# Λύσεις 1ης Σειράς Ασκήσεων

Σε όλες τις ασκήσεις θεωρούνται γνωστά:

(i) **Σταθερά Rydberg:** $\mathcal{R} = 3.29 \times 10^{15}\mathrm{s}^{-1}$, (ii) **Ταχύτητα διάδοσης του φωτός:** $c = 2.998 \times 10^{8}\mathrm{m \cdot s}^{-1}$, (iii) **Μάζα του ηλεκτρόνιου:** $m_{e^-} = 9.109 \times 10^{-31}$ kg, (iv) **h-bar:** $\hbar = 1.05457 \times 10^{-34}$ J · s.

**1.** (α) Η συχνότητα του ιώδους φωτός είναι $7.1 \times 10^{14}$ Hz. Ποιο είναι το μήκος κύματος (σε nm) του ιώδους φωτός;

(β) Όταν μια δέσμη ηλεκτρονίων προσπίπτει σε ένα κομμάτι χαλκού, εκπέμπονται ακτίνες Χ με συχνότητα $2.0 \times 10^{18}$ Hz. Ποιο είναι το μήκος κύματος (σε pm) των εκπεμπόμενων ακτίνων Χ;

Στρατηγική: Χρησιμοποιήστε την εξίσωση $\lambda \times \nu = c$ για να υπολογίσετε τα μήκη κύματος

### Επίλυση

(α) Από $\lambda \times \nu = c$ έχουμε $\lambda = {}^{c}/_{\nu}$,

$$\lambda = \frac{2.998 \times 10^{8}\mathrm{m \cdot s}^{-1}}{7.1 \times 10^{14}\mathrm{s}^{-1}} = \frac{2.998 \times 10^{8}}{7.1 \times 10^{14}}\mathrm{m} = 0.4223 \times 10^{-6}\mathrm{m} = 422\mathrm{nm}$$

(β) Ομοίως με το (α), έχουμε:

$$\lambda = \frac{2.998 \times 10^{8}\mathrm{m \cdot s}^{-1}}{2.0 \times 10^{18}\mathrm{s}^{-1}} = \frac{\quad}{\quad} = 1.499 \times 10^{-10}\mathrm{m} = 150\mathrm{pm}$$

**2.** (α) Χρησιμοποιήστε τη μαθηματική σχέση του Rydberg για το ατομικό Η για να υπολογίσετε το μήκος κύματος ακτινοβολίας που παράγεται από τη μετάβαση από n = 4 σε n = 2.

(β) Σύμφωνα με την Εικόνα 1.1, σε ποια φασματοσκοπική σειρά αντιστοιχεί αυτή η μετάβαση;

(γ) Χρησιμοποιήστε τον Πίνακα 1.1. για να προσδιορίσετε την περιοχή του φάσματος στην οποία έλαβε χώρα η συγκεκριμένη μετάβαση. Αν η μετάβαση λαμβάνει χώρα στην ορατή περιοχή του φάσματος, τι χρώματος ακτινοβολία πρέπει να εκπέμπεται;

Στρατηγική: Χρησιμοποιήστε την γενική έκφραση της συχνότητας των φασματικών γραμμών του ατομικού υδρογόνου: $\nu = \mathcal{R}\{\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\}$. Στη συνέχεια υπολογίστε το μήκος κύματος από τη συχνότητα με χρήση της γνωστής εξίσωσης $\lambda \times \nu = c$.

### Επίλυση

**(α)** Από τη γενική έκφραση της συχνότητας των φασματικών γραμμών του ατομικού υδρογόνου για $n_1$=2 και $n_2$=4, έχουμε:

$$\nu = \mathcal{R}\{\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\} = \frac{3}{16}\mathcal{R}$$

Από την $\lambda \times \nu = c$ έχουμε:

