPa}$$



## στάδιο 2: αξονική συμπίεση

υπό αστράγγιστες συνθήκες, με  $\Delta\sigma_a=200$  kPa

**(t=0)**

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_a = 200 \text{ kPa} = \Delta\sigma_1$$

$$\Delta\sigma_h = 0 = \Delta\sigma_3$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) = 0 + 0.50(200 - 0) = 100 \text{ kPa}$$

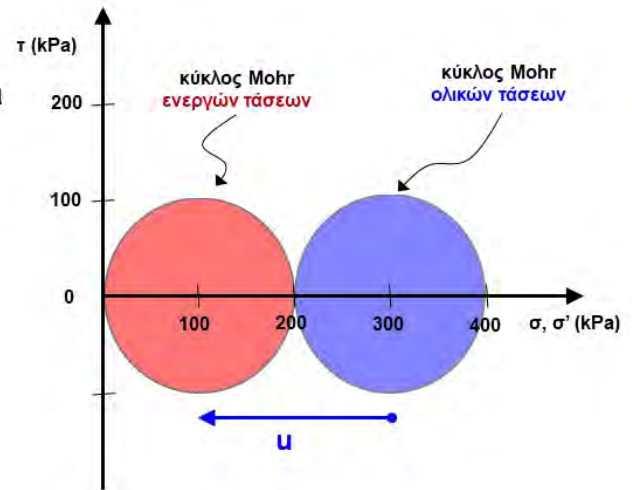
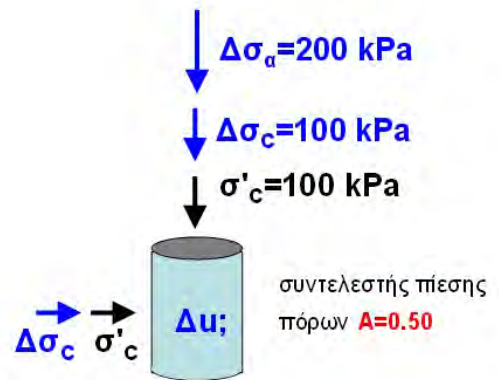
$$u_2 = u_1 + \Delta u = 100 + 100 = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{v2} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_a = 100 + 100 + 200 = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h2} = \sigma_{h0} + \Delta\sigma_c = 100 + 100 = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v2} = \sigma_{v2} - u_2 = 400 - 200 = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h2} = \sigma_{h2} - u_2 = 200 - 200 = 0 \text{ kPa}$$



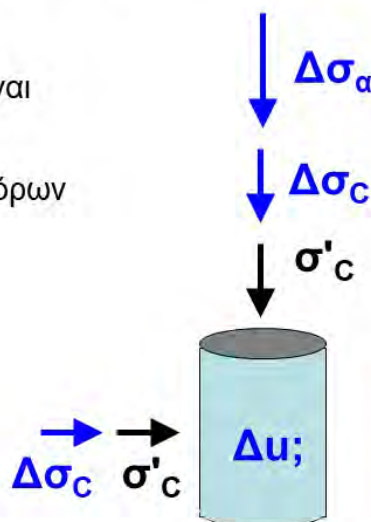
## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2a

Να υπολογισθούν οι ενεργές και οι ολικές τάσεις στο τέλος της ακόλουθης τριαξονικής φόρτισης:

**στάδιο 0: στερεοποίηση** υπό ιστροπική τάση  $\sigma_c = \sigma'_c = 100$  kPa

**στάδιο 1: ιστροπική φόρτιση** με  $\Delta\sigma_c = 100$  kPa και ακόλουθη αξονική συμπίεση με  $\Delta\sigma_a = 200$  kPa, υπό αστράγγιστες συνθήκες,

Το εδαφικό δοκίμιο είναι κορεσμένο και έχει συντελεστή πίεσης πόρων **A=0.50**



τα **μπλέ βέλη** δείχνουν αστράγγιστη φόρτιση και τα **μαύρα** στραγγιζόμενη



### στάδιο 0: στερεοποίηση

$$u_0 = \sigma_c - \sigma'_c = 0$$

$$\sigma_{V0} = \sigma'_{V0} = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = \sigma'_{h0} = 100 \text{ kPa}$$

### στάδιο 1: αστράγγιστη φόρτιση

(t=0)

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_\alpha = 100 + 200 = 300 \text{ kPa} = \Delta\sigma_1$$

$$\Delta\sigma_h = \Delta\sigma_c = 100 \text{ kPa} = \Delta\sigma_3$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) = 100 + 0.50(300 - 100) = 200 \text{ kPa}$$

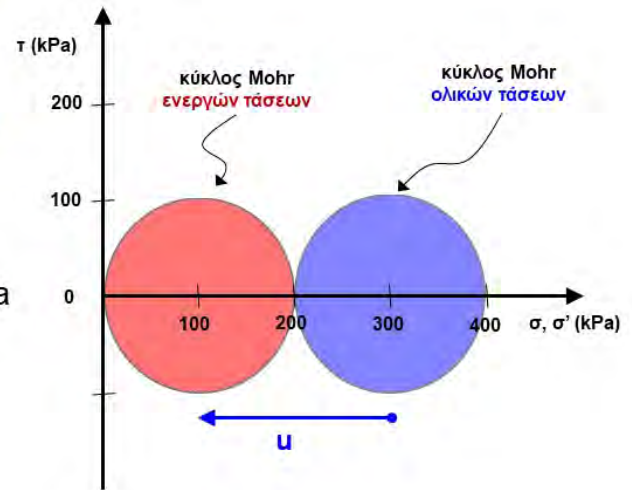
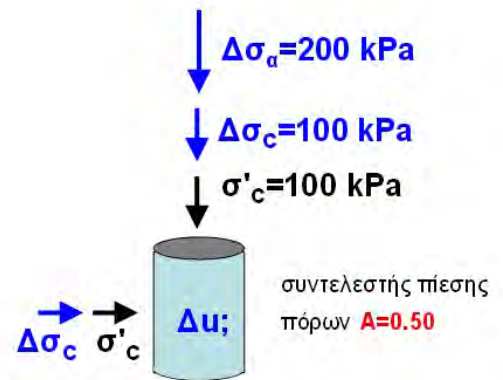
$$u_1 = u_0 + \Delta u = 0 + 200 = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{V1} = \sigma_{V0} + \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_\alpha = 100 + 100 + 200 = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h1} = \sigma_{h0} + \Delta\sigma_c = 100 + 100 = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V1} = \sigma_{V1} - u_1 = 400 - 200 = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h1} = \sigma_{h1} - u_1 = 200 - 200 = 0 \text{ kPa}$$



### 3. Αστοχία υπό «αστράγγιστες» συνθήκες φόρτισης

#### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Να υπολογισθεί η πρόσθετη αξονική τάση  $\Delta\sigma_{αστ}$  που απαιτείται προκειμένου να έχω **αστοχία υπό αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης** στην ακόλουθη τριαξονική δοκιμή:

**στάδιο 0:** στερεοποίηση υπό ισοτροπική τάση  $\sigma_c = \sigma'_c = 100$  kPa

**στάδιο 1α:** ισοτροπική φόρτιση υπό αστράγγιστες συνθήκες, με  $\Delta\sigma_c = 100$  kPa

**στάδιο 1β:** αξονική συμπίεση υπό αστράγγιστες συνθήκες, με  $\Delta\sigma_{αστ} = ???$

Το εδαφικό δοκίμιο είναι κορεσμένο, με συντελεστή πίεσης πόρων  $A=0.50$  και  $c=0$  &  $\varphi=30^\circ$



**στάδιο 0: στερεοποίηση**

$$u_0 = \sigma_c - \sigma'_c = 0$$

$$\sigma_{V0} = \sigma'_{V0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = \sigma'_{h0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

