

ΕΞΕΤΑΣΤΕΑ ΥΛΗ «ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΑΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ» ΙΟΥΝΙΟΥ 2021.

1. Στοιχεία Γενικής Τοπολογίας. Εισαγωγικά στα δίκτυα **(χωρίς αποδείξεις)**.
2. Τοπολογικοί γραμμικοί χώροι. Βασικές έννοιες και ιδιότητες. **[Εξαιρείται η απόδειξη της ύπαρξης τοπολογίας γραμμικού χώρου που έχει ως βάση περιοχών του 0 δοσμένη κλάση συνόλων με κατάλληλες ιδιότητες.]** Τοπολ. γραμμ. χώροι πεπερασμένης διάστασης.
3. Γενικά για ασθενείς τοπολογίες. Ασθενής τοπολογία T_Φ που επάγεται σε γραμμικό χώρο X από κλάση Φ γραμμικών συναρτησιακών που διαχωρίζει σημεία. Βάση περιοχών του 0 και ασθενής σύγκλιση. Τοπολογικός δυϊκός του τοπολ. γραμμ. χώρου (X, T_Φ) . Το αποτέλεσμα ότι στην άπειρη διάσταση, η T_Φ δεν ταυτίζεται με τοπολογία νόρμας.
4. Θεωρήματα Hahn-Banach. Θετικά υπογραμμικά συναρτησιακά -Συναρτησιακό Minkowski και βασικές ιδιότητες **(χωρίς αποδείξεις)**. Αναλυτική μορφή Θ . Hahn-Banach και συνέπειες **(χωρίς αποδείξεις)**. Οι δύο μορφές των Γεωμετρικών Θ . Hahn-Banach σε τοπολογικούς γραμμ. χώρους.
5. Βασικές συνέπειες του Θ . Baire σε χώρους Banach: Θεωρήματα Ομοιομόρφου Φράγματος, Ανοικτής Απεικόνισης και Κλειστού Γραφήματος κι εφαρμογές αυτών.
6. Ασθενής (w) τοπολογία ενός χώρου με νόρμα $(X, \|\cdot\|)$. Ορισμός και βασικές ιδιότητες. Το αποτέλεσμα ότι κάθε ασθενώς συμπαγές είναι $\|\cdot\|$ -φραγμένο. Χαρακτηρισμός w -σύγκλισης ακολουθίας στο χώρο c_0 **(εξαιρείται η απόδειξη της ισομετρικής ταύτισης $c_0^* \equiv l^1$)**.
 Θ . Mazur. Μελέτη της μετριοποιησιμότητας των τοπολ. χώρων (X, w) , (A, w) , όπου $A \|\cdot\|$ -φραγμένο υποσύνολο του X **[χωρίς τις αποδείξεις που αφορούν το χώρο (A, w)]**. Ιδιότητα Schur του χώρου l^1 **(χωρίς απόδειξη)**.
7. Θ . Eberlein-Smulian **(η απόδειξη μόνο της μιας κατεύθυνσης: κάθε w -συμπαγές είναι ακολουθιακά w - συμπαγές)**.
8. Ασθενής* (w^*) τοπολογία του δυϊκού X^* ενός χώρου με νόρμα. Ορισμός και βασικές ιδιότητες. Ομοιότητες και διαφορές με την w -τοπολογία **(χωρίς αποδείξεις)**. Παραδείγματα. Θεωρήματα Goldstine και Αλάογλου.
9. Ανακλαστικοί χώροι Banach. Χαρακτηρισμός μέσω της w -συμπάγειας της μοναδιαίας μπάλας και ακολουθιακός χαρακτηρισμός. Ανακλαστικότητα κλειστών υπόχωρων και του δυϊκού ενός ανακλαστικού χώρου. Παραδείγματα μη ανακλαστικών χώρων. Ανακλαστικότητα χώρων Hilbert.
10. Ομοιόμορφα κυρτοί χώροι Banach. Ορισμός και παραδείγματα. Θεώρημα Milman-Pettis.
11. Βασικές ιδιότητες του μέτρου Lebesgue και των ολοκληρώσιμων συναρτήσεων **(χωρίς αποδείξεις)**. Σχεδόν παντού κατά σημείο σύγκλιση. Λήμμα του Fatou, Θ . Κυριαρχημένης Σύγκλισης του Lebesgue, Θ . Egorov **(χωρίς αποδείξεις)**.
Ανισότητες Hölder και Minkowski. Ορισμός των χώρων $L^p(0,1)$ $1 \leq p \leq \infty$ και βασικές ιδιότητες: πληρότητα της νόρμας και διαχωρισιμότητα για $p < \infty$ **(χωρίς αποδείξεις)**.

Ανισότητες Clarkson [εξαιρούνται η απόδειξη του λήμματος 2.12 και του πορίσματος 2.13 του αρχείου με τίτλο «χώροι L^p ».

Ανακλαστικότητα και δυϊκός του χώρου $L^p(0,1)$ $1 < p < \infty$.

Εξαιρείται η απόδειξη της ισομορφικής εμφύτευσης l^1 στον $L^1(0,1)$.

ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΑ , ΑΠΟ ΤΙΣ ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΕΧΟΝΤΑΙ ΣΤΙΣ ΑΝΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΕΞΑΙΡΟΥΝΤΑΙ ΟΙ ΠΑΡΑΚΑΤΩ:

1. Όλες από το φάκελο «ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑΣ».
2. Του Θ.10, από το αρχείο «ΤΟΠΟΛ. ΓΡΑΜΜ. ΧΩΡΟΙ ΜΕΡΟΣ Α».
3. Των Πρωτ. III.1 – III.4 και του Πορίσμ. III.5 από το αρχείο «Θ. Hahn-Banach» .
4. Των Θ.5 & 15, των Πρωτ. 12, 13 και του Πορίσμ. 14 του αρχείου «ΑΣΘΕΝΕΙΣ ΤΟΠΟΛΟΓΙΕΣ ΜΕΡΟΣ Ι.»
5. Του Θ.3, της Πρότ. 4 και του Πορίσμ. 5 του αρχείου «ΑΣΘΕΝΕΙΣ ΤΟΠΟΛΟΓΙΕΣ ΜΕΡΟΣ ΙΙ.»
6. Όλες από το αρχείο «ΒΑΣΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ Θ.ΜΕΤΡΟΥ».
7. Του Λήμμ. 2.12, του Πορίσμ. 2.13 και της Πρότ.2.18 του αρχείου με τίτλο «ΧΩΡΟΙ L^p ».