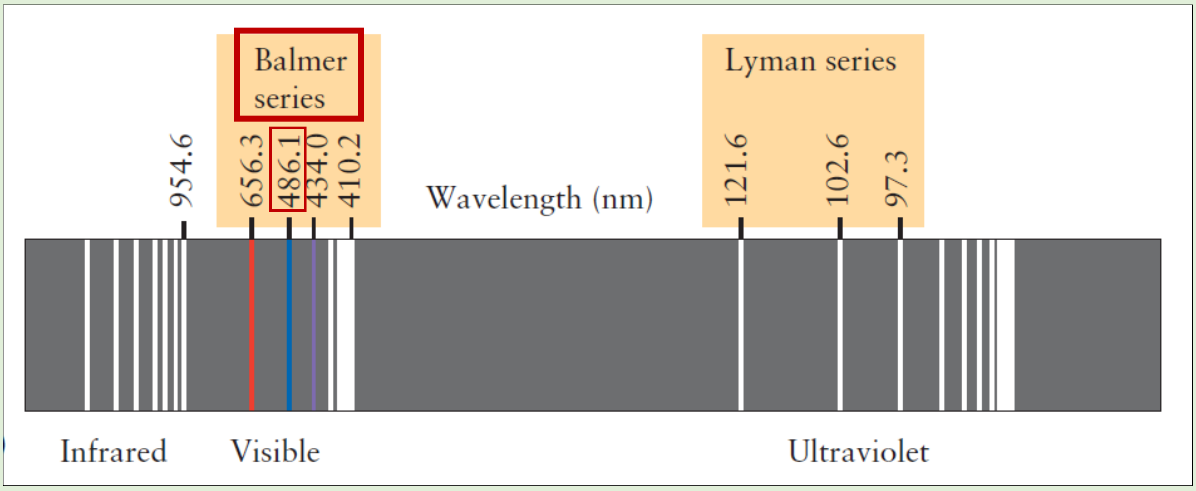
$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c}{3\mathcal{R}/_{16}} = \frac{16c}{3\mathcal{R}}$$

Και τώρα, αντικαθιστώντας τα αριθμητικά δεδομένα,

$$\lambda = \frac{16 \times (2.998 \times 10^{8}\mathrm{m \cdot s}^{-1})}{3 \times (3.29 \times 10^{15}\mathrm{s}^{-1})} = 4.86 \times 10^{-7}\mathrm{m} = 486\mathrm{nm}$$

**(β)** Όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 1.1 η μετάβαση που μελετούμε βρίσκεται στη Σειρά Balmer (εντός κόκκινου πλαισίου σημειώνεται η λύση).

**Εικόνα 1.1:** Το πλήρες φάσμα του ατομικού υδρογόνου. Οι γραμμές φάσματος έχουν ομαδοποιηθεί σε σειρές, δύο εκ των οποίων φαίνονται στην εικόνα με την ονομασία τους.




**(γ)** Η μετάβαση λαμβάνει πράγματι χώρα στη ορατή περιοχή του φάσματος και είναι μπλε χρώματος, κάτι που φαίνεται και στην Εικόνα 1.1 αλλά και στον Πίνακα 1.1 παρακάτω (εντός κόκκινου πλαισίου σημειώνεται η λύση).

**Πίνακας 1.1** Χρώμα, Συχνότητα, Μήκος Κύματος & Ενέργεια ανά φωτόνιο της Η/Μ Ακτινοβολίας

| Τύπος Ακτινοβολίας | Συχνότητα ($10^{14}$ Hz) | Μηκος Κύματος (nm, 2 sf)* | Ενέργεια ανά φωτόνιο ($10^{-19}$ J) |
|---|---|---|---|
| Ακτίνες X & Ακτίνες γ | $\geq 10^3$ | $\leq 3$ | $\geq 10^3$ |
| Υπεριώδες | 8.6 | 350 | 5.7 |
| Ορατό | | | |
| Ιώδες | 7.1 | 420 | 4.7 |
| Μπλε | 6.4 | 470 | 4.2 |
| Πράσινο | 5.7 | 530 | 3.8 |
| Κίτρινο | 5.2 | 580 | 3.4 |
| Πορτοκαλί | 4.8 | 620 | 3.2 |
| Ερυθρό | 4.3 | 700 | 2.8 |
| Υπέρυθρο | 3.0 | 1000 | 2.0 |
| Μικροκύματα και ραδιοκύματα | $\leq 10^{-3}$ | $\geq 3 \times 10^6$ | $\leq 10^{-3}$ |

**3.** Τα φωτόνια ακτίνων γ που εκπέμπονται από την πυρηνική διάσπαση των ατόμων του Τεχνήτιου-99 και χρησιμοποιούνται σε ραδιοφαρμακευτικές εφαρμογές έχουν ενέργεια 140.511 keV. Υπολογίστε το μήκος κύματος αυτών των ακτίνων γ.

Δίνεται 1eV = $1.602 \times 10^{-19}$ J.

Στρατηγική: Θα χρησιμοποιήσετε την σχέση $E = h \times \nu$ για να συσχετίσετε την ενέργεια του συγκεκριμένου τύπου ακτίνων γ με την αντίστοιχη συχνότητα τους. Παράλληλα, θα χρησιμοποιήσετε τη σχέση $\lambda \times \nu = c$ για να συσχετίσετε το μήκος κύματος των ακτίνων αυτών με τη συχνότητα τους.