**στάδιο 1: αστράγγιστη φόρτιση**

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_{αστ} = 100 + \Delta\sigma_\alpha = \Delta\sigma_1$$

$$\Delta\sigma_h = \Delta\sigma_c = 100 \text{ kPa} = \Delta\sigma_3$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$= 100 + 0.50(100 + \Delta\sigma_\alpha - 100)$$

$$= 100 + 0.50\Delta\sigma_{αστ}$$

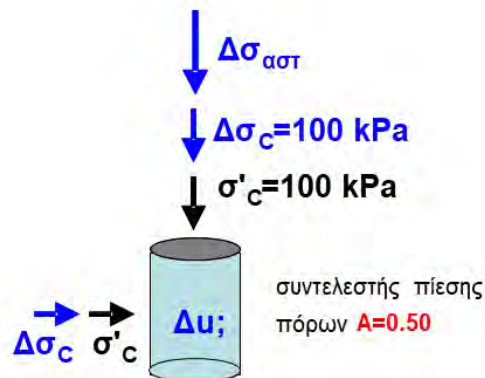
$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 100 + 0.50\Delta\sigma_{αστ}$$

$$\sigma_{V,αστ} = \sigma'_c + \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_{αστ} = 200 + \Delta\sigma_{αστ}$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma'_c + \Delta\sigma_c = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,αστ} = \sigma_{V,αστ} - u_{αστ} = 100 + 0.50\Delta\sigma_{αστ}$$

$$\sigma'_{h,αστ} = \sigma_{h,αστ} - u_{αστ} = 100 - 0.50\Delta\sigma_{αστ}$$



**έλεγχος αστοχίας**

$$\frac{\sigma'_{1,αστ} - \sigma'_{3,αστ}}{\sigma'_{1,αστ} + \sigma'_{3,αστ}} = \frac{\sigma'_{v,αστ} - \sigma'_{h,αστ}}{\sigma'_{v,αστ} + \sigma'_{h,αστ}} = \sin \varphi$$

$$\sin \varphi = 0.50 \Rightarrow \dots \Delta\sigma_{αστ} = 100 \text{ kPa}$$

$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 100 + 0.50\Delta\sigma_{αστ} = 150 \text{ kPa}$$

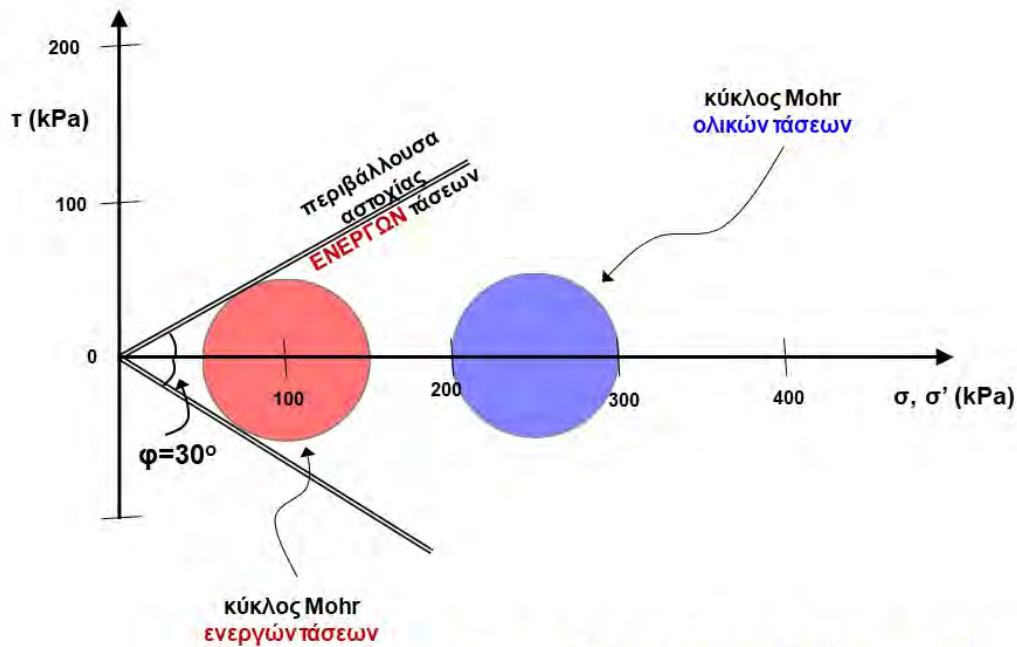
$$\sigma_{V,αστ} = \sigma'_c + \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_{αστ} = 200 + \Delta\sigma_{αστ} = 300 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma'_c + \Delta\sigma_c = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,αστ} = 100 + 0.50\Delta\sigma_{αστ} = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,αστ} = 100 - 0.50\Delta\sigma_{αστ} = 50 \text{ kPa}$$





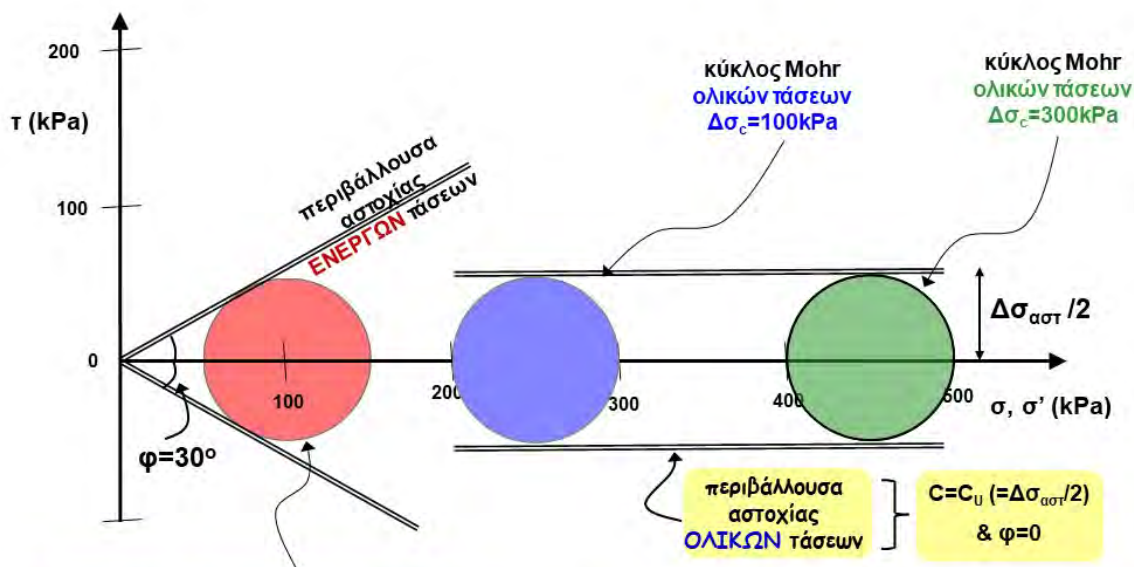
$$u_{\alpha\sigma\tau} = u_0 + \Delta u = 100 + 0.50 \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{V,\alpha\sigma\tau} = \sigma'_c + \Delta \sigma_c + \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 200 + \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 300 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h,\alpha\sigma\tau} = \sigma'_c + \Delta \sigma_c = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 100 + 0.50 \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 100 - 0.50 \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 50 \text{ kPa}$$



Ποια νομίζεται ότι θα ήταν η περιβάλλουσα αστοχίας, εάν ο κοσ ΜΟΗΡ δεν γνώριζε (ή δεν μπορούσε να μετρήσει) την πίεση των πόρων στα δύο δοκίμια ??

$$u_{\alpha\sigma\tau} = u_0 + \Delta u = 100 + 0.50 \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{V,\alpha\sigma\tau} = \sigma'_c + \Delta \sigma_c + \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 400 + \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 500 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h,\alpha\sigma\tau} = \sigma'_c + \Delta \sigma_c = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 100 + 0.50 \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 150 \text{ kPa}$$

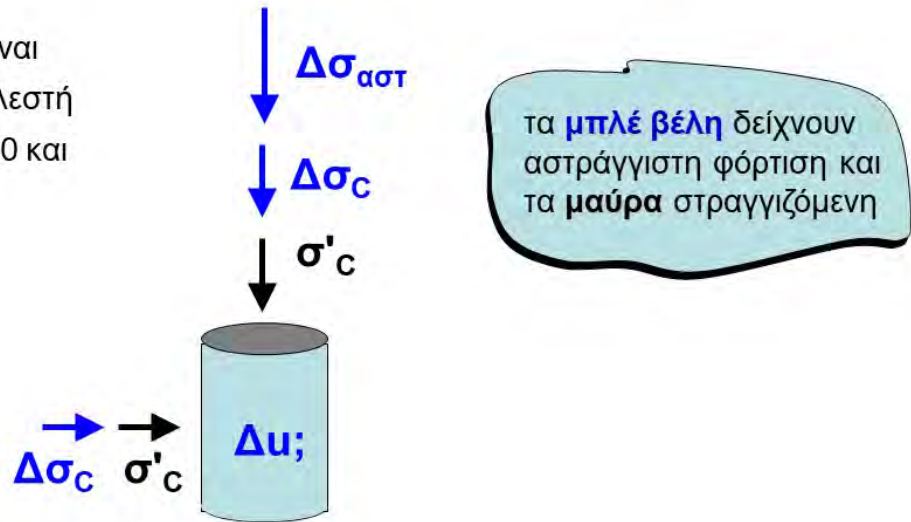
$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 100 - 0.50 \Delta \sigma_{\alpha\sigma\tau} = 50 \text{ kPa}$$

# Η έννοια της «αστράγγιστης διατμητικής αντοχής» (!!!)

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4

Θα αλλάξει η  $\Delta\sigma_{αστ}$  στο Παράδειγμα 3 εάν το  $\Delta\sigma_c=300$  kPa ;  
 Πόσο και γιατί ;

Το εδαφικό δοκίμιο είναι  
 κορεσμένο, με συντελεστή  
 πίεσης πόρων  $A=0.50$  και  
 $c=0$  &  $\varphi=30^\circ$



### στάδιο 0: στερεοποίηση

$$u_0 = \sigma_c - \sigma'_c = 0$$

$$\sigma_{V0} = \sigma'_{V0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = \sigma'_{h0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

### στάδιο 1: αστράγγιστη φόρτιση

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_{αστ} = 300 + \Delta\sigma_{αστ} = \Delta\sigma_1$$

$$\Delta\sigma_h = \Delta\sigma_c = 300 \text{ kPa} = \Delta\sigma_3$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$= 300 + 0.50(300 + \Delta\sigma_{αστ} - 300)$$

$$= 300 + 0.50\Delta\sigma_{αστ}$$

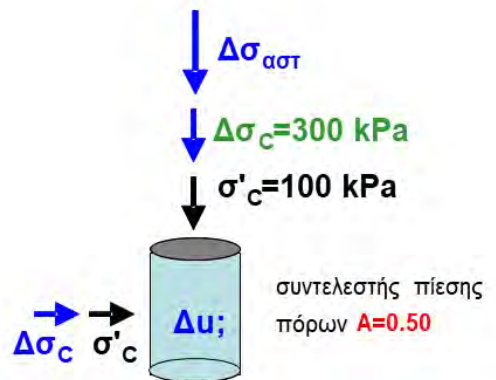
$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 300 + 0.50\Delta\sigma_{αστ}$$

$$\sigma_{V,αστ} = \sigma'_c + \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_{αστ} = 400 + \Delta\sigma_{αστ}$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma'_c + \Delta\sigma_c = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,αστ} = \sigma_{V,αστ} - u_{αστ} = 100 + 0.50\Delta\sigma_{αστ}$$

$$\sigma'_{h,αστ} = \sigma_{h,αστ} - u_{αστ} = 100 - 0.50\Delta\sigma_{αστ}$$



### έλεγχος αστοχίας

$$\frac{\sigma'_{1,αστ} - \sigma'_{3,αστ}}{\sigma'_{1,αστ} + \sigma'_{3,αστ}} = \frac{\sigma'_{v,αστ} - \sigma'_{h,αστ}}{\sigma'_{v,αστ} + \sigma'_{h,αστ}} = \sin \varphi$$

$$\sin \varphi = 0.50 \Rightarrow \dots \Delta\sigma_{αστ} = 100 \text{ kPa}$$

$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 300 + 0.50\Delta\sigma_{αστ} = 350 \text{ kPa}$$

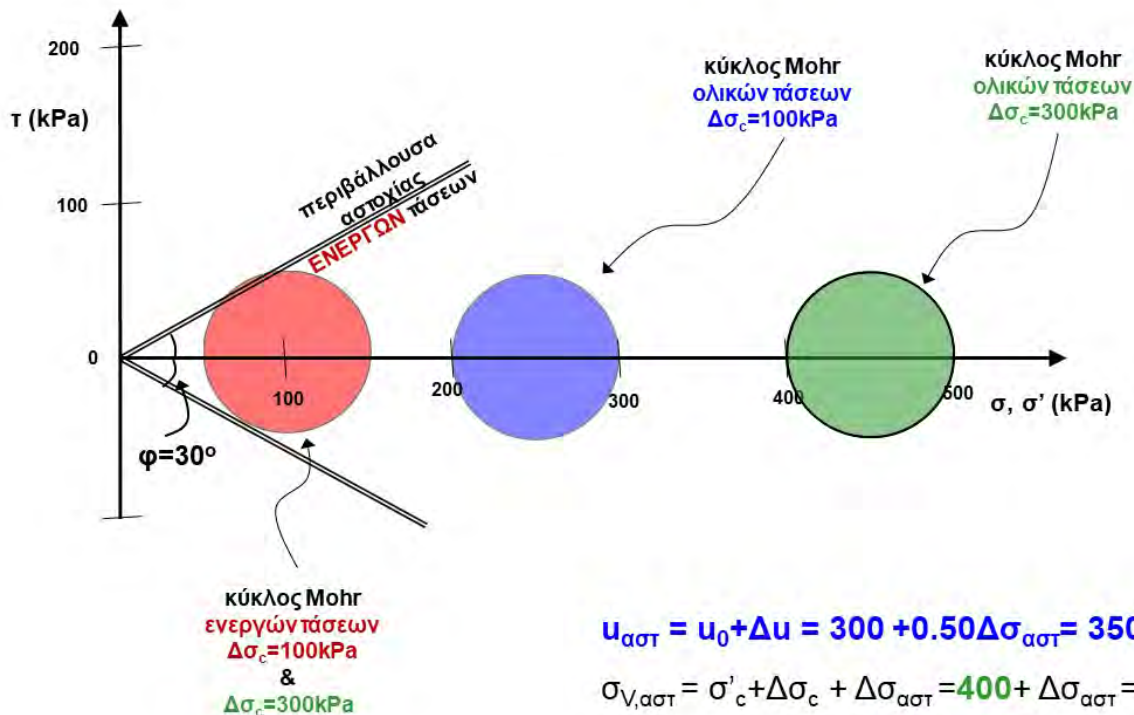
$$\sigma_{V,αστ} = \sigma'_c + \Delta\sigma_c + \Delta\sigma_{αστ} = 400 + \Delta\sigma_{αστ} = 500 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma'_c + \Delta\sigma_c = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,αστ} = 100 + 0.50\Delta\sigma_{αστ} = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,αστ} = 100 - 0.50\Delta\sigma_{αστ} = 50 \text{ kPa}$$





$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 300 + 0.50 \Delta \sigma_{αστ} = 350 \text{ kPa}$$