Επίλυση

Έχουμε:

$$E_{(\alpha\kappa\tau\acute{\iota}\nu\omega\nu\,\gamma\,Te)} = h \times \nu \overset{\lambda \times \nu = c}{\Rightarrow} E = h \times \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \times c}{E} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\mathrm{J \cdot s}) \times (2.998 \times 10^{8}\mathrm{m \cdot s^{-1}})}{(140.511 \times 10^{3}\mathrm{eV}) \times (1.602 \times 10^{-19}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{eV}})}$$

$$= 0.0883 \times 10^{-10}\mathrm{m} = 8.83\mathrm{pm}$$

**4.** Η μέση ταχύτητα ενός ατόμου ηλίου στους 25 °C είναι $1.23 \times 10^3\, m \cdot s^{-1}$. Ποιο είναι το μέσο μήκος κύματος ενός ατόμου ηλίου σε αυτή τη θερμοκρασία;

Στρατηγική: Θα χρησιμοποιήσετε την σχέση De Broglie $\lambda = {}^{h}/_{p} = {}^{h}/_{mv}$ για να υπολογίσετε το μήκος κύματος του ατόμου He. Θα κάνετε χρήση της σταθεράς Avogadro και της μοριακής μάζας ενός mole ατόμων He για να υπολογίσετε τη μάζα ενός ατόμου.

Επίλυση

Η μοριακή μάζα ενός ατόμου He, γνωστή από πίνακες ατομικών δεδομένων είναι ίση με 4g/mol.

Είναι γνωστό ότι ποσότητα 1mol οποιασδήποτε στοιχείου ή ουσίας περιλαμβάνει αριθμό ατόμων ή μορίων αντίστοιχα, ίσο με $N_A = 6.0221 \times 10^{23}$.

Έχουμε συνεπώς:

$$m_{He} = \frac{Molar\ Mass_{He}}{N_A} = \frac{4 \times 10^{-3} kg}{6.0221 \times 10^{23}} = 6.642 \times 10^{-27} kg$$

Τώρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ελεύθερα τη σχέση De Broglie.

$$\lambda = \frac{6.626 \times 10^{-34}\, \mathrm{J \cdot s}}{(6.642 \times 10^{-27}\, \mathrm{kg}) \times (1.23 \text{ x } 10^3\, \mathrm{m \cdot s^{-1}})} = 0.811 \times 10^{-10} \cdot \frac{\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2} \cdot s}}{\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}} = 0.811 \times 10^{-10} \mathrm{m} = 81.1 \mathrm{pm}$$

**5.** Η αρχή της αβεβαιότητας έχει αμελητέες συνέπειες για μακροσκοπικά αντικείμενα. Παρόλ' αυτά, οι ιδιότητες των νανοσωματιδίων, που έχουν διαστάσεις από λίγα έως μερικές εκατοντάδες νανόμετρα ενδέχεται να είναι διαφορετικές από αυτές μεγαλύτερων σωματιδίων.

(α) Υπολογίστε την ελάχιστη αβεβαιότητα ως προς την ταχύτητα ενός ηλεκτρονίου που περιορίζεται από ένα νανοσωματίδιο διαμέτρου $2.00 \times 10^2$ nm.

(β) Υπολογίστε την ελάχιστη αβεβαιότητα ως προς την ταχύτητα ενός κινούμενου ιόντος $Li^+$ που περιορίζεται από ένα νανοσωματίδιο παρόμοιας διαμέτρου.

Δίνεται η μάζα του $Li^+$, $m_{Li^+} = 1.152 \times 10^{-26}$ kg

Στρατηγική

Θα υποθέσετε ότι η θέση του ηλεκτρονίου $\Delta x$ είναι η διάμετρος του νανοσωματιδίου και θα χρησιμοποιήσετε την μαθηματική έκφραση της αρχής της αβεβαιότητας για να υπολογίσετε την αβεβαιότητα ως προς την ορμή, $\Delta p$. Στην συνέχεια, θα χρησιμοποιήσετε τη μάζα του $e^-$ για να υπολογίσετε την αβεβαιότητα ως προς την ταχύτητα από τη γνωστή ισότητα $\Delta p = m \cdot \Delta v$.

Με όμοιο τρόπο θα εργαστείτε για το ιόν $Li^+$.