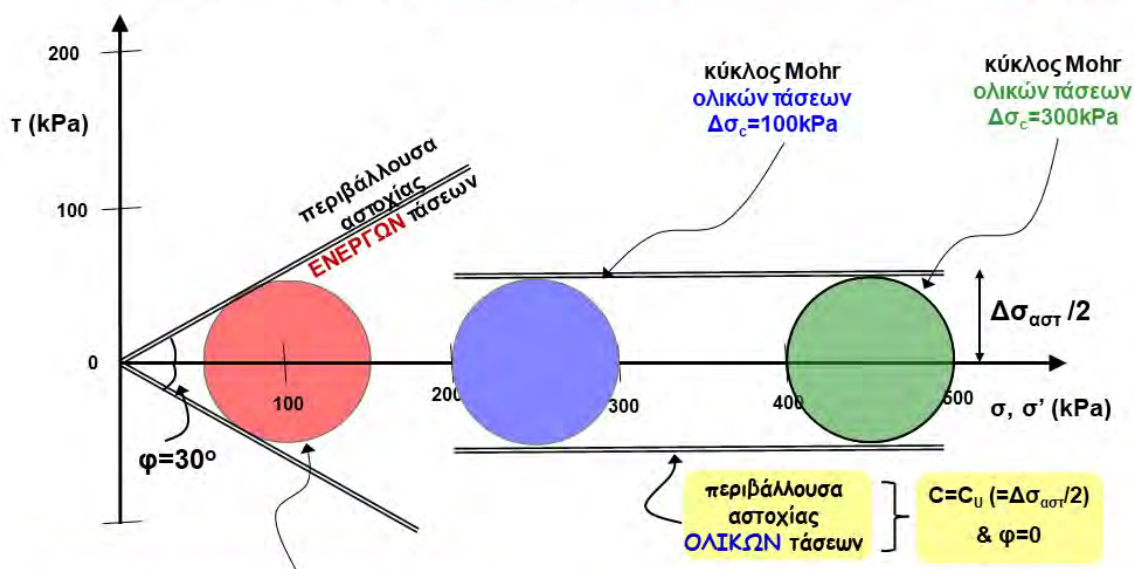
$$\sigma_{V,αστ} = \sigma'_c + \Delta \sigma_c + \Delta \sigma_{αστ} = 400 + \Delta \sigma_{αστ} = 500 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma'_c + \Delta \sigma_c = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,αστ} = 100 + 0.50 \Delta \sigma_{αστ} = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,αστ} = 100 - 0.50 \Delta \sigma_{αστ} = 50 \text{ kPa}$$

### Η έννοια της «αστράγγιστης διατμητικής αντοχής» ...



Ποια νομίζεται ότι θα ήταν η περιβάλλουσα αστοχίας, εάν ο κοσ ΜΟΗΡ δεν γνώριζε (ή δεν μπορούσε να μετρήσει) την πίεση των πόρων στα δύο δοκίμια ??

$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 100 + 0.50 \Delta \sigma_{αστ} = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{V,αστ} = \sigma'_c + \Delta \sigma_c + \Delta \sigma_{αστ} = 400 + \Delta \sigma_{αστ} = 500 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma'_c + \Delta \sigma_c = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,αστ} = 100 + 0.50 \Delta \sigma_{αστ} = 150 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,αστ} = 100 - 0.50 \Delta \sigma_{αστ} = 50 \text{ kPa}$$

**Κριτήρια αστοχίας ΕΝΕΡΓΩΝ**  
κύριων τάσεων ( $c, \varphi$ )

$$\sin \varphi = \frac{\sigma'_{1,a} - \sigma'_{3,a}}{\sigma'_{1,a} + \sigma'_{3,a} + 2c / \tan \varphi}$$

$$\sigma'_{3,a} = \sigma'_{1,a} \cdot K_a - 2c \sqrt{K_a}$$

ή

$$\sigma'_{1,a} = \sigma'_{3,a} \cdot K_p + 2c \sqrt{K_p}$$

$$K_a \tan^2 \left( 45 - \frac{\varphi}{2} \right), \quad K_p = \tan^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

για  $c = 0$  :

$$\frac{\sigma'_{1,a} - \sigma'_{3,a}}{\sigma'_{1,a} + \sigma'_{3,a}} = \sin \varphi$$

ή  $\sigma'_{3,a} = \sigma'_{1,a} \cdot K_a$

ή  $\sigma'_{1,a} = \sigma'_{3,a} \cdot K_p$

**Κριτήρια αστοχίας ΟΛΙΚΩΝ**  
κύριων τάσεων ( $c=c_u, \varphi=0$ )

$$\sigma_{1,a} - \sigma_{3,a} = 2c_u$$

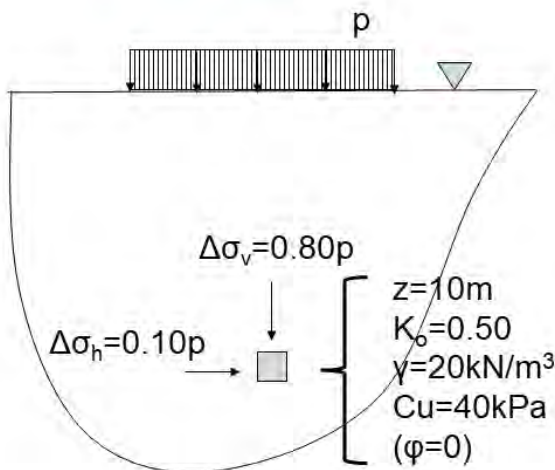
$$\sigma_{3,a} = \sigma_{1,a} - 2c_u$$

ή

$$\sigma_{1,a} = \sigma_{3,a} + 2c_u$$



**Εφαρμογή ....**



$p_{αστ} = ??$

**Στερεοποίηση** (γεωστατικές τάσεις)

$$\sigma_{vo} = 20 \times 10 = 200 \text{ kPa}$$

$$u_o = 10 \times 10 = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{vo} = 200 - 100 = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{ho} = 0.50 \times 100 = 50 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{ho} = 100 + 50 = 150 \text{ kPa}$$

**Φόρτιση** (αστραγγιστες συνθηκες)

$$\sigma_{v,αστ} = \sigma_{vo} + 0.80 p_{αστ} = 200 + 0.80 p_{αστ}$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma_{ho} + 0.10 p_{αστ} = 150 + 0.10 p_{αστ}$$

**Έλεγχος αστοχίας** (αστραγγιστες συνθηκες)

$$\sigma_{1,a} - \sigma_{3,a} = 2c_u$$

$$(200 + 0.80 p_{αστ}) - (150 + 0.10 p_{αστ}) = 2 \times 40 = 80$$

$$50 + 0.70 p_{αστ} = 80 \rightarrow p_{αστ} = 30 / 0.70 = 42.85 \text{ kPa}$$

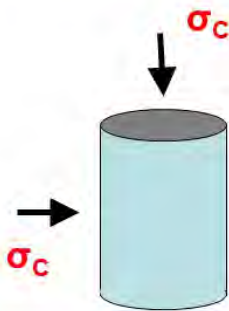


## Παράγοντες που επιδρούν στην «αστράγγιστη διατμητική αντοχή»

Ας ξεκινήσουμε με ένα «**θεωρητικό πείραμα**» που θα μπορούσε να ήταν και άσκηση επάνω στον υπολογισμό των υδατικών υπερπίεσεων υπό αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης:

Εκτελώ βήμα-προς-βήμα μία δοκιμή τριαξονικής φόρτισης, και σε κάθε βήμα υπολογίζω τις πιέσεις πόρων και τις αντίστοιχες ενεργές τάσεις.....

**1ο ΒΗΜΑ:** Ισοτροπική στερεοποίηση υπό πλήρως στραγγιζόμενες συνθήκες



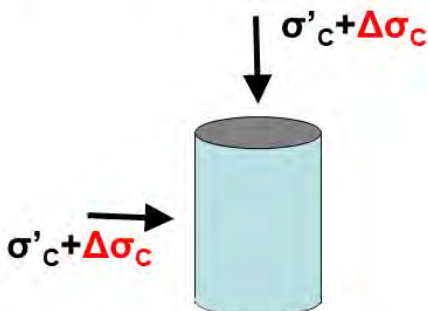
$$\sigma_v = \sigma_h = \sigma_c$$

$$\Delta u = 0$$

$$\sigma_c = \sigma'_c$$

$$\sigma'_v = \sigma'_h = \sigma'_c$$

**2ο ΒΗΜΑ:** Ισοτροπική στερεοποίηση υπό αστράγγιστες συνθήκες (κλείνω τις στρόφιγγες της στράγγισης και δεν τις ξαναανοίγω μέχρι το τέλος του πειράματος).

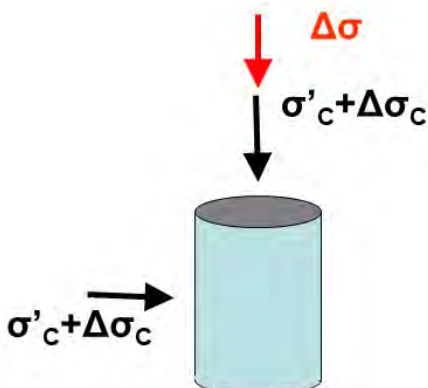


$$\sigma_v = \sigma_h = \sigma'_c + \Delta \sigma_c$$

$$\Delta u = \Delta \sigma_c$$

$$\sigma'_v = \sigma'_h = \sigma'_c \text{ (δεν αλλάζουν !)}$$

**3ο ΒΗΜΑ:** Αύξηση της κατακόρυφης τάσης υπό αστράγγιστες συνθήκες



$$\sigma_h = \sigma'_c + \Delta \sigma_c$$

$$\sigma_v = \sigma'_c + \Delta \sigma_c + \Delta \sigma$$

$$\Delta u = \Delta \sigma_c + A \Delta \sigma$$

$$\sigma'_h = \sigma'_c - A \Delta \sigma$$

$$\sigma'_v = \sigma'_c + (1-A)\Delta \sigma$$

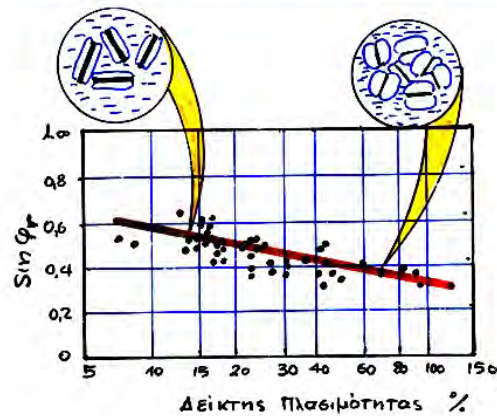
**4ο ΒΗΜΑ:** Εάν η γωνία τριβής του εδάφους είναι  $\varphi$  ( $c=0$ ), να υπολογισθεί η πρόσθετη ολική τάση που απαιτείται για να προκληθεί αστοχία ( $\Delta\sigma_a$ ).

$$(\sigma'_1 - \sigma'_3) / (\sigma'_1 + \sigma'_3) = \sin \varphi \rightarrow \frac{\Delta\sigma_a}{2\sigma'_c} \left( = \frac{c_u}{\sigma'_c} \right) = \frac{\sin \varphi}{1 - (1 - 2A_a) \sin \varphi}$$

Ο συντελεστής πίεσης πόρων κατά την αστοχία  $A_a$  είναι συνάρτηση του OCR .....

$$A_a \approx 1.00 - 1.24 \cdot [\log(\text{OCR})]^{0.42}$$

και η γωνία τριβής  $\varphi$  των αργίλων είναι συνάρτηση του δείκτη πλασιμότητας PI .....



**4ο ΒΗΜΑ:** Εάν η γωνία τριβής του εδάφους είναι  $\varphi$  ( $c=0$ ), να υπολογισθεί η πρόσθετη ολική τάση που απαιτείται για να προκληθεί αστοχία ( $\Delta\sigma_a$ ).

$$(\sigma'_1 - \sigma'_3) / (\sigma'_1 + \sigma'_3) = \sin \varphi \rightarrow \frac{\Delta\sigma_a}{2\sigma'_c} \left( = \frac{c_u}{\sigma'_c} \right) = \frac{\sin \varphi}{1 - (1 - 2A_a) \sin \varphi}$$

**Άρα...**

η «**αστράγγιστη διατμητική αντοχή**» του εδάφους  $c_u$  είναι συνάρτηση:

- ✓ της ενεργού τάσης στερεοποίησης  $\sigma'_c$
- ✓ του λόγου προφόρτισης **OCR**, και
- ✓ του δείκτη πλασιμότητας **PI**



**Από πειραματικά δεδομένα ισχύει προσεγγιστικά.....**

$$\frac{c_u}{\sigma'_{vc}} = [0.11 + 0.0037 \cdot \text{PI}(\%)] \cdot \text{OCR}^{0.80}$$

**ΠΡΟΣΟΧΗ-ΠΡΟΣΟΧΗ !!!!**

Η περιβάλλουσα αστοχίας των ολικών τάσεων, και η «**αστράγγιστη διατμητική αντοχή**» του εδάφους  $C=C_u=\Delta\sigma_a/2$ ,

- Εξαρτώνται από την ενεργό τάση στερεοποίησης  $\sigma'_c$ , **δεν αποτελούν επομένως μηχανικές ιδιότητες του εδάφους** (όπως τα  $c'$  και  $\varphi'$ ).
- Θα πρέπει να χρησιμοποιούνται αποκλειστικά και μόνον με **ολικές τάσεις**, όχι με ενεργές.



## Βραχυχρόνια (t=0+) & Μακροχρόνια (t≈∞) αστοχία

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5

Να υπολογισθεί η πρόσθετη αξονική τάση  $\Delta\sigma_{αστ}$  που απαιτείται προκειμένου να έχω **βραχυχρόνια** αστοχία (**t=0+**, **αστράγγιστες** συνθήκες φόρτισης) και **μακροχρόνια αστοχία** (**t ≈ ∞**, **στραγγιζόμενες** συνθήκες φόρτισης) στην εικονιζόμενη δοκιμή.

Το εδαφικό δοκίμιο είναι κορεσμένο, με **c=0 & φ=30°**

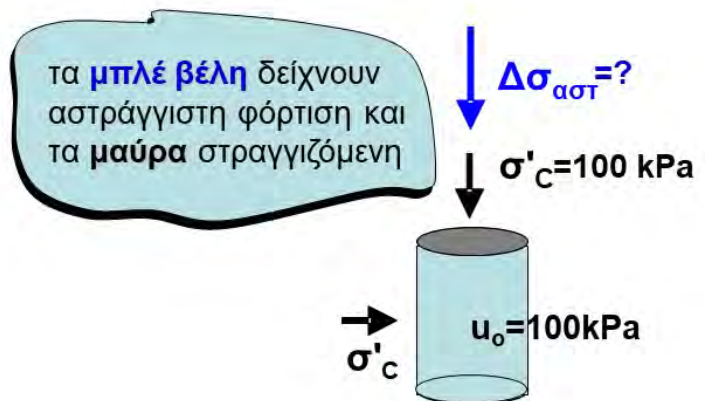
Να εξεταστούν δύο περιπτώσεις:

(α) Απροφόρτιστη άργιλος

(OCR=1,  **$A_\alpha=1.0$** )

(β) Έντονα προφορτισμένη άργιλος

(OCR=6,  **$A_\alpha \approx -0.10$** )



**στάδιο 0: στερεοποίηση**

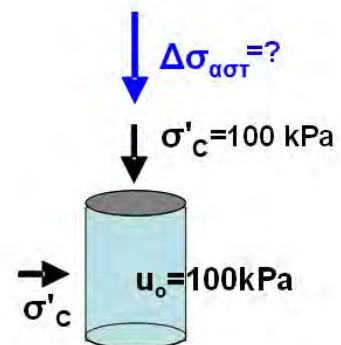
$$u_0 = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{v0} = u_0 + \sigma'_c = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = u_0 + \sigma'_c = 200 \text{ kPa}$$