Επίλυση

(α) Η αβεβαιότητα ως προς την ταχύτητα, $\Delta v$, είναι ίση με $\Delta v = {}^{\Delta p}/_{m}$. Έχουμε λοιπόν:

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{m} \overset{\Delta p \cdot \Delta x = \frac{1}{2}\hbar}{\Rightarrow} \Delta v = \frac{\hbar}{2 \cdot m \cdot \Delta x}$$

Αντικαθιστούμε με όλα τα γνωστά αριθμητικά δεδομένα,

$$\Delta\nu = \frac{1.05457 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{2 \times (9.109\ \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}) \times (2.00 \times 10^{2} \times 10^{-9}\mathrm{m})} = \frac{1.05457 \times 10^{-34}}{2 \times 9.109 \times 10^{-31} \times 2.00 \times 10^{-7}} \cdot \frac{\mathrm{J \cdot s}}{\mathrm{kg \cdot m}}$$

$$= 0.0289 \times 10^{4} \frac{\mathrm{kg \cdot m^{2} \cdot s^{-2} \cdot s}}{\mathrm{kg \cdot m}} = 289\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

(β) Ομοίως με το (α) έχουμε:

$$\Delta\nu = \frac{\Delta p}{m} \xRightarrow{\Delta p \cdot \Delta x = \frac{1}{2}\hbar} \Delta\nu = \frac{\hbar}{2 \cdot m \cdot \Delta x}$$

Αντικαθιστούμε ξανά με όλα τα γνωστά αριθμητικά δεδομένα,

$$\Delta\nu = \frac{1.05457 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{2 \times (1.152\ \times 10^{-26}\ \mathrm{kg}) \times (2.00 \times 10^{2} \times 10^{-9}\mathrm{m})} = \frac{1.05457 \times 10^{-34}}{2 \times 1.152 \times 10^{-26} \times 2.00 \times 10^{-7}} \cdot \frac{\mathrm{J \cdot s}}{\mathrm{kg \cdot m}}$$

$$= 0.229 \times 10^{-1} \frac{\mathrm{kg \cdot m^{2} \cdot s^{-2} \cdot s}}{\mathrm{kg \cdot m}} = 0.0229\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

**6.** Η ενέργεια που απαιτείται για να σπάσει ένας δεσμός C – C σε ένα μόριο είναι 348 $\mathrm{kJ \cdot mol^{-1}}$. Μπορεί το ορατό φως να σπάσει αυτό το δεσμό; Αν ναι, τι χρώμα έχει το φως αυτό; Αν όχι, ποιος τύπος ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας είναι κατάλληλη για αυτό;

Συμβουλευτείτε τον Πίνακα 1.1 για τους τύπους ακτινοβολίας.

### Στρατηγική

Παρατηρήστε ότι η ενέργεια που απαιτείται για το σπάσιμο του δεσμού δίνεται σε μονάδες $\mathrm{kJ \cdot mol^{-1}}$ αλλά ζητείται η ενέργεια για να σπάσει ο δεσμός σε ένα μόριο. Με χρήση της σταθεράς Avogadro θα αναγάγετε την ενέργεια ανά mol σε ενέργεια ανά μόριο και στη συνέχεια, με τις γνωστές σχέσεις $E = h \times \nu$ και $\lambda \times \nu = c$, θα υπολογίσετε το μήκος κύματος που πρέπει να έχει η ακτινοβολία.

### Επίλυση

Η ενέργεια ανά μόριο είναι:

$$\mathrm{E} = \frac{348 \times 10^{3}\ \mathrm{J \cdot mol^{-1}}}{6.0221 \times 10^{23} \text{μόρια} \cdot \mathrm{mol^{-1}}} = 57.787 \times 10^{-20}\mathrm{J}/\text{μόριο}$$

Υπολογίζουμε τη συχνότητα της ακτινοβολίας που έχει αυτή την ενέργεια:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{57.787 \times 10^{-20}\mathrm{J}}{6.626 \times 10^{-34}\mathrm{J \cdot s}} = 8.7213 \times 10^{14}\ \mathrm{s^{-1}}$$

Και τώρα υπολογίζουμε το μήκος κύματος της ακτινοβολίας:

$$\lambda = {}^{c}/_{\nu} = \frac{2.998 \times 10^{8}\mathrm{m \cdot s^{-1}}}{8.7213 \times 10^{14}\ \mathrm{s^{-1}}} = 0.344 \times 10^{-6}\mathrm{m} = 344\mathrm{nm}$$

Παρατηρώντας στον Πίνακα 1.1, βλέπουμε ότι αυτό το εύρος μήκους κύματος βρίσκεται στην περιοχή της υπεριώδους ακτινοβολίας. Συνεπώς, η ορατή ακτινοβολία δεν μπορεί να σπάσει ένα δεσμό C – C.