**στάδιο 1: t=0+ (αστράγγιστη φόρτιση), OCR=1,  $A_\alpha=1.0$**

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_{αστ} = \Delta\sigma_1$$

$$\Delta\sigma_h = 0 = \Delta\sigma_3$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$= 0 + 1.0(\Delta\sigma_{αστ} - 0)$$

$$= \Delta\sigma_{αστ}$$

$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 100 + \Delta\sigma_{αστ}$$

$$\sigma_{v,αστ} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_{αστ} = 200 + \Delta\sigma_{αστ}$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma_{h0} = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v,αστ} = \sigma_{v,αστ} - u_{αστ} = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,αστ} = \sigma_{h,αστ} - u_{αστ} = 100 - \Delta\sigma_{αστ}$$

**έλεγχος αστοχίας**

$$\frac{\sigma'_{1,αστ} - \sigma'_{3,αστ}}{\sigma'_{1,αστ} + \sigma'_{3,αστ}} = \frac{\sigma'_{v,αστ} - \sigma'_{h,αστ}}{\sigma'_{v,αστ} + \sigma'_{h,αστ}} = \sin \phi$$

$$\sin \phi = 0.50 \Rightarrow \dots \Delta\sigma_{αστ} = 66.67 \text{ kPa}$$

$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 100 + \Delta\sigma_{αστ} = 166.67 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{v,αστ} = 200 + \Delta\sigma_{αστ} = 266.67 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h,αστ} = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v,αστ} = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,αστ} = 100 - \Delta\sigma_{αστ} = 33.33 \text{ kPa}$$

**στάδιο 0: στερεοποίηση**

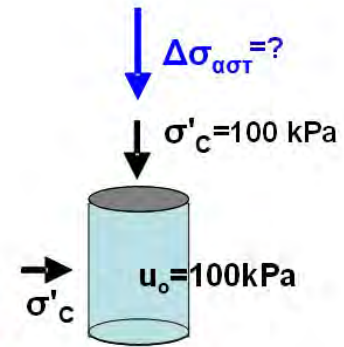
$$u_0 = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{v0} = u_0 + \sigma'_c = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = u_0 + \sigma'_c = 200 \text{ kPa}$$



**στάδιο 1: t=0+ (αστράγγιστη φόρτιση), OCR=6, A<sub>α</sub> = -0.10**

$$\Delta\sigma_v = \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = \Delta\sigma_1$$

$$\Delta\sigma_h = 0 = \Delta\sigma_3$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$= 0 - 0.10(\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} - 0)$$

$$= -0.10\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau}$$

$$u_{\alpha\sigma\tau} = u_0 + \Delta u = 100 - 0.10\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau}$$

$$\sigma_{V,\alpha\sigma\tau} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 200 + \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau}$$

$$\sigma_{h,\alpha\sigma\tau} = \sigma_{h0} = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = \sigma_{V,\alpha\sigma\tau} - u_{\alpha\sigma\tau} = 100 + 1.10\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = \sigma_{h,\alpha\sigma\tau} - u_{\alpha\sigma\tau} = 100 + 0.10\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau}$$

**έλεγχος αστοχίας**

$$\frac{\sigma'_{1,\alpha\sigma\tau} - \sigma'_{3,\alpha\sigma\tau}}{\sigma'_{1,\alpha\sigma\tau} + \sigma'_{3,\alpha\sigma\tau}} = \frac{\sigma'_{v,\alpha\sigma\tau} - \sigma'_{h,\alpha\sigma\tau}}{\sigma'_{v,\alpha\sigma\tau} + \sigma'_{h,\alpha\sigma\tau}} = \sin \varphi$$

$$\sin \varphi = 0.50 \Rightarrow \dots \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 250 \text{ kPa}$$

$$u_{\alpha\sigma\tau} = u_0 + \Delta u = 100 - 0.10\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 75 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{V,\alpha\sigma\tau} = 200 + \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 450 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h,\alpha\sigma\tau} = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 100 + 1.10 \times 250 = 375 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 100 + 0.10 \times 250 = 125 \text{ kPa}$$

**στάδιο 0: στερεοποίηση**

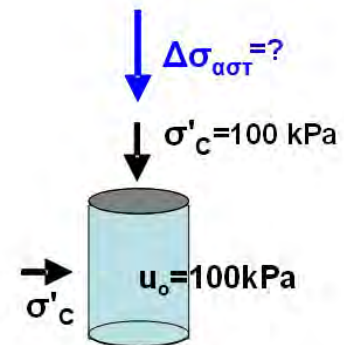
$$u_0 = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{v0} = u_0 + \sigma'_c = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h0} = \sigma'_c = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = u_0 + \sigma'_c = 200 \text{ kPa}$$



**στάδιο 1: t ≈ ∞ (στραγγιζόμενη φόρτιση)**

$$\Delta u = 0$$

$$u_{\alpha\sigma\tau} = u_0 + \Delta u = 100$$

$$\sigma_{V,\alpha\sigma\tau} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 200 + \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau}$$

$$\sigma_{h,\alpha\sigma\tau} = \sigma_{h0} = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = \sigma_{V,\alpha\sigma\tau} - u_{\alpha\sigma\tau} = 100 + \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = \sigma_{h,\alpha\sigma\tau} - u_{\alpha\sigma\tau} = 100$$

**έλεγχος αστοχίας**

$$\frac{\sigma'_{1,\alpha\sigma\tau} - \sigma'_{3,\alpha\sigma\tau}}{\sigma'_{1,\alpha\sigma\tau} + \sigma'_{3,\alpha\sigma\tau}} = \frac{\sigma'_{v,\alpha\sigma\tau} - \sigma'_{h,\alpha\sigma\tau}}{\sigma'_{v,\alpha\sigma\tau} + \sigma'_{h,\alpha\sigma\tau}} = \sin \varphi$$

$$\sin \varphi = 0.50 \Rightarrow \dots \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 200 \text{ kPa}$$

$$u_{\alpha\sigma\tau} = 100 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{V,\alpha\sigma\tau} = 200 + \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 400 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h,\alpha\sigma\tau} = 200 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 100 + 200 = 300 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 100 \text{ kPa}$$



Βραχυχρόνια αστοχία  $t = 0^+$ ,  
(αστράγγιστη φόρτιση)

OCR=1,  $A_\alpha=1.0$

$$\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 66.67\text{kPa}$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 66.67\text{kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 100\text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 33.33\text{ kPa}$$

OCR=6,  $A_\alpha=-0.10$

$$\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 250\text{kPa}$$

$$\Delta u = -0.10\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = -25\text{kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 375\text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 125\text{ kPa}$$

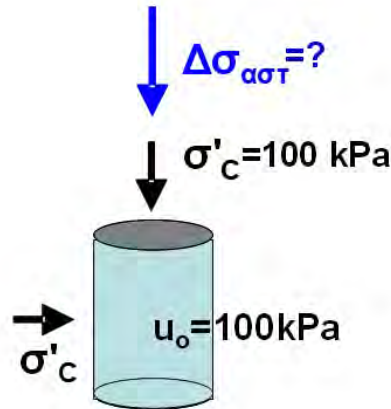
Μακροχρόνια αστοχία  $t \approx \infty$ ,  
(στραγγιζόμενη φόρτιση)

$$\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 200\text{kPa}$$

$$\Delta u = 0$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 300\text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 100\text{ kPa}$$



Βραχυχρόνια αστοχία  $t = 0^+$ ,  
(αστράγγιστη φόρτιση)

OCR=1,  $A_\alpha=1.0$

$$\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 66.67\text{kPa}$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 66.67\text{kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 100\text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 33.33\text{ kPa}$$

OCR=6,  $A_\alpha=-0.10$

$$\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 250\text{kPa}$$

$$\Delta u = -0.10\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = -25\text{kPa}$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 375\text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 125\text{ kPa}$$

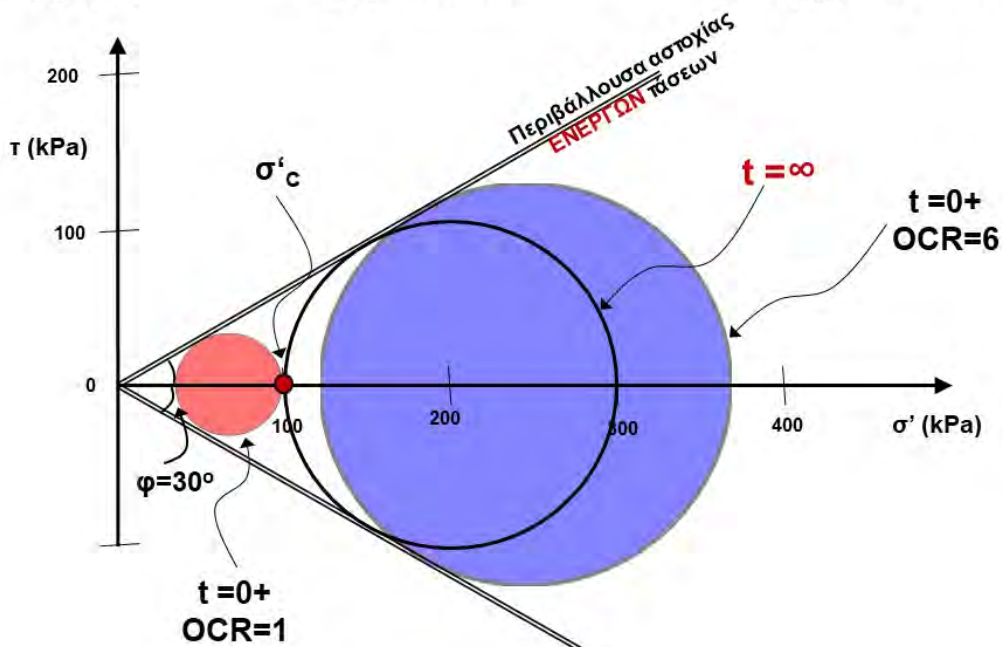
Μακροχρόνια αστοχία  $t \approx \infty$ ,  
(στραγγιζόμενη φόρτιση)

$$\Delta\sigma_{\alpha\sigma\tau} = 200\text{kPa}$$

$$\Delta u = 0$$

$$\sigma'_{V,\alpha\sigma\tau} = 300\text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h,\alpha\sigma\tau} = 100\text{ kPa}$$



## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 6

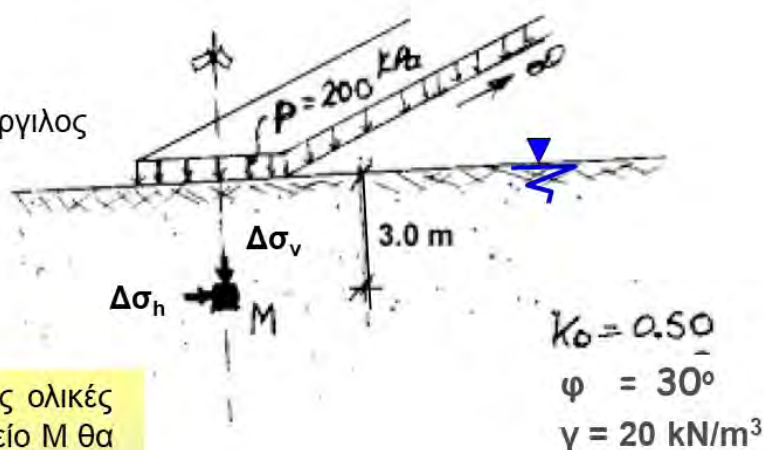
Να υπολογισθεί η ομοιόμορφη πίεση  $p$  που απαιτείται προκειμένου να έχω **βραχυχρόνια αστοχία** ( $t=0+$ , **αστραγγιστες** συνθήκες φόρτισης) και **μακροχρόνια αστοχία** ( $t \approx \infty$ , **στραγγιζόμενες** συνθήκες φόρτισης) στο σημείο M. Να εξεταστούν δύο περιπτώσεις:

(α) Απροφόρτιστη άργιλος

(OCR=1,  $A_\alpha=1.0$ )

(β) Έντονα προφορτισμένη άργιλος

(OCR=10,  $A_\alpha \approx -0.40$ )



Για τυχαία πίεση  $p$  οι πρόσθετες ολικές τάσεις που ασκούνται στο σημείο M θα είναι (βλέπε Κεφ. 3:

- $\Delta\sigma_v = 160 \cdot (p/200) = 0.80p$
- $\Delta\sigma_h = 40 \cdot (p/200) = 0.20p$

### Αρχικές γεωστατικές τάσεις:

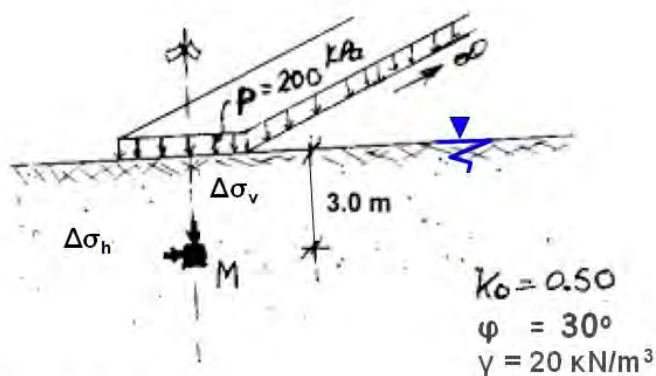
$$\sigma_{v0} = 20 \cdot 3 = 60 \text{ kPa}$$

$$u_0 = 10 \cdot 3 = 30 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v0} = 60 - 30 = 30 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h0} = k_0 \cdot \sigma'_{v0} = 0.50 \cdot 30 = 15 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = \sigma'_{h0} + u_0 = 15 + 30 = 45 \text{ kPa}$$



### Μακροχρόνια αστοχία: $t \approx \infty$ (στραγγιζόμενη φόρτιση)

$$\Delta u = 0$$

$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 30 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{V,αστ} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_v = 60 + 0.80p$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma_{h0} + \Delta\sigma_h = 45 + 0.20p$$

$$\sigma'_{V,αστ} = \sigma_{V,αστ} - u_{αστ} = 30 + 0.80p$$

$$\sigma'_{h,αστ} = \sigma_{h,αστ} - u_{αστ} = 15 + 0.20p$$

### Έλεγχος αστοχίας

$$\frac{\sigma'_{1,αστ} - \sigma'_{3,αστ}}{\sigma'_{1,αστ} + \sigma'_{3,αστ}} = \frac{\sigma'_{v,αστ} - \sigma'_{h,αστ}}{\sigma'_{v,αστ} + \sigma'_{h,αστ}} = \sin \varphi$$

$$\frac{15 + 0.60p}{45 + p} = \sin 30 = 0.50$$

$$\Rightarrow \dots p_{αστ} = 75 \text{ kPa}$$



### Αρχικές γεωστατικές τάσεις:

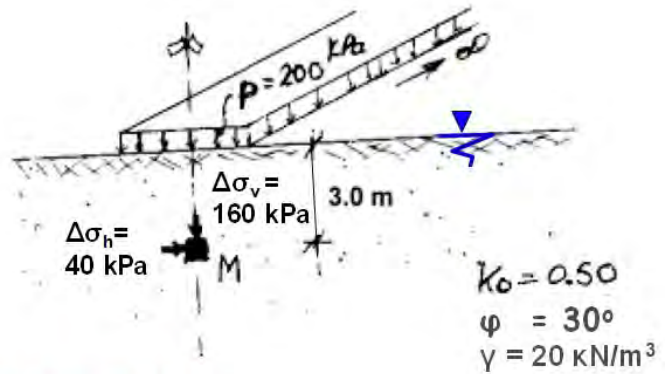
$$\sigma_{v0} = 20 \cdot 3 = 60 \text{ kPa}$$

$$u_0 = 10 \cdot 3 = 30 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v0} = 60 - 30 = 30 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h0} = k_0 \cdot \sigma'_{v0} = 0.50 \cdot 30 = 15 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = \sigma'_{h0} + u_0 = 15 + 30 = 45 \text{ kPa}$$



### στάδιο 1: $t=0+$ (αστράγγιστη φόρτιση), $OCR=1$ , $A_\alpha=1.0$

$$\Delta\sigma_v = 0.80p = \Delta\sigma_1$$

$$\Delta\sigma_h = 0.20p = \Delta\sigma_3$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$= 0.20p + 1.0(0.80p - 0.20p) = 0.80p$$

$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 30 + 0.80p$$

$$\sigma_{v,αστ} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_v = 60 + 0.80p$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma_{h0} + \Delta\sigma_h = 45 + 0.20p$$

$$\sigma'_{v,αστ} = \sigma_{v,αστ} - u_{αστ} = 30 \text{ kPa}$$

### έλεγχος αστοχίας

$$\frac{\sigma'_{1,αστ} - \sigma'_{3,αστ}}{\sigma'_{1,αστ} + \sigma'_{3,αστ}} = \frac{\sigma'_{v,αστ} - \sigma'_{h,αστ}}{\sigma'_{v,αστ} + \sigma'_{h,αστ}} = \sin \varphi$$

$$\frac{15 + 0.60p}{45 - 0.60p} = \sin 30 = 0.50$$

$$\Rightarrow \dots p_{αστ} = 8.33 \text{ kPa}$$

### Αρχικές γεωστατικές τάσεις:

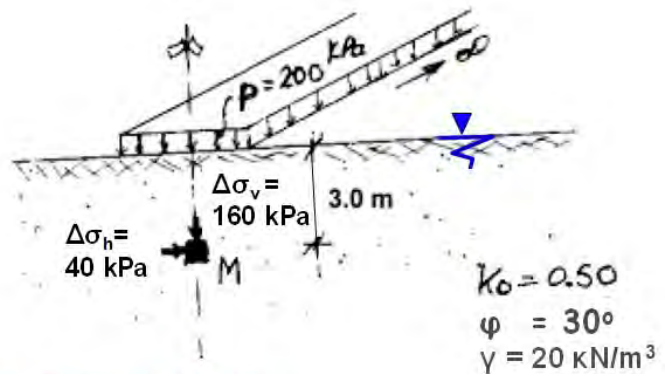
$$\sigma_{v0} = 20 \cdot 3 = 60 \text{ kPa}$$

$$u_0 = 10 \cdot 3 = 30 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{v0} = 60 - 30 = 30 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{h0} = k_0 \cdot \sigma'_{v0} = 0.50 \cdot 30 = 15 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{h0} = \sigma'_{h0} + u_0 = 15 + 30 = 45 \text{ kPa}$$



### στάδιο 1: $t=0+$ (αστράγγιστη φόρτιση), $OCR=10$ , $A_\alpha=-0.40$

$$\Delta\sigma_v = 0.80p = \Delta\sigma_1$$

$$\Delta\sigma_h = 0.20p = \Delta\sigma_3$$

$$\Delta u = \Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

$$= 0.20p - 0.40(0.80p - 0.20p) = -0.04p$$

$$u_{αστ} = u_0 + \Delta u = 30 - 0.04p$$

$$\sigma_{v,αστ} = \sigma_{v0} + \Delta\sigma_v = 60 + 0.80p$$

$$\sigma_{h,αστ} = \sigma_{h0} + \Delta\sigma_h = 45 + 0.20p$$

$$\sigma'_{v,αστ} = \sigma_{v,αστ} - u_{αστ} = 30 + 0.84p$$

$$\sigma'_{h,αστ} = \sigma_{h,αστ} - u_{αστ} = 15 + 0.24p$$

### έλεγχος αστοχίας

$$\frac{\sigma'_{1,αστ} - \sigma'_{3,αστ}}{\sigma'_{1,αστ} + \sigma'_{3,αστ}} = \frac{\sigma'_{v,αστ} - \sigma'_{h,αστ}}{\sigma'_{v,αστ} + \sigma'_{h,αστ}} = \sin \varphi$$

$$\frac{15 + 0.60p}{45 + 1.08p} = \sin 30 = 0.50$$

$$\Rightarrow \dots p_{αστ} = 125 \text{ kPa}$$

Βραχυχρόνια αστοχία  $t = 0^+$ ,  
(αστράγγιστη φόρτιση)

$$\text{OCR}=1, A_\alpha=1.0$$

$$\frac{\sigma'_{1,αστ} - \sigma'_{3,αστ}}{\sigma'_{1,αστ} + \sigma'_{3,αστ}} = \frac{\sigma'_{ν,αστ} - \sigma'_{h,αστ}}{\sigma'_{ν,αστ} + \sigma'_{h,αστ}} = \sin \varphi$$

$$\frac{15 + 0.60p}{45 - 0.60p} = \sin 30 = 0.50$$

$$\Rightarrow \dots p_{αστ} = 8.33 \text{ kPa}$$

$$\text{OCR}=10, A_\alpha=-0.40$$

$$\frac{\sigma'_{1,αστ} - \sigma'_{3,αστ}}{\sigma'_{1,αστ} + \sigma'_{3,αστ}} = \frac{\sigma'_{ν,αστ} - \sigma'_{h,αστ}}{\sigma'_{ν,αστ} + \sigma'_{h,αστ}} = \sin \varphi$$

$$\frac{15 + 0.60p}{45 + 1.08p} = \sin 30 = 0.50$$

$$\Rightarrow \dots p_{αστ} = 125 \text{ kPa}$$

Μακροχρόνια αστοχία  $t \approx \infty$ ,  
(στραγγιζόμενη φόρτιση)

$$\frac{\sigma'_{1,αστ} - \sigma'_{3,αστ}}{\sigma'_{1,αστ} + \sigma'_{3,αστ}} = \frac{\sigma'_{ν,αστ} - \sigma'_{h,αστ}}{\sigma'_{ν,αστ} + \sigma'_{h,αστ}} = \sin \varphi$$

$$\frac{15 + 0.60p}{45 + p} = \sin 30 = 0.50$$

$$\Rightarrow \dots p_{αστ} = 75 \text{ kPa}$$

## Βασικά σημεία κεφαλαίου . . .

- ✚ Τι σημαίνει «αστράγγιστες συνθήκες φόρτισης», παραδείγματα από τεχνικά έργα, εργαστηριακή προσομοίωση.
- ✚ Ανάπτυξη υπερ-πίεσης πόρων σε 1-Δ συμπίεση και σε ισοτροπική συμπίεση.
- ✚ Ανάπτυξη υπερ-πίεσης πόρων σε 3-αξονική φόρτιση.
- ✚ Πως ορίζονται οι μεταβολές των κυρίων τάσεων  $\Delta\sigma_1$  &  $\Delta\sigma_3$ .
- ✚ Έλεγχος ενεργών τάσεων αστοχίας υπό αστράγγιστες συνθήκες.
- ✚ Έλεγχος ολικών τάσεων αστοχίας υπό αστράγγιστες συνθήκες.
- ✚ Η έννοια της αστράγγιστης διατμητικής αντοχής του εδάφους.
- ✚ Βραχυχρόνια και μακροχρόνια αστοχία υπό αστράγγιστες συνθήκες, ποια είναι δυσμενέστερη και γιατί.





# ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α:

